

一种双周期加速结构

周立农 谢家磨

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文对一种使用箭型耦合腔的双周期加速结构进行了研究。这种结构具有制造较易、公差较松、馈电方便和导热较好等优点。文中给出结构的一些特性，并为具体加速器设计提供了主要的依据。

一、引 言

双周期 $\pi/2$ 模驻波边耦合腔加速结构^[1]具有高分路阻抗、高群速、高稳定性等一系列优点，是当前最有效的质子和电子直线加速器的加速结构。自六十年代后期 Knapp 等人为了建造介子工厂而研制成功之后，迅速得到了广泛的采用。但是，边耦合腔加速结构是非轴对称的，它的制造需要复杂的加工及钎焊程序。因此，许多国家的实验室都进行了改进的研究。如 Schriber 等^[2]和 Kihuchi 等^[3]研究了耦合腔位于轴线上（“在线”）的双周期结构；Bensussan 等^[4]发展了“在线”的三周期结构。“在线”双周期耦合腔加速结构，一方面降低了分路阻抗；同时，耦合腔也不能避免加速器束流的激发而使加速场受到干扰。“在线”的三周期结构虽然比“在线”的双周期结构分路阻抗稍高，但在电场平坦度和相位稳定性上却都远为逊色^[5]。更为理想的结构显然是使用轴对称的不“在线”的环耦合腔。这种几何形状允许较强的耦合，既可得到较好的性能，又可简化加工程序，避免束流激发。Knapp^[1]早期曾试图使用 TM_{020} 模的不“在线”耦合腔，但因公差要求过高而放弃。Кульман^[6]发展了一种环耦合腔，但占用空间较大，不便于馈电和导热，最近 Tran^[7]发表

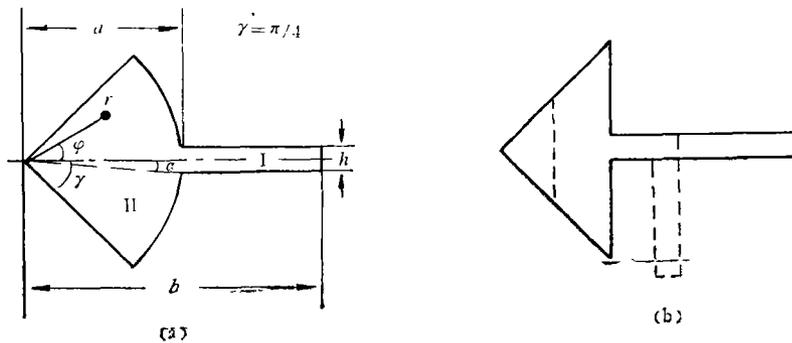


图1 箭型耦合腔截面形状示意图

了体积较小的轴对称的耦合腔结构,但也有馈电和导热的困难.而且,以上都使用了加载耦合腔,谐振频率对加载部分的尺寸非常敏感.这里我们研究了一种采用箭型截面的不“在线”的环耦合腔加速结构(见图1(a)),箭头部分与加速腔相耦合,窄长的箭杆占用尽量少的空间,以便馈电和导热.同时,它不是加载腔,故加工公差要求较低.为了进一步简化加工,我们也进行了把箭头弧线改为如图1(b)所示直线的实验.因这两种型式的电磁场分布基本相似,故下面主要讨论(a)型腔的试验结果.文中首先对箭型耦合腔的电磁场分布,特征方程及加工公差等做了数学分析并加实验检验;然后使用箭型耦合腔和加速腔组成腔列,测量了不同耦合孔大小的分路阻抗、耦合系数、谐振频率、终端效应等等一系列的数据,以为进行加速器设计的参考.

二、箭型耦合腔

箭型耦合腔的设想是根据下面的考虑产生的.首先,我们知道两个谐振腔如以半径为 a 的小圆孔耦合,则耦合系数可近似地写做^[6]:

$$k = \frac{4a^3(\bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2 - 2\bar{H}_1 \cdot \bar{H}_2)}{3 \sqrt{\iiint E_1^2 d\tau} \iiint E_2^2 d\tau} \quad (1)$$

式中足标 1、2 表示加速腔、耦合腔; E 、 H 表示电场、磁场.我们知道加速腔电场集中于轴心部分,故如两腔耦合于加速腔外缘,则该处 E_1 较小而 H_1 较大^[9].为了使两腔之间开孔不大而耦合较强,由上式可以看出,必须要求耦合腔 H_2 有较大的方位角分量而耦合孔处 E_2 则应尽可能小,以免磁、电耦合相互抵销.另外,我们要求耦合腔谐振频率对尺寸不象加载腔那样敏感,但同时又占据较少的空间以利于馈电和导热.以上就是我们寻找较好腔型的指导原则.

