

高能质子与原子核散射的 N^* 产生效应

刘宪辉 张禹顺 李扬国

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

提出了对包含 N^* 产生中间态的 Glauber 多次散射理论的分离变数处理方法, 并把它用于研究质子与原子核的非弹性散射. 计算了 1 GeV 质子引起的 $^{12}\text{C}^*$ (4^+ , 14.08 MeV) 激发态的非弹性散射微分截面. 理论值与实验结果作了比较. 表明 N^* 产生效应对高能质子散射的影响是值得重视的.

近几年来, 核子内部激发在原子核物理中的效应受到广泛的注意, 它的研究主要有两个方面: 一是原子核物质中核子内部激发状态的存在与否, 核子内部激发的成份多大及其对原子核的性质和核反应的影响; 二是高能粒子与原子核相互作用引起的核子内部激发, 它对散射和各类反应引起的可能的影响. 许多研究表明, 核子内部激发的效应在原子核物理中很受重视^[1].

Ikeda^[2] 讨论过质子与核的弹性散射的 N^* 产生(即质子被激发)效应. 他把 Glauber 的多次散射理论推广到处理包含 N^* 产生的情况. 他只在最简单的情况下, 即认为原子核内核子的密度分布是高斯形状时, 讨论了 N^* 产生对弹性散射角分布的影响. 但是, 大家知道高斯分布并不能描述原子核的真实情况, 为了能够采用较真实的原子核波函数来讨论问题, 必须把理论处理方法进一步发展.

我们曾用分离变数的方法处理 Glauber 理论的多次散射振幅^[5,6], 他能够使用各种原子核的结构波函数来讨论问题, 并曾用它来讨论弹性散射、非弹性散射和极化^[6]. 本文把分离变数方法推广到包含有 N^* 产生时多次散射处理, 目的也是使得能够用较真实的核结构波函数来进行讨论, 特别是可用来讨论非弹性散射.

高能质子与原子核非弹性散射的实验及其理论分析, 仅在近年来由于实验技术上能量分辨率的提高, 从而能够分辨出到达低激发能级的非弹性散射道, 才开始有一些较定量的研究工作. 而采用核结构波函数来讨论问题的仍然很少^[3], 原因之一是理论处理和计算上的复杂. 由于高能质子与原子核的非弹性散射实验的理论分析, 对进一步了解散射的机制和原子核的结构性质都是十分重要的. 因此本文提出的在 Glauber 理论上采用的分离变数方法, 提供了进一步讨论弹性、非弹性散射的一种具体办法; 它考虑了高能质子散射的 N^* 产生中间态过程. 我们用它来分析 $p\text{-}^{12}\text{C}$ 的 4^+ (14.08 MeV) 态的激发. 理论计算结果与实验进行了比较, 符合是令人满意的.

一、推广的 Glauber 理论的分变量处理

Glauber 的多次散射理论^[4]提供了分析高能粒子与多粒子系统小角度散射的成功而简便的一种方法。它的多次散射振幅表示为:

$$F_H(q) = \frac{ip}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \langle f | \Gamma(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_A) | i \rangle \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_A) &= 1 - \prod_{j=1}^A (1 - \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)) \\ &= \sum_{j=1}^A \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) - \sum_{i < k} \Gamma_i(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i) \Gamma_k(\mathbf{b} - \mathbf{s}_k) \\ &\quad + \sum_{i < k < l} \Gamma_i(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i) \Gamma_k(\mathbf{b} - \mathbf{s}_k) \Gamma_l(\mathbf{b} - \mathbf{s}_l) - \dots \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) = \frac{1}{2\pi i k} \int d^2q_1 e^{-i\mathbf{q}_1(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)} f(\mathbf{q}_1) \quad (3)$$

这里, p 为入射粒子初始动量, \mathbf{q} 是入射粒子的动量转移, \mathbf{b} 是碰撞参数, \mathbf{s}_j 是第 j 个核子空间坐标 \mathbf{r}_j 垂直于入射方向的分量, 如图 1

