第3卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 3, No. 1
1979年1月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Jan., 1979

高能多粒子产生中各种介子的比例
——一种统计夸克模型

王 政 之
（山东大学）

摘 要

本文提出了一种统计夸克模型，将夸克模型和统计热力学模型结合在一起，计算了小纵动量区域内产生的各种介子的相对多重性，得到了同实验一致的结果.

一

最近在 CERN 做的实验[1]分析了各种非奇异介子的比例，估计了“直接”产生的 π 介子所占的份额. 它引起了巨大的兴趣[2]. 测量各种介子的比例能对多粒子产生的各类模型提供灵敏的检验. Anisovich 和 Shekhter[3] 用简单的夸克模型预言了各种强子的相对产额. 在中心区域他们预言 $\eta/\omega = 0.14$, $\eta'/\eta = 1.7$, 但实验上 $\eta/\omega = 0.39 \pm 0.03$, $\eta'/\eta = 0.05$—0.10, 理论与实验偏离很大. 文献[3]认为高能碰撞时在快度中心区产生许多夸克-反夸克对，它们达到统计平衡，这些夸克、反夸克然后组成强子放出来. 强子产生的相对几率由它的夸克结构决定. 考虑到 $SU(3)$ 对称性的破坏，作者还引进奇异夸克抑制参数 λ. 这些观点看来是合理的. 但作者把夸克组成的强子限于介子 35 重态和重子 56 重态，这就导致 f 介子的产额为零，而实验上 $f/\rho^0 = 0.21$[1]. 作者也没有考虑在统计平衡时粒子质量不同所带来的影响. 关于介子与重子的比，作者的处理是欠严格的，同实验比较时偏离也相当大. 本文提出一个新的统计夸克模型，计算了直接产生的介子的相对产额，得到了同实验比较接近的结果.

二

我们的模型包含以下几点假设:

(1) 强子碰撞时在快度中心区首先形成一个体积为 V_0 由夸克反夸克对组成的火球(这里暂不考虑自由夸克能否跑出来的问题. 把夸克反夸克限制在 V_0 之内好象放在一个袋子里一样)，它们互相碰撞达到统计平衡.

夸克自旋是$\frac{1}{2}$，它们遵守费米统计，因此[4]

本文 1978 年 4 月 22 日收到.

$$n_i = \bar{n}_i = \frac{1}{\pi^2} V_0 T^3 F_+\left(\frac{m_i}{T}\right), \quad i = \mathrm{u, d, s} \tag{1}$$

式中 n_i 是味道为 i 的夸克的数目，$\bar{n}_i$ 是相应的反夸克的数目，T 是温度，$F_+(m_i/T)$ 是文献[4]中用过的一类特殊函数.

(2) 味道不同的各类夸克的产生几率比例于相应的夸克数：

$$\frac{P_i}{P_j} = \frac{n_i}{n_j} = \frac{F_+(m_i/T)}{F_+(m_j/T)}, \tag{2}$$

P_i 是味道为 i 的夸克的产生几率.

奇异夸克的抑制是 P_s 小于 P_u 造成的. 令抑制参数 λ 为二者之比

$$\lambda \equiv \frac{P_s}{P_u}. \tag{3}$$

夸克质量通常取为 $m_u = m_d = 336\mathrm{MeV}$, $m_s = 540\mathrm{MeV}$[5]，温度 T 同文献[4]，即 $T = W^{1/4}/\alpha$，W 是质心系总能量，$\alpha = 8.62(\mathrm{GeV})^{-3/4}$. 对于入射动量为 16GeV/c 的 πp 散射，$T = 137.6\mathrm{MeV}$，这时由(3)式算得 $\lambda = 0.38$. 这样，用处理 e^+e^- 多强子湮灭和大横动量强子产生问题时用过的同一个参数 α，即可经公式(2)(3)定出奇异夸克抑制参数 λ（而在文献[3]中它是实验资料来定的一个可调节参数）. 同时还可算出 $P_u = P_d = 0.42$，$P_s = 0.16$.