一个近似的解析的特征方程对探讨形状、尺寸和谐振频率的关系是很有帮助的.为此,我们在忽略腔的曲率影响的二维近似下,推导出下面通过调正参数可以改变几何形状的特征方程(见附录):

$$\frac{\alpha}{\gamma} \left\{ \frac{J_0(ka)}{J_1(ka)} - 2 \sum_1^{\infty} \left(\frac{\sin 4n\alpha}{4n\alpha} \right)^2 \frac{J_{4n}(ka)}{J'_{4n}(ka)} \right\} = -\cot k(b-a) \quad (2)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 为自由空间波长,其他符号参阅图 1(a).可以看出:在 α 与 γ 接近相等时, ka 很小,腔的截面接近矩形; b 与 a 相等,腔的截面接近扇形.这两种情况截面积都较大;而在 $\alpha \ll \gamma$ 时,截面积较小.图 2 曲线是 $\alpha = 0.109$, $\gamma = 0.785$, $a = 23\text{mm}$ 时式(2)的解.它给出不同 b 值的谐振频率.在 $b/a \leq 2$ 附近计算结果与实验测量符合在 5% 以内,可供设计时初步确定 b 值之用.曲线的斜率为:

$$\frac{d(ka)}{d(b/a)} = \left(\frac{2\pi a^2}{c} \right) \left(\frac{df}{db} \right) \quad (3)$$

式中 c 为光速.由上式即可确定箭型腔最敏感尺寸 b 的公差.图中曲线在 $b/a = 2.13$ 处的斜率为 0.99,故可得 $df/db = -90\text{MHz/mm}$.实验值则为 -88MHz/mm .加载腔的频率敏感程度随加载轻重而异,但一般情况下频率对加载部分尺寸的变化率是较此为大的.

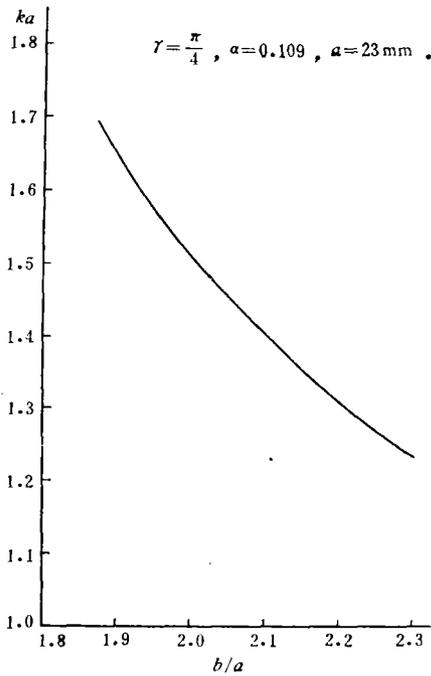


图 2 箭型耦合腔的特征方程的解

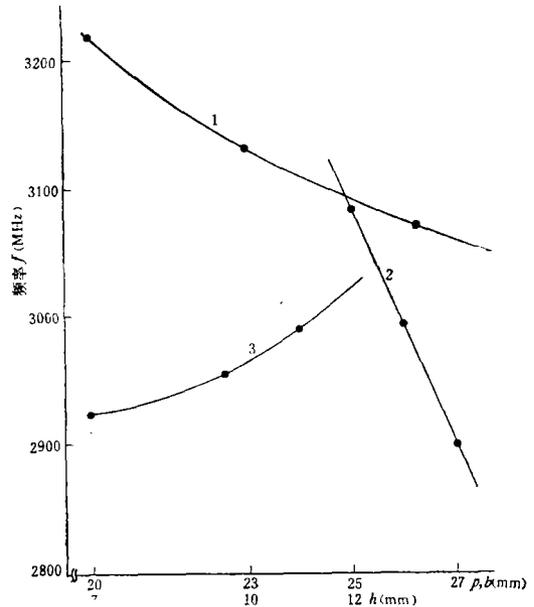


图 3 箭型腔的谐振频率与参数 a, b 及 h 间的关系

曲线 1: $f \sim a$ 曲线, $b = 45 \text{ mm}, h = 5 \text{ mm}$
 曲线 2: $f \sim b$ 曲线, $a = 26 \text{ mm}, h = 5 \text{ mm}$
 曲线 3: $f \sim h$ 曲线, $a = 23 \text{ mm}, b = 48 \text{ mm}$

上面图 3 给出实验测定的箭型腔谐振频率随各尺寸变化的曲线, 可以看出: $f \sim b$ 曲线斜率最大, 因此, 在各尺寸中 b 是最为关键的尺寸。

根据附录的推导, 在图 4 给出了箭型腔的近似电磁场分布 H_z, E_r, E_φ 曲线。实验点是根据下式用微扰法测量的^[10]:

$$|E(r, \varphi)| = \sqrt{\left(\frac{\Delta f}{f_0}\right) \frac{1}{k_1}} \quad (4)$$

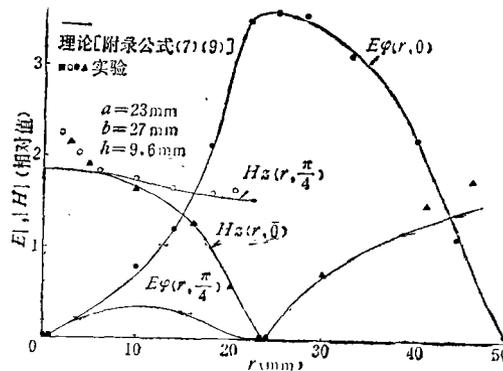


图 4 箭型腔的电磁场分布

$$|H(r, \varphi)| = \sqrt{\left[\left(\frac{\Delta f}{f_0} \right)_{\text{介}} \left(\frac{k_2}{k_1} \right) - \left(\frac{\Delta f}{f_0} \right)_{\text{金}} \right] \frac{1}{k_3}} \quad (5)$$