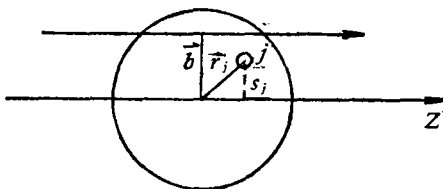


图 1

所示 $|i\rangle, |f\rangle$ 表示系统的初、末态波函数。 $\Gamma(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_A)$ 称系统的剖面函数。它用二体剖面函数 $\Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)$ 来展开。 $f(\mathbf{q})$ 是核子—核子二体散射振幅, 它与二体剖面函数 $\Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)$ 的关系如 (3) 式的傅氏变换。其中 k 是二体散射质心系中的动量。展开式 (2) 中的各项, 依次表示一次散射项、二次散射项、三次散射项……的贡献。

若核子—核子散射产生 N^* , 即在散射过程存在 $NN_1 \rightarrow N^*N$, $N^*N \rightarrow NN$, 和 $N^*N \rightarrow N^*N$ 这些基本过程, 可以把 Glauber 理论推广到包含这些基本过程的情况^[2] 推广后核子—原子核散射振幅是

$$F_H^E(\mathbf{q}) = \frac{ip}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \langle f | \Gamma^E(\mathbf{b}; \mathbf{s}_1 z_1, \mathbf{s}_2 z_2, \dots, \mathbf{s}_A z_A) | i \rangle, \quad (4)$$

其中 $\Gamma^E(\mathbf{b}; \mathbf{s}_1 z_1, \dots, \mathbf{s}_A z_A) = \Gamma(\mathbf{b}; \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_A) + \Gamma_{N^*}(\mathbf{b}; \mathbf{s}_1 z_1, \dots, \mathbf{s}_A z_A)$. (5)

这里 $\Gamma(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_A)$ 即为 (2) 式表示的无 N^* 产生的剖面函数; $\Gamma_{N^*}(\mathbf{b}; \mathbf{s}_1 z_1, \dots, \mathbf{s}_A z_A)$ 是包含有 N^* 中间态产生过程的剖面函数, 它表为:

$$\begin{aligned} \Gamma_{N^*}(\mathbf{b}; \mathbf{s}_1 z_1, \dots, \mathbf{s}_A z_A) &= - \sum_{j < k} \Gamma_j^\phi(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j, z_j) \Gamma_k^{\bar{\phi}}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_k, z_k) \theta(z_k - z_j) \\ &\quad + \sum_{j < k < l} [\Gamma_j^\phi(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j, z_j) \Gamma_k^{\bar{\phi}}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_k, z_k) \Gamma_l(\mathbf{b} - \mathbf{s}_l) \\ &\quad + \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) \Gamma_k^\phi(\mathbf{b} - \mathbf{s}_k, z_k) \Gamma_l^{\bar{\phi}}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_l, z_l) \\ &\quad + \Gamma_j^\phi(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j, z_j) \Gamma_k^*(\mathbf{b} - \mathbf{s}_k) \Gamma_l^{\bar{\phi}}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_l, z_l)] \theta(z_k - z_j) \theta(z_l - z_k) - \dots \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\Gamma_j^\phi(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j, z_j)$ 表示 $NN \rightarrow N^*N$ 过程的二体剖面函数 $\Gamma_j^{\bar{\phi}}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j, z_j)$, 是其逆过程

$N^*N \rightarrow NN$ 的二体剖面函数

$$\Gamma_j^*(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j, z_j) = e^{i\Delta_m z_j} e^{i\phi_j^*(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)}, \tag{7}$$

$$\Gamma_j^{\bar{*}}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j, z_j) = e^{-i\Delta_m z_j} e^{i\bar{\phi}_j^*(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)}. \tag{8}$$

这里

$$\Delta_m = \frac{M^{*2} - m^2}{2p} \tag{9}$$

是 $NN \rightarrow N^*N$ 过程的最小纵向动量转移, $\Delta_m z_j$ 为其相应的相移. m 为核子质量, M^* 为 N^* 的质量. 由于 N^* 是核子的共振态, 它有一定宽度, Δ_m 是一个复数. $\phi_j^*(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)$ 和 $\bar{\phi}_j^*(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)$ 是横动量转移的相移, 它们联系着小角度的基本散射振幅. 它们与 $NN \rightarrow N^*N$ 过程的散射振幅 $g(\mathbf{q})$ 和逆过程 $N^*N \rightarrow NN$ 的散射振幅 $\bar{g}(\mathbf{q})$ 的关系为:

$$e^{i\phi_j^*(\mathbf{b})} = \frac{i}{2\pi k} \left(\frac{k}{k^*}\right)^{\frac{1}{2}} \int d^2q e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} g(\mathbf{q}) \tag{10}$$