(3) 关于介子和重子产生的相对几率

把介子M和重子B的波函数写为

$$\mathrm{M} = \sum_{ij} C_{\mathrm{M}}^{ij} q_i \bar{q}_j, \quad \mathrm{B} = \sum_{i,j,k} C_{\mathrm{B}}^{ijk} q_i q_j q_k.$$

如 $\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$，$C_{\pi^0}^{u\bar{u}} = -C_{\pi^0}^{d\bar{d}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$，$C_{\pi^0}^{s\bar{s}} = 0$. 由于夸克的产生是统计独立的，所以一个夸克 q_i 与一个反夸克组合在一起的几率是 $P_i\bar{P}_j$，三个夸克 $q_iq_jq_k$ 组合在一起的几率是 $P_iP_jP_k$. 另一方面，从色空间看，每种味道的夸克可以有三种不同的颜色，但组成的强子必须是无色的（白的）. 这样，介子的色组态便不是 9 种，而只有三种，即仅有1/3对应于白介子. 重子的色组态只有 $3/27 = 1/9$ 对应于白重子. 由于统计性的制约，重子中的三个味夸克只能组成 $8\oplus10$ 重态，而不是 27 重态，组成重子的可能性为 $18/27 = 2/3$. 总起来看，产生介子和重子的相对几率之比应为

$$\frac{P_{\mathrm{M}}}{P_{\mathrm{B}}} = \frac{9}{2} \cdot \frac{\sum_{ij} (C_{\mathrm{M}}^{ij})^2 P_i \bar{P}_j}{\sum_{ijk} (C_{\mathrm{B}}^{ijk})^2 P_i P_j P_k}. \tag{4}$$

再考虑到强子 c 的自旋 J_c，于是统计权重 g_c 为

$$g_c = (2J_c + 1)P_c, \quad c = \mathrm{M, B}.$$

(4) 由夸克和（或）反夸克组成的强子也达到统计平衡. 这时产生的强子 c 的数目 n_c 为

$$n_c = \frac{g_c}{2\pi^2} V_c T^3 F_\pm(m_c/T).$$

进一步假定 $V_a/V_c = m_a/m_c$，即重的强子要求较大的平衡体积．这样，不同强子数目之比便是

$$\frac{n_a}{n_c} = \frac{g_a m_a F_\pm(m_a/T)}{g_c m_c F_\pm(m_c/T)}. \tag{5}$$

为了简单,我们假定这儿的温度同前边采用的温度是一样的．

简言之，这是个两阶段（夸克产生与强子产生）都达到统计平衡的模型，它还假定 $V_c \propto m_c$，$T = W^{1/4}/\alpha$．这儿用一个在别处定出来的参数 α 算出抑制参数 λ．