式中 k_1 与 k_2 、 k_3 是和介质与金属微扰体形状、材料、尺寸有关的常数因子； $(\Delta f/f_0)_{\text{介}}$ 是介质微扰体引起的相对谐振频率变化； $(\Delta f/f_0)_{\text{金}}$ 是金属微扰体引起的相对谐振频率变化。

图4中 $|H_z(r, \varphi)|$ 曲线与实验点在 $r = 0$ 和 50 处偏离较大，这一方面是由于曲线是根据二维近似计算的，忽略了曲率的影响；另一方面，微扰体在两端的镜象效应也影响了测量的准确度。在其他区域，计算曲线与实验值符合很好。从图中的电磁场分布，可以看出在以后打算开耦合孔的位置 ($r \approx 10\text{mm}$)，确是 H_z 较大且变化平缓，而 E_φ 较小，满足前述的两腔耦合较好的要求。

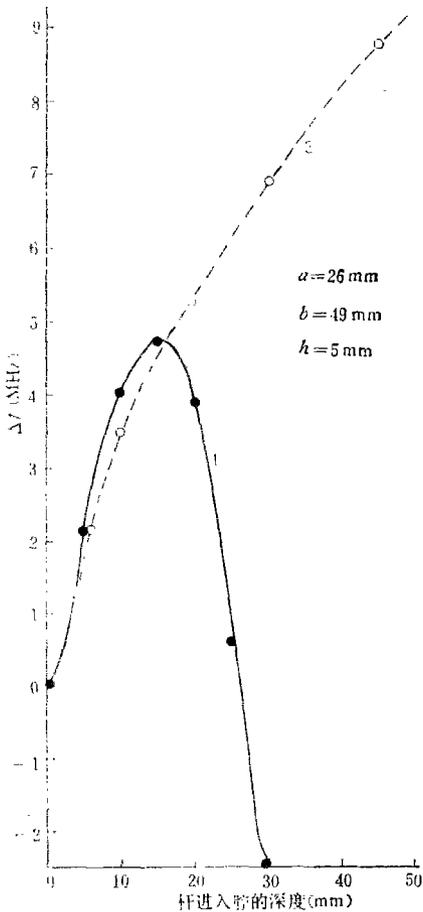


图5 箭型腔谐振频率的变化与调谐杆深度的关系曲线

- 1——杆与箭型腔半径之间夹角为 0° ，
2——为 45° ，调谐杆为 $\phi 3$ 的铜杆

加速腔与耦合腔的耦合由位于两腔之间的两个方位角相差 180° 的腰子形耦合孔来完成。每个腔的两侧耦合孔位置相差 90° 。孔的径向宽度为 10mm 。相应于不同的耦合系数，方位角方向的孔长不同。采用这样的耦合孔安排，可使在耦合系数较大的情况也能

图5给出以铜杆(调谐杆)沿耦合腔半径方向和与半径成 45° 方向插入腔内引起的频率变化。这可用于频率微调装置的设计。根据图4曲线，耦合腔外缘电场为零而磁场最大，故偏斜插入的调谐杆主要扰动磁场而使谐振频率单调地上升(曲线2)。使用垂直插入的调谐杆，最初同样是扰动磁场使频率上升，但当插入较深时，开始扰动电场，最后，电场扰动成为主导，插入深度继续增加，谐振频率反而降低了。使用偏斜和垂直调谐杆，调谐范围分别为 10MHz 及 5MHz 左右。在进行后面将要讨论的使腔列通带汇合的实验时，调谐杆是很方便的。但因箭型腔本身非加载结构，谐振频率对尺寸公差不太敏感，故正式加速器可不须使用调谐装置。

三、加速结构

工作在 $\pi/2$ 模的具有箭型耦合腔的加速结构的基本单元如图6所示。单元由提供加速场的加速腔和起耦合作用的耦合腔两部分所组成。

加速腔的尺寸是根据 Hoyt^[9] 采用 LALA 程序对无耦合孔的腔的计算结果再按波长比例关系确定的，但为避免鼻锥电场过于集中，将该处曲率半径稍为放大。耦合腔尺寸根据图2曲线确定。加工后再按照实测的加速腔频率及已知的 df/db 值，将耦合腔调至色散曲线接近汇合。

保持加速场沿方位角的均匀性，同时，减少了相邻加速腔间和相邻耦合腔间的直接耦合，避免引起色散曲线的畸变。

增大耦合孔尺寸，可以增大耦合系数，增加模式的频率间隔，使加速结构更为稳定，但同时也增加了损耗而使有效分路阻抗降低，导致色散曲线的不对称性，引起腔的谐振频率的下降。以上关系截至目前还不能从理论上计算，必须由模型实验测定，以为进行具体加速器设计的依据。

