第3卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 3, No. 1
1979年1月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Jan., 1979

# 原子核的表面能与标量介子的质量

张 启 仁
(北 京 大 学)

**摘 要**

设一真实的标量介子场是原子核结合的基本原因. 用 Thomas—Fermi 方法和 Van der Waals 近似,由核表面张力系数定得这种标量介子的质量为 472MeV. 这一数值与核力的 OBEP 理论中的主要标量介子的质量相符表明: 上述假设值得进一步认真研究.

李政道关于不平常核态的理论[1-3](其中[3]简称 $L$)已引起多方面的兴趣. 单从原子核物理方面看它也有双重的重要性.存在不平常核态的预言本身当然就是很有意思的;就平常核态而言它也可能为核理论提供一个新基础.

直接检验不平常核态理论需要能产生这种核态的物质手段——每核子 BeV 级的重离子加速器. 这种手段尚不具备,在此情况下只有充分利用平常核态的大量实验材料,对这个理论仔细推敲,为它奠定一个可靠的实践基础,以便一旦条件具备就能有效地开展实验工作. 这与以 $L$ 为基础建立一个关于平常原子核的新理论恰能结合.

$L$ 认为一个公共标量介子场是把核子结合成原子核的原因. 原有核理论则认为核力(主要是一对对核子间的二体力)是核子结合成原子核的原因. 这是两种不同的观点. 对后一观点已作了较详细的研究. 为了正确认识原子核,对前一观点也作详细研究应该是有益的.

关于标量介子的实验知识目前仍较缺乏,且变化较大. 可以肯定的是存在不止一种标量介子[4,5]. 主要是哪种标量介子场把核子结合成原子核的呢? 单靠无穷大核物质的性质定不出这种标量介子(简称 $S$)的质量 $m_s$ 而只能定出它和作用常数 $g$ 的比. 于是 $L$ 中假设了手征对称性,即设 $g$ 就是 $\pi$ 介子与核子的作用常数: $\frac{g^2}{4\pi}=15$. 这样定得 $m_s=1.15$ BeV. 能不能更直接地从实验数据定出 $m_s$ 呢?

每一种粒子的质量对应一个特征长度——它的 Compton 波长.而一个与核子有强作用的粒子的这种长度应当在原子核的性质中表现出来. 例如 $\pi$ 介子的 Compton 波长表现为核力的力程. 而与原子核整体有关的一个特征长度——表面层厚度则应与 $S$ 介子的 Compton 波长有关. 因此,标量介子的质量 $m_s$ 应能由有限核的表面性质定得. 于是我们转而考虑有限原子核,着重计算它的表面能. 为简单计,暂设标量介子场的势能密度为二

本文 1977 年 3 月 10 日收到.

次型:

$$U = \frac{1}{2} m_s^2 \phi^2, \tag{1}$$

其中 $\phi$ 为标量介子场强.

采用 Thomas—Fermi 方法和 Van der Waals 近似,对中子数与质子数相等的核,相当于 Fermi 动量的是[2,6]

$$K_f' = \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3} \frac{1}{r_0 - 0.8a}, \tag{2}$$

$r_0$ 为每核子占的线度, $a$ 为排斥心半径. 由此得核子数密度为

$$n = \frac{a\beta}{4\pi} \frac{p^3}{(1+bp)^3}, \tag{3}$$

其中长度单位为 $S$ 介子的 Compton 波长 $\lambda_s$,

$$\left.\begin{aligned} p &= K_f'\lambda_0, \\ a &= \frac{2}{3\pi^2}\frac{g^2 m_0^2}{m_s^2}, \\ \beta &= \frac{4\pi}{g^2}\frac{m_0}{m_s}, \\ b &= 0.8\left(\frac{8}{9\pi}\right)^{1/3}\frac{a}{\lambda_0}, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

$m_0$ 与 $\lambda_0$ 分别为核子的质量和 Compton 波长. 我们注意到乘积

$$a\beta = \frac{8}{3\pi}\left(\frac{m_0}{m_s}\right)^3, \tag{5}$$

只与 $S$ 介子的质量有关而与作用常数无关.

于是,核子数为

$$A = \alpha\beta \int_0^{\xi_0} \frac{p^3}{(1+bp)^3} \xi^2 d\xi. \tag{6}$$

$\xi_0$ 可当作以 $\lambda_s$ 为单位的核半径. 注意, 这个半径应比通常所说的核半径大, 在 $\xi_0$ 外核子数密度为零. 核内核子的能量(以核子的静止能量 $m_0c^2$ 为单位)为

$$E_1 = a\beta \int_0^{\xi_0} \left(\chi + 0.3\frac{p^2}{\chi}\right) \frac{p^3}{(1+bp)^3} \xi^2 d\xi, \tag{7}$$

其中

$$\chi = 1 - \frac{g\phi}{m_0}, \tag{8}$$

为以 $m_0$ 为单位的核子有效质量. 标量介子场能量(也以核子的静止能量为单位)为

$$E_2 = \frac{\beta}{2} \int_0^{\infty} \left[\left(\frac{d\chi}{d\xi}\right)^2 + (1-\chi)^2\right] \xi^2 d\xi, \tag{9}$$