三

计算结果列在表1中．

表 1 对于 16GeV/c πp 碰撞

粒子	相对几率*	$mF(m/T)$	相对产额	$\mathrm{Br}(h\to\pi^-, \eta)$
π^+, π^-	3	247.2	741.6	
π^0	3	242.2	726.6	
K^+, K^-	$3\lambda(1.14)$	186.8	208.0	
$K^{*+}, K^{*0}, \bar{K}^{*0}, K^{*-}$,	$9\lambda(3.42)$	37.2	126.6	$\mathrm{Br}(K^*\to\pi^-) = 4/3$
η	$1+2\lambda^2(1.289)$	154.7	199.0	$\mathrm{Br}(\eta\to\pi^-) = 0.30$
η'	$2+\lambda^2(2.144)$	26.9	57.8	$\mathrm{Br}(\eta'\to\eta) = 0.676$, $\mathrm{Br}(\eta'\to\pi^-) = 0.958$
ρ^+, ρ^0, ρ^-	9	60.07	540.6	$\mathrm{Br}(\rho\to\pi^-) = 2$
ω	9	60.97	548.7	$\mathrm{Br}(\omega\to\pi^-) = 0.912$
ϕ	$9\lambda^2(1.30)$	19.78	25.70	$\mathrm{Br}(\phi\to\pi^-) = 0.17$, $\mathrm{Br}(\phi\to\eta) = 0.02$
$\delta^+, \delta^0, \delta^-$	3	24.64	73.92	$\mathrm{Br}(\delta\to\pi^-) = 1.90$, $\mathrm{Br}(\delta\to\eta) = 3$
A_1^+, A_1^0, A_1^-	9	13.05	117.5	$\mathrm{Br}(A_1\to\pi^-) = 3$
B^+, B^0, B^-	9	6.63	59.68	$\mathrm{Br}(B\to\pi^-) = 3.74$
A_2^+, A_2^0, A_2^-	15	3.39	50.13	$\mathrm{Br}(A_2\to\pi^-) = 2.82$, $\mathrm{Br}(A_2\to\eta) = 0.45$
E	9	2.35	21.13	$\mathrm{Br}(E\to\pi^-)0.71$
f	15	5.62	84.32	$\mathrm{Br}(f\to\pi^-) = 0.60$
ε	3	7.75	24.25	$\mathrm{Br}(\varepsilon\to\pi^-) = 2/3$
$\kappa(1250)$	3λ	5.94	6.76	$\mathrm{Br}(\kappa\to\pi^-) = 4/3$
Q(1300)	9λ	4.50	15.38	$\mathrm{Br}(Q\to\pi^-) = 8/3$
$K^*(1421)$	$15\lambda(5.70)$	2.34	13.33	$\mathrm{Br}(K^*\to\pi^-) = 1.80$, $\mathrm{Br}(K^*\to\eta) = 0.02$
P, $\bar{P}$	$\frac{4}{3}P_u(0.56)$	29.58	16.52	
n, $\bar{n}$	$\frac{4}{3}P_u(0.56)$	29.32	16.40	
$\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-$	$\frac{8}{3}P_u(1.12)$	6.55	7.33	$\mathrm{Br}(\Delta\to\pi^-) = 1.33$, $\mathrm{Br}(\Delta\to p) = 1.99$
Σ^*_{1385}	$\frac{8}{3}P_s(0.426)$	2.73	1.16	$\mathrm{Br}(\Sigma^*\to\pi^-) = 1$
Λ^*_{1405}	$\frac{4}{3}P_s(0.213)$	2.54	0.54	$\mathrm{Br}(\Lambda^*\to\pi^-) = 1/3$
N^*_{1470}	$\frac{4}{3}P_u(0.56)$	1.88	0.11	$\mathrm{Br}(N^*\to\pi^-) = 1.02$

* 这儿采用文献[3]的取法．

为了计算总的π^-介子的数目,必须考虑共振态衰变的贡献．我们采用公式

$$n_{\pi^-}^{总} = n_{\pi^-} + \sum_{h} n_h \cdot \mathrm{Br}(h \to \pi^-). \tag{6}$$