下面实验使用的模型是用黄铜材料在数控车床上加工制成的。基本单元由两个半加速腔和一个耦合腔组成。（图 6）三个或四个单元叠加成为一个腔列模型。

四、实验结果

1. 分路阻抗

对电子或质子而言，分路阻抗的定义是^[9]：

$$ZT^2 = \frac{1}{D} \left[\frac{(\Delta\varepsilon)^2}{P} \right]. \quad (6)$$

式中 Z 为单位长度的分路阻抗， T 为渡越时间因子， D 为腔长， $\Delta\varepsilon$ 为粒子通过腔的能量增益， P 为腔内的功率损耗。根据上式及 Slater 微扰公式可得^[11]：

$$\frac{ZT^2}{Q_0} = \frac{240\lambda_0 D}{F\delta v} \left\{ -\frac{\delta f(0)}{f} \right\} \left[\frac{1}{D/2} \times \int_0^{D/2} \left\{ \frac{\delta f(z)}{\delta f(0)} \right\}^{\frac{1}{2}} \cos \frac{\pi z}{D} dz \right]^2. \quad (7)$$

式中 F 为微扰体的形状因子， δv 是微扰体的体积。

我们使用了不同的材料，形状和尺寸的微扰体进行了测量。对无耦合孔的加速腔而言，结果如图 7 所示。由此可算得 $ZT^2/Q_0 = 54.5\Omega/cm$ ，与理论计算值^[9]很好地吻合。当

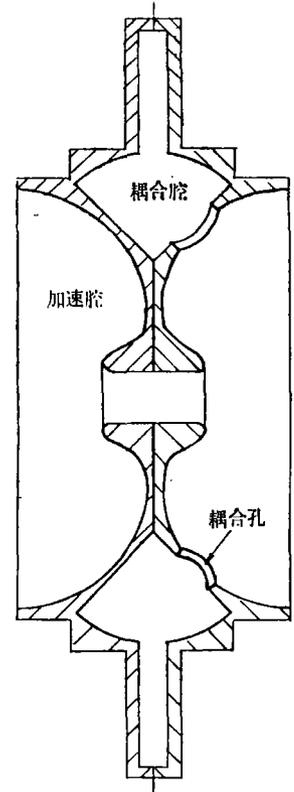


图 6 基本单元结构示意图

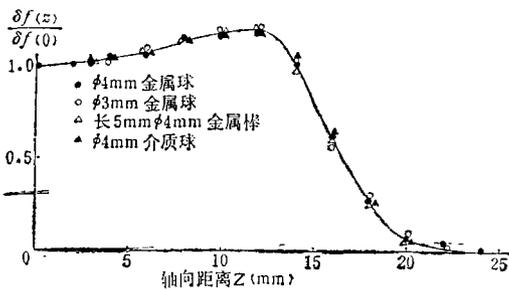


图 7 无耦合孔时加速腔轴向电场随轴向距离变化的曲线

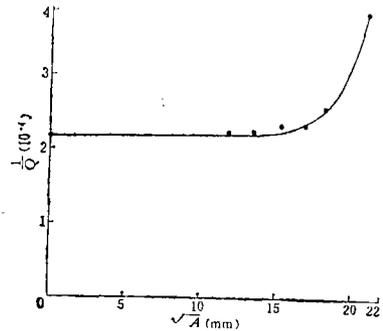


图 8 腔列 $\pi/2$ 模的 $(\frac{1}{Q})$ 随 \sqrt{A} 的变化关系

耦合孔逐渐扩大时,最初 ZT^2 基本不变,但超过一定限度后,腔的功率损耗急剧增加, Q 值明显下降, ZT^2 将显著变低.图8中曲线表示测量的 $1/Q$ 随耦合孔面积的平方根 \sqrt{A} 变化的情况,这是在工作在 $\pi/2$ 模的腔列中测量的.由图可以看出:尽管大的耦合孔有利于腔列的稳定性,但分路阻抗的下降限制了过大的耦合孔的采用.众所周知,可拆卸的谐振腔列的 Q 值测量,与盖板压力,接触面情况和腔表面状态等等因素都有关系,故误差较大,所得结果,只能作为初步的参考.

2. 耦合系数

双周期耦合腔列的色散方程可写成如下形式^[12]:

$$k_1^2 \cos^2 \varphi = \left(1 + k_2 \cos 2\varphi - \frac{f_1^2}{f^2}\right) \left(1 + k_3 \cos 2\varphi - \frac{f_2^2}{f^2}\right) \quad (8)$$

式中 f_1, f_2 ——加速腔、耦合腔的固有谐振频率, φ ——相邻腔间的相移, k_1 ——加速腔与耦合腔间的耦合系数, k_2 ——加速腔间的耦合系数, k_3 ——耦合腔间的耦合系数, f ——腔列在不同模式下的谐振频率.

由两个基本单元组成的腔列,即有五个模式,可用上式求出 k_1, k_2, k_3, f_1 和 f_2 五个未知数.基本单元数目愈大,模式愈多,应用最小二乘法,可以解出更为准确的数值.实际工作中最感兴趣的耦合系数是 k_1 (以下简称为耦合系数).在 k_1 很小, $f_1 \approx f_2, k_2 \approx k_3 = 0$ 时,上式可近似为:

$$k_1 \approx \frac{f_\pi^2 - f_0^2}{f_\pi^2 + f_0^2} \approx \frac{f_\pi - f_0}{f_{\pi/2}} \quad (9)$$

式中 f_0, f_π 和 $f_{\pi/2}$ 分别代表腔列的 0 模, π 模和 $\pi/2$ 模的频率.