原子核的总能量为

$$E = E_1 + E_2, \tag{10}$$

每核子结合能为

$$\frac{B}{A}\,(\text{MeV}) = 938\left(1 - \frac{E}{A}\right), \tag{11}$$

基态原子核要求在 $A$ 不变的条件下 $E$ 取极小值．这表现为 $E$ 的条件变分为零．对 $\chi$ 变分得

$$\frac{d^2\chi}{d\xi^2} + \frac{2}{\xi}\frac{d\chi}{d\xi} - \chi = \frac{\alpha p^3}{(1+bp)^3}\left(1 - 0.3\frac{p^2}{\chi^2}\right) - 1, \tag{12}$$

对 $p$ 变分得

$$2bp^3 + 5p^2 + 10\chi(\chi - \chi_0) = 0, \tag{13}$$

$\chi_0$ 为拉氏乘子，条件(13)使(12)成为只含一个未知函数 $\chi(\xi)$ 的常微分方程，$\chi_0$ 为参数．

要求核物质在 $r_0 = 1.2049$ fm 处达到平衡，且每核子的结合能为 15.677 MeV[7]，可定得排斥心半径为 $a = 0.57$ fm，并定得 $b = 1.4389$，$a = 8.8196$．代入(12)和(13)，用数值方法在条件(13)下求方程(12)的正规解．即要求 $\chi$ 在 $\xi = 0$ 处有限，在 $\xi = \xi_0$ 处与(12)的齐次方程

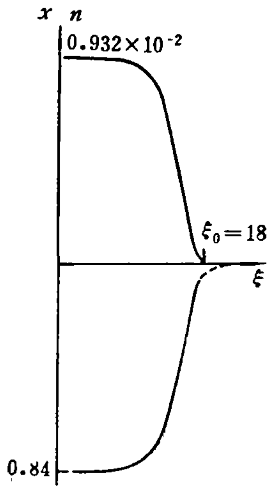
$$\frac{d^2(1-\chi)}{d\xi^2} + \frac{2}{\xi}\frac{d(1-\chi)}{d\xi} - (1-\chi) = 0, \tag{14}$$

在 $\xi = \infty$ 处的正规解

$$\chi = 1 - (1-\chi_0)\xi_0 e^{\xi_0}\frac{e^{-\xi}}{\xi}, \tag{15}$$

平滑相联．为使 $\xi \geqslant \xi_0$ 处核子数密度为零，从而 $p = 0$，在 $\xi = \xi_0$ 处必有 $\chi = \chi_0$，这已反映在(15)的积分常数中．

对给定的 $\xi_0$，只有特定的 $\chi_0$ 值才使方程(12)有正规解．我们对从 9 到 30 的八个不同 $\xi_0$ 值求出了 $\chi_0$ 和 $\chi(\xi)$，并从(13)解得相应的 $p(\xi)$，从(3)得到核子数密度 $n(\xi)$．图①是 $\xi_0 = 18$ 的情形．在核心部份 $n$ 和 $\chi$ 都趋于无限大核物质的相应值，而在边缘部份它们分别单调地趋于零和一．在 $\xi_0$ 取别的值时情形也大抵如此．




图①　$\chi(\xi)$ 和 $n(\xi)$ 的图象 $\xi_0 = 18$
$x$ 的值(1,0.84)，
$n$ 的值 $(0.932\times10^{-2},0)$

将(9)作分部积分并利用方程(12)，标量介子场能可用核子的量表出：

$$E_2 = \alpha\beta\int_0^{\xi_0}\frac{p^3}{(1+bp)^3}\left(1 - 0.3\frac{p^2}{\chi^2}\right)\frac{1-\chi}{2}\xi^2 d\xi. \tag{16}$$

将(6)，(7)和(16)代入(11)，与未知量 $m_s$ 有关的量 $\alpha\beta$ 恰约去，每核子结合能 $\frac{B}{A}$ 可用解得的 $\chi(\xi)$ 和 $p(\xi)$ 代入(6)，(7)和(16)的积分中求得．另一方面，如果原子核可像液滴那样，把能量分成体积能和表面能，每核子结合能应能表成

$$\frac{B}{A} = E_v - E_s A^{-1/3}. \tag{17}$$

将(6)代入此式得

$$\frac{B}{A} = E_v - E_s(\alpha\beta)^{-1/3}J^{-1/3}, \tag{18}$$

其中

$$J = \int_0^{\xi_0} \frac{p^3}{(1+bp)^3} \xi^2 d\xi \tag{19}$$

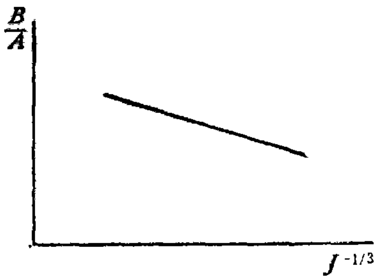



图 2 数值计算得到的 $\frac{B}{A} - J^{-1/3}$ 关系

可由解得的 $p(\xi)$ 代入积分求得. (18)表明 $\frac{B}{A}$ 与 $J^{-1/3}$ 间有直线关系. 这条直线在 $\frac{B}{A}$ 轴上的截距即每核子的体结合能,斜率 $-\sigma$ 与表面能 $E_s$ 和 $S$ 介子的质量 $m_s$ 有关系