式中 $\mathrm{Br}(h \to \pi^-)$ 是强子 h 衰变为 π^- 介子的"加权"分支比，

$$\mathrm{Br}(h \to \pi^-) = \sum_{X} \mathrm{Br}(h \to X) \cdot N_{\pi^-}(X).$$

X 代表不同的衰变道，$\mathrm{Br}(h \to X)$ 是强子 h 衰变为末态 X 的分支比，$N_{\pi^-}(X)$ 是末态 X 中包含的 π^- 介子的数目．例如 $A_2^- \to \rho^0\pi^-, \rho^0 \to \pi^+\pi^-$，已知 $\mathrm{Br}(A_2^- \to \rho^0\pi^-) = \frac{1}{2} \times 70.9\%$，但 $\rho^0\pi^-$ 中包含两个 π^- 介子，而在 $A_2^- \to \rho^-\pi^0$ 道中末态只有一个 π^- 介子，故 $\mathrm{Br}(A_2^- \to \pi^-) = \mathrm{Br}(A_2^- \to \rho^0\pi^-) \times 2 + \mathrm{Br}(A_2^- \to \rho^-\pi^0) = \frac{1}{2} \times 70.9\% \times 2 + \frac{1}{2} \times 70.9\% = \frac{3}{2} \times 70.9\%$．在用 (6) 式计算高共振态对 $n_{\pi^-}^{总}$ 的贡献时我们略去了 $m > 1470\mathrm{MeV}$ 的强子的贡献．因为 m 愈大，函数 $F(m/T)$ 愈小（使得 $mF(m/T)$ 也很小），重的粒子数目很少，故对 π^- 的贡献也就很小．强子的质量和衰变分支比的数据均取自文献[6]． 衰变分支比不清楚的粒子，如 D(1285)，没有计算在内．

对于 $W = 53\mathrm{GeV}$ 的 pp 碰撞，$T = 313.8\mathrm{MeV}$，算得 $\lambda = 0.764$．查函数 $F_\pm(3)$ 表知 $F_-(m_{\pi^0}/T) = 2.214$，$F_-(m_\eta/T) = 1.214$，因此 $\pi^0/\eta = 0.60$． 类似地，还可算得 $\mathrm{K}^{*0}/\rho^0 = 0.69$．

与实验的比较见表 2．

表 2 （对快度中心区）

比　例	本文结果	实验(对中心区)[1]结果		Anisovich 的预言[3]
ω/ρ^0	1.03	0.9—1.0	16GeV/c 动量下 πp 碰撞	1
η/ω	0.36	0.39 ± 0.03		0.14
ϕ/ρ^0	0.05	$\lesssim 0.1$		0.11
f/ρ^0	0.16	0.21 ± 0.03		0
$\pi^-/\pi^-_{总}$	0.20	0.1—0.3		0.07
$\eta'/\eta_{总}$	0.12	~0.05—0.10		1.7
η/π^0	0.67	0.55 ± 0.11	~1500GeV/c 动量下 pp 碰撞	0.407
K^{*0}/ρ^0	0.69	0.5 ± 0.2		0.33

从上面的比较中可以看出本文提出的模型比 Anisovich 模型有了显着的改进，与实验符合较好．通常的统计模型不考虑强子的内部结构，不可能对 η/ω 和 η'/η 同时给出正确的预言；而 Anisovich 模型没有考虑强子质量不同带来的影响，因而理论同实验有相当大的偏离．只有同时考虑二者的影响才能给出正确的结果．

感谢数学系文涛同志在计算上给予的帮助．

参　考　文　献

[1] H. Kirk et al., *Nucl. Phys.*, **B128**(1977), 397; J. Bartke et al., *Nucl. Phys.*, **B118**(19771), 360; M. Deutschmann et al., *Nucl. Phys.*, **B103** (1976), 426; G. Jancso et al., *Nucl. Phys.*, **B124**(1977), I.

[2] H. Bohr and H. B. Nielsen, *Nucl. Phys.*, **B128**(1977), 275; N. H. Fuchs, *Lett. Nuo. Cim.*, **20**

(1977), 103.
[3] V. V. Anisovich and V. M. Shekhter, *Nucl. Phys.*, **B55**(1973), 455.
[4] 王政之、李春昱，科学通报，**8** (1975), 367;
王政之，科学通报，**7** (1977), 302.
[5] A. Knoth, *Lett. Nuo. Cim.*, **19**(1977), 309.
[6] Particle Data Group, *Rev. Mod. Phys.*, **48**(1976), 2.

ON MESON RATIOS IN MULTIPARTICLE PRODUCTION AT HIGH ENERGY——A STATISTICAL QUARK MODEL

WANG CHENG-CHIH
(*Shandong University*)

ABSTRACT

A statistical quark model is proposed which combines the quark model with the statistical thermodynamical model. The relative multiplicity of different mesons produced in the small longitudinal momentum region is calculated. The result is in agreement with the experimental data.