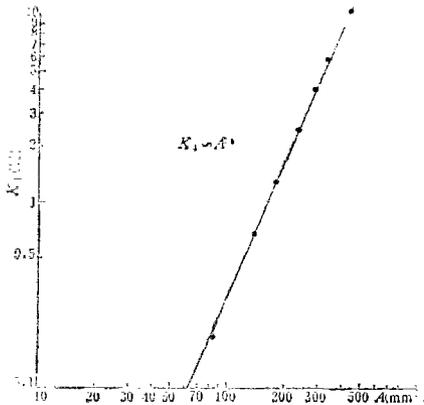


图9 耦合系数 k_1 与耦合孔面积 A 之间的关系曲线

图9曲线给出耦合系数 k_1 与耦合孔面积 A 之间的关系.由曲线斜率可知 k_1 随 A 的 2.4 次方关系增加.这是在具体设计中决定耦合孔大小的依据.另外,根据腔列的等效回路分析^[13]可知:加速场的相对平坦度 $\delta X/X$ 正比于耦合系数的相对变化,故可得:

$$\frac{\delta X}{X} \approx \frac{\delta k_1}{k_1} \approx 2.4 \frac{\delta A}{A} \quad (10)$$

上式又为设计工作中决定耦合孔公差提供了依据.

3. 腔及腔列谐振频率的变化

在加速腔及耦合腔中,开孔的位置都是磁场较强的区域,故根据 Slater 微扰理论可知开孔的结果是使腔的谐振频率下降.但具体下降程度则难以理论计算,而需从实验上测定.图10给出实测的 f_1, f_2 和 $f_{\pi/2}$ 随耦合系数变化的情况.图中 f_1 和 f_2 曲线使用虚线表示,这是因为在耦合孔开大以后,将相邻两加速腔短路来测量耦合腔谐振频率 f_2 ,或将耦合腔短路来测量半加速腔谐振频率 f_1 ,测量结果都与短路情况有关,缺少确切的意义,而腔列的谐振频率 $f_{\pi/2}$ 的测量,却不存在这个问题,故用实线表示.由图可知,尽管使用电子计算机我们可以计算未开孔时腔的谐振频率

准确到小于千分之一，但开孔引起的变化却可达百分之几以上，故在具体设计工作中，选定 k_1 值之后，应按 $\Delta f_{\pi/2}$ 对频率加以适当的修正。

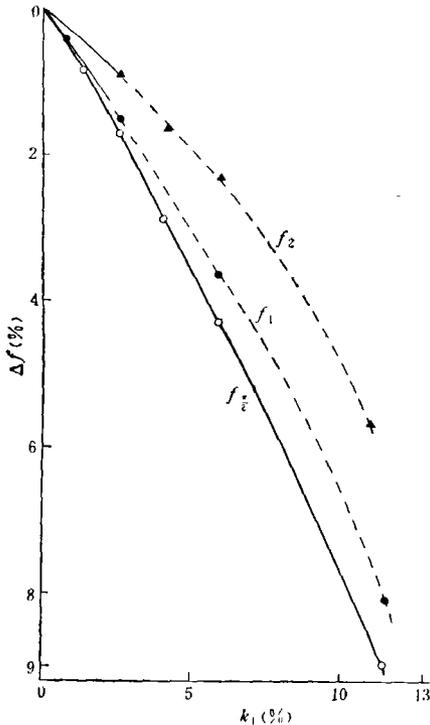


图 10 加速腔频率 (f_1)、耦合腔频率 (f_2) 及腔列频率 ($f_{\pi/2}$) 随耦合系数 k_1 变化的关系
纵坐标表示频率的下降量

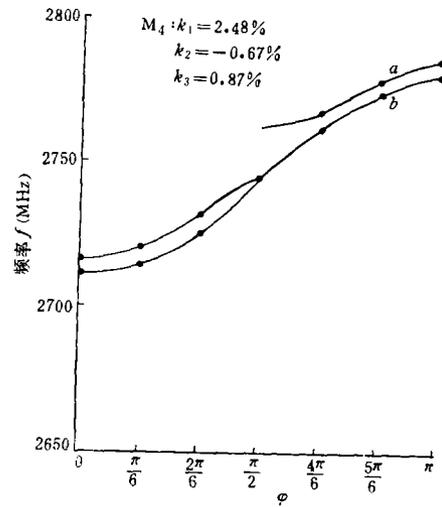


图 11 模型 M_4 色散曲线汇合情况。
“a”——未汇合，禁带宽度=16MHz；
“b”——汇合，禁带宽度=0.1MHz

4. 腔列调整

为了使腔列工作在设计的频率并具有连续的色散曲线（汇合状态），以保证良好的场的平坦度和相位稳定度，腔列的调整是一个重要的环节。

双周期结构一般具有两个通带，分别与加速腔和耦合腔相联系。这两个通带由一禁带隔开。所谓连续的色散曲线即是在 $\pi/2$ 模处两个通带汇合，禁带宽度接近于零。图 11 和图 12 表示汇合前后的情况。图 11 表示用降低耦合腔通带来使之汇合；图 12 则表示用升高耦合腔通带达到汇合的目的。实际的腔列由于各种误差的存在，色散曲线是不可能完全连续的，但 $\pi/2$ 模双周期结构具有高度稳定性的特点，腔列的性能并不会因存在一个很窄的禁带而受到明显的影响。