$$e^{i\bar{\phi}_j^*(\mathbf{b})} = \frac{i}{2\pi k} \left(\frac{k^*}{k}\right)^{\frac{1}{2}} \int d^2q e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} \bar{g}(\mathbf{q}) \tag{11}$$

k 和 k^* 分别为在 NN 和 NN^* 二体质心系中的动量, $g(\mathbf{q})$ 和 $\bar{g}(\mathbf{q})$ 的关系由细致平衡原理确定:

$$(2S_N + 1)(2S_{N^*} + 1)k^{*2} |\bar{g}(\mathbf{q})|^2 = (2S_N + 1)k^2 |g(\mathbf{q})|^2, \tag{12}$$

S_N 和 S_{N^*} 分别为 N 和 N^* 的自旋.

(6) 式中的 $\Gamma_j^*(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)$ 是 $N^*N \rightarrow N^*N$ 散射过程的二体剖面函数, 与其散射振幅 $h(\mathbf{q})$ 的关系为:

$$\Gamma_j^*(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) = 1 - e^{i\chi_j^*(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)} = \frac{1}{2\pi i k^*} \int d^2q e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)} h(\mathbf{q}). \tag{13}$$

由(2)和(6)式可看到 $\Gamma^E(\mathbf{b}; \mathbf{s}_1 z_1, \dots, \mathbf{s}_A z_A)$ 如果用图示来表示它的多次散射级数, 最低几次散射项是如图2.

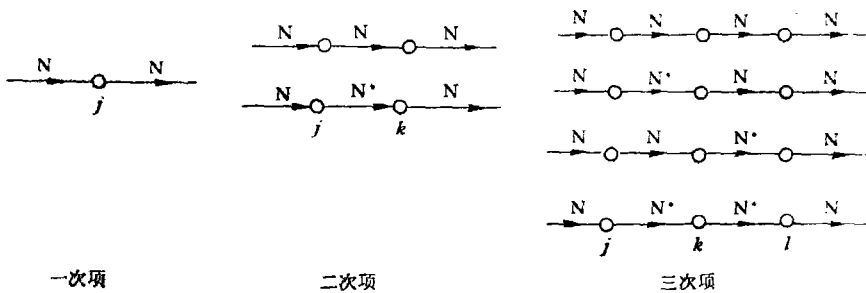


图2

为了研究 N^* 产生中间态对多次散射过程的贡献, 需要具体计算(4)式. 由于 $\Gamma_{N^*}(\mathbf{b}; \mathbf{s}_1 z_1, \dots, \mathbf{s}_A z_A)$ 包含纵向相因子, 它不仅是 \mathbf{s}_j 的函数, 也是 z_j 的函数, 使得多体矩阵元的计算更为复杂. Ikeda 在估算 N^* 产生中间态对弹性散射的贡献时, 原子核多粒子系统的结构取如下的高斯分布:

$$|\phi_i|^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi} R}\right)^{3A} \prod_{j=1}^A e^{-r_j^2/R^2}, \tag{14}$$

这实际上是取一个可以把 \mathbf{s} 和 z 分离开来的最简单的分布。用这样的分布去研究多体散射有它的局限性,一是它与原子核的实际密度分布有较大差别;二是它无法处理非弹性散射过程。我们曾经指出^[5],原子核结构的不同,会在高能粒子散射的微分截面上表现出来。采用不同激发方式的原子核波函数来计算(4)式,会给出高能散射、特别是非弹性散射微分截面的显著不同^[3,5]。因此,要求理论上能处理各种激发方式,即用各种具体的状态波函数来计算振幅 $F_{fi}^E(\mathbf{q})$ 。为此目的,我们曾提出在 Glauber 理论下的分离变数处理^[5,6]。这一方法可以推广到包含有 N* 产生的情况,即推广后的 Glauber 理论同样可以用分离变数处理。我们将看到由于 N* 在核中沿着 z 方向(入射方向)传播,把变数变换后的核结构波函数,从常用的球坐标解变换到柱坐标解,将能够更准确和方便地计算出多体矩阵元。

一般,对自旋、同位旋平均的二体散射振幅,常用如下唯象形式:

$$f(\mathbf{q}) = f(0)e^{-\beta^2 q^2/2}, \quad f(0) = \frac{ik\sigma}{4\pi} (1 - i\rho) \quad g(\mathbf{q}) = g(0)e^{-\gamma^2 q^2/2}, \quad