$$E_s m_s = \left(\frac{8}{3\pi}\right)^{1/3} m_0 \sigma \tag{20}$$

对已解出 $\chi$、$p$ 的八个核求出 $\frac{B}{A}$、$J$, 得 $\frac{B}{A} - J^{-1/3}$ 的图象如图 2. 这确是一条很好的直线, 表明这一理论确实反映了原子核有如液滴, 结合能可分解成体积能和表面能之和的基本事实. 根据数值计算达到的精度,仍用四次多项式按最小二乘法符合这八对数据得

$$\frac{B}{A}(\text{MeV}) = 15.677 - 9.8641J^{-1/3} - 1.5265J^{-2/3} + 1.4263J^{-1} + 0.1568J^{-4/3}. \tag{21}$$

可以看出, $J^{-1/3}$ 的二次以上的修正项确实很小. 在 $\frac{B}{A}$ 一轴上的截距恰为无限大核物质中每核子的结合能,这可当作对理论和计算的一个检验.

取液滴模型的表面能值[7]: $E_s = 18.56\text{MeV}$, 由(21)读得 $\sigma = 9.8641$, 取 $m_0 = 938$ MeV, 由(20)得 $S$ 介子的质量为

$$m_s = 472 \text{ MeV}.$$

由(18)还可得

$$\alpha\beta = \left(\frac{E_s}{\sigma}\right)^3 = 6.66133, \tag{22}$$

利用(6)式和 $\alpha\beta$ 的值,(21)式变为

$$\frac{B}{A}(\text{MeV}) = 15.677 - 18.56A^{-1/3} - 5.4044A^{-2/3} + 9.5010A^{-1} + 1.9650A^{-4/3}, \tag{23}$$

其中第一项为体积能;第二项为表面能;以后各项可当作由于表面张力系数与表面曲率有关而引起的修正. 可以看出这种修正很小.

在核力的介子理论中也要引进标量介子. 几乎所有 OBEP 理论都引进一个质量为 400—500 MeV 的标量介子[5], 而且这个介子在解释二核子系统的行为时是关键的. 我们高兴地看到 $S$ 介子的质量正好落在这个范围内, 或许存在着以 $S$ 介子为基础统一解释复杂核和少数核子系统的可能性.

在这个工作接近完成时, 作者看到了 Serber 的论文[8]. Serber 也用 $L$ 的理论研究有限原子核,并且也采用了 Thomas—Fermi 方法和 Van der Waals 近似. 不同的是,他仍以二体核力为基础,标量介子场是作为一种等效的计算工具引进来的,目的是建立一个简单的核模型. 本文则认为在复杂核中起决定作用的就是真实的标量介子场本身, 希望研究

这种场与原子核的性质间的真实关系．标量介子场与核子质量同为 Lorentz 变换下的不变量，在相对性拉氏函数中它表现为核子质量的附加项，它与核子的作用直接导致核子的质量亏损．本文与 $L$ 一样如实地这样处理核子与标量介子场的作用．Serber 则把标量介子场与核子的作用直接代到非相对性拉氏函数中，从而未能考虑它的特点．这就不能不影响他的理论的正确性和计算的结果．他得到的标量介子的质量为 290 MeV，与其它方面提供的标量介子的实验知识都联系不上，可能就是这一原因造成的．如上所述，我们的结果在这一点上尚令人鼓舞，提示应沿这个方向进一步工作．

## 参　考　文　献

[1] 李政道，1974 年在北京的科学报告．
[2] T. D. Lee and G. C. Wick, *Phys. Rev.*, **D9** (1974), 2291.
[3] T. D. Lee, *Rev. Mod. Phys.*, **47**,(1975), 267.
[4] Particle Data Group, *Rev. Mod. Phys.*, 48 No. 2 Partii (1976).
[5] K. Erkelenx, *Phys. Rept.*, **13c** (1974), 191.
[6] Bohr and Mottelson, ''Nuclear Structure'' (Benjamin, New York, 1969), 256.
[7] W. D. Myers and W. J. Swiatecki, *Nucl. Phys.*, **81** (1966), 1.
[8] R. Serber, *Phys. Rev.*, **C14** (1976), 718.

# SURFACE ENERGIES OF ATOMIC NUCLEI AND THE MASS OF THE SCALAR MESON

ZHANG QI-REN
(*Beijing University*)

ABSTRACT

Assuming that the nuclear binding is dominated by a real scalar meson field, the mass of this meson is calculated to be 472 MeV from the nuclear surface tension coefficient, by Thomas-Fermi method and Van der Waals approximation. The agreement between this value and the mass of a chief scalar meson in the OBEP theory of nuclear force indicates that a more serious investigation of above assumption should be valuable.