在进行腔列的色散曲线的测量时，首先需要对每个基本单元进行调整。加速腔及耦合腔的固有频率在耦合孔不大时可用分别短路相邻腔的方法加以测量，单元的 $\pi/2$ 模频率则用将单元两端短路的方法进行测量，要求各单元符合到 $\pm 0.5\text{MHz}$ 以内。然后将这样几个单元叠成腔列，再用调谐杆同步地微调耦合腔，即可测得图 11 和图 12 所示的不同汇合情况的色散曲线。

5. 端面影响

对于腔两侧耦合孔有 90° 方位角变化的由少数单元组成的腔列，使用短路平面（端面）放在加速腔对称面上进行色散曲线测量时，其结果随单元数目而异。腔数愈多， $f_{\pi/2}$ 愈低；另外，耦合系数愈大， $f_{\pi/2}$ 随腔数的变化愈大。下面形式的经验公式可以表示 $f_{\pi/2}$ 随单元数目 N 的变化规律：

$$f_{\pi/2} = a + be^{-c(N-1)} \tag{11}$$

式中 a 、 b 和 c 为由实验确定的常数, 可见无限长的腔列 ($N = \infty$) 的 $f_{\pi/2}$ 即为 a 值, 同时, 可用以算出使用不同单元数目的误差. 实验结果有如图 13 所示. 图中曲线表明, 当使用 3—4 个单元组成腔列进行测量时, $f_{\pi/2}$ 的误差即可保持在万分之一以内.

6. 场的平坦度

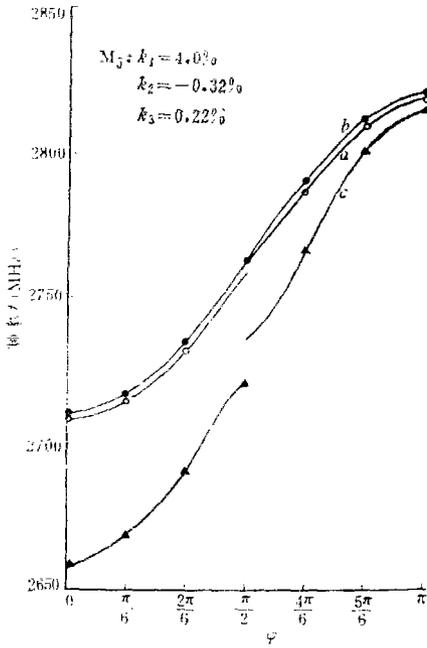


图 12 模型 M_3 的色散曲线汇合情况. 汇合时 (b 曲线) 禁带宽度 = 0.1MHz, c 曲线表示增大耦合孔使 k_1 增大, 禁带宽度 = 16MHz 的未汇合情况

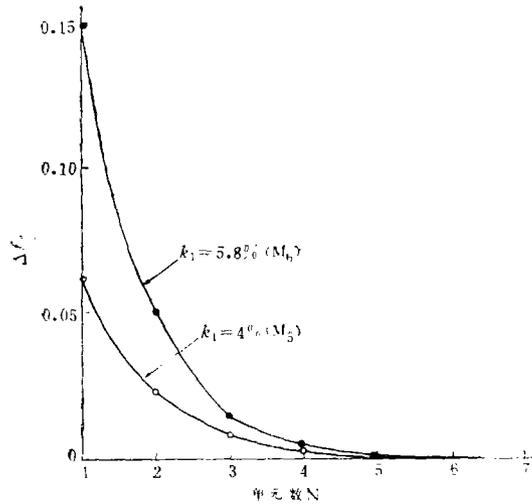


图 13 腔列的工作频率 $f_{\pi/2}$ 与组成腔列的单元数 N 间的关系

双周期 $\pi/2$ 模驻波加速结构的一个主要优点就是腔列中场的稳定性. 根据等效回路的理论分析, 在端腔失谐的腔列中加速腔的场强 X_{2n} 可表为^[1]:

$$X_{2n} = (-1)^n X_0 \left[1 - \frac{n}{2} \Delta_0 \Delta_s \right]. \tag{12}$$

式中 $\Delta_s = 4\Delta\omega_{2n+1}/k_1\omega_0$ 为耦合腔失谐度, $\Delta\omega_{2n+1}$ 为耦合腔角频率与加速腔角频率之差, ω_0 为加速腔角频率, Δ_0 为两端加速腔失谐度. 由式可见: 加速腔的场的倾斜度 ($|X_{2n+2}| - |X_{2n}|$)/ X_0 与耦合腔失谐度成正比例. 在汇合情况, Δ_s 接近于零, 故在微扰的假设下, 端腔失谐不致影响场的平坦度. 端腔失谐 20MHz 的腔列的实验结果如图 14 所示, 即当耦合腔频率 f_2 调到汇合频率 f_1 时, 即便端腔存在失谐, 腔列中间部分两相邻加速腔的场的差异也是微不足道的. 根据(10)式, 耦合孔尺寸误差会导致场强的变化, 因此, 在耦合孔加工时应保证由 $\delta A/A$ 引起的 $\delta X/X$ 可以略而不计, 这一般要求 $\delta A < \pm 1mm^2$.

图 15 表示一个由三个基本单元组成的腔列中轴线上加速电场分布的情况. 实曲线表示色散曲线基本汇合的情况, 虚曲线表示耦合腔失谐 +30MHz 的情况. 由图可见, 两者并无显著的差别. 故在实际制造加速器时, 耦合腔的调谐装置可以不用, 这将进一步简化加工要求. 另外, 不难看出, 两端半腔的场强较高. 这是由于两端短路平面的影响. 加速器设计如采用半腔结尾, 则两端半腔的尺寸应加修正, 才能保持腔列中场的平坦度.

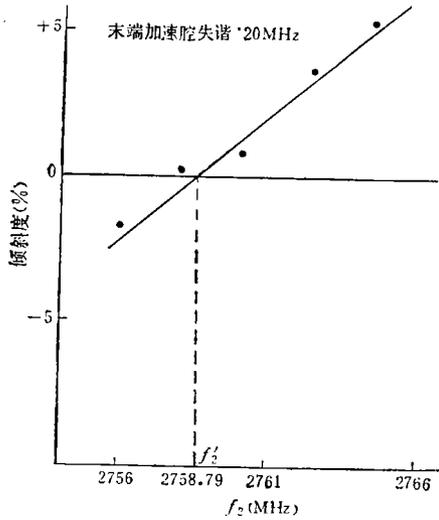


图 14 当腔列端腔失谐时 (模型 M_3), 电场的倾斜度与耦合腔频率(所有耦合腔频率相同)之间的关系

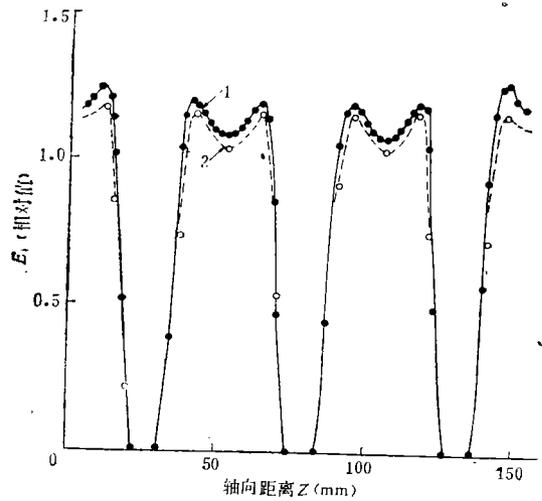


图 15 箭型耦合腔加速结构轴向电场分布图 (1——色散曲线基本汇合, 2——耦合腔失谐 +30 MHz)

最后,我们将关于腔列的一些主要实验结果汇总于下,以供参考。

模型编号	$f_{\pi/2}$ (MHz)	β	k_1 (%)	k_2 (%)	k_3 (%)	ZT^2/Q (Q/cm)	ΔZT^2 (%)	禁带(MHz)
M_2	2831.96	1.00	0.7	-0.17	0.11	55.1	~5	0.61
M_3	2820.64	.99	1.28	-0.32	0.26	"	~5	0.21
M_4	2795.01	.98	2.5	-0.67	0.87	"	~5	0.10
M_5	2761.89	.97	4.0	-0.32	0.22	"	~5	0.10
M_6	2720.50	.95	5.8	—	—	"	~10	16
M_7	2588.10	.91	11.8	—	—	"	~45	—

五、结 语

本文对使用箭型耦合腔的双周期加速结构进行了实验研究。研究表明这种结构可用于直线加速器上,它具有文中所述的一些优点。同时,文中也为具体加速器设计提供了必要的的数据。

这种结构的不足之处是径向尺寸较大。但在一般情况下,加速器负载周期不大,对导热要求不高,我们可将耦合腔箭杆折成直角,使它部分沿半径方向,部分沿轴线方向,则结构的径向尺寸可以缩小。另一方面,如将箭尖削平,则根据电磁场分布可以预言:虽然谐振频率将要上升,但耦合系数将会提高。做了这两方面的改变,耦合腔截面有如图 1(b)中的虚线所示,这种结构的实际效果有待实验的检验。

附 录

箭型腔的近似特征方程

考虑忽略曲率影响的二维近似。在图 1(a)II 区,取圆柱坐标(z 轴垂直纸面)的波动

方程。当工作在临界波长时,省去时间因子的 TE 波的解^[14]可写做:

$$H_z^{\text{II}}(r, \varphi) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_{4n} J_{4n}(kr) e^{-i4n\varphi}, \quad (1)$$

$$E_r^{\text{II}}(r, \varphi) = \frac{-\eta}{kr} \sum_{-\infty}^{\infty} 4n A_{4n} J_{4n}(kr) e^{-i4n\varphi}, \quad (2)$$

$$E_{\varphi}^{\text{II}}(r, \varphi) = j\eta \sum_{-\infty}^{\infty} A_{4n} J'_{4n}(kr) e^{-i4n\varphi}. \quad (3)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$, $\eta = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$. 并使用了边界条件: $E_r^{\text{II}}(r, \pm\gamma) = 0$, $\gamma = \pi/4$.

在 $r = a$ 处, 设

$$E_{\varphi} = \begin{cases} A & -\alpha < \varphi < \alpha \\ 0 & \alpha < \varphi < \gamma; \quad -\gamma < \varphi < -\alpha \end{cases} \quad (4)$$

用 $e^{i4m\varphi}$ 乘(3)式, 由 $-\gamma$ 积分至 $+\gamma$, 根据正交性:

$$\int_{-\gamma}^{\gamma} e^{-j4n\varphi} e^{i4m\varphi} d\varphi = \begin{cases} 2\gamma & n = m \\ 0 & n \neq m \end{cases} \quad (5)$$

得:

$$A_{4m} = B \left(\frac{\sin 4m\alpha}{4m\alpha} \right) \frac{1}{J'_{4m}(ka)}. \quad (6)$$

式中

$$B = \frac{A}{j\eta} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \right).$$

代(6)入(1)(2)(3):

$$H_z^{\text{II}}(r, \varphi) = B \sum_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin 4n\alpha}{4n\alpha} \right) \frac{J_{4n}(kr)}{J'_{4n}(ka)} e^{-i4n\varphi}, \quad (7)$$

$$E_r^{\text{II}}(r, \varphi) = \frac{-\eta}{kr} B \sum_{-\infty}^{\infty} (4n) \frac{\sin 4n\alpha}{4n\alpha} \frac{J_{4n}(kr)}{J'_{4n}(ka)} e^{-i4n\varphi}, \quad (8)$$

$$E_{\varphi}^{\text{II}}(r, \varphi) = j\eta B \sum_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin 4n\alpha}{4n\alpha} \right) \frac{J'_{4n}(kr)}{J'_{4n}(ka)} e^{-i4n\varphi}. \quad (9)$$

在 I、II 两区界面上磁场的平均值为:

$$\overline{H_z^{\text{II}}(a)} = \frac{1}{2\alpha} \int_{-\alpha}^{+\alpha} H_z^{\text{II}}(a, \varphi) d\varphi = \frac{A}{j\eta} \frac{\alpha}{\gamma} \left\{ \frac{J_0(ka)}{J'_0(ka)} + 2 \sum_1^{\infty} \left(\frac{\sin 4n\alpha}{4n\alpha} \right)^2 \frac{J_{4n}(ka)}{J'_{4n}(ka)} \right\} \quad (10)$$

在 I 区, 场的表示式可写做:

$$H_z^{\text{I}}(r) = \frac{1}{j\eta} A \frac{\cos k(b-r)}{\sin k(b-a)}, \quad (11)$$

$$E_r^{\text{I}} = 0, \quad (12)$$

$$E_{\varphi}^{\text{I}}(r) = A \frac{\sin k(b-r)}{\sin k(b-a)}. \quad (13)$$

令 $\overline{H_z''(a)} = H_z'(a)$, 并引入 $J_0'(ka) = -J_1(ka)$, 则由 (10) 及 (11) 两式, 得特征方程:

$$\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right) \left\{ \frac{J_0(ka)}{J_1(ka)} - 2 \sum_1^{\infty} \left(\frac{\sin 4n\alpha}{4n\alpha} \right)^2 \frac{J_{4n}(ka)}{J_{4n}'(ka)} \right\} = -\cot k(b-a). \quad (14)$$

上海第二机床厂徐孝宣同志曾协助加工; 高能物理研究所龙士达同志曾协助进行最小二乘法计算; 韩斌同志曾参加部分工作; 钟世材、马宗翰同志曾参加部分测量, 在此致谢意。

参 考 文 献

- [1] B. C. Knapp et al., *IEEE*, NS-12 (1965), 159; E. A. Knapp et al., *ESI*, 39 (1968), 979.
- [2] S. O. Schriber et al., Proton Linear Accelerator Conference, (1972), P140.
- [3] T. Kikuchi et al., *JJAP*, 9 (1970), 679.
- [4] A. Bensussan et al., *NIM*, 140 (1977), 231.
- [5] S. O. Schriber, *IEEE*, NS-22 (1975), 1343.
- [6] B. Г. Кульман, *птэ* 4(1970), 56.
- [7] D. T. Tran, *IEEE*, NS-24 (1977), 1774.
- [8] W. Klein, *Zeit. fur Angew. Phy.* 3 (1951), 253.
- [9] H. C. Hoyt, *RSI*, 37 (1966), 755.
- [10] F. J. Tischer "Mikrowellen-Messtechnik" 10. 2 Springer-Verlag (1958).
- [11] Koichi Irie et al., *J. J. A. P.* 12 (1973), 277.
- [12] P. Lapostolle and A. L. Septier, "Liner Accelerators" P. 603, North-Holland publishing Co, (1970).
- [13] G. E. Lee-Whiting, Proton Linear Accelerator Conference, P. 471 (1968).
- [14] 如 S. Ramo & J. R. Whinnery, "Fields and Waves in Modern Radio" P. 375. John Wiley and Lons Inc., 1953.

A BI-PERIODIC ACCELERATOR STRUCTURE

ZHOU LI-NONG XIE JIA-LIN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

A bi-periodic accelerator structure with coupling cavity of arrow-shaped cross-section is described in this paper. This structure has the advantages of loose dimensional tolerance, simplicity in fabrication, convenience to feed RF power and good heat conductivity. Certain features of this structure are discussed and some useful data pertaining to concrete accelerator design are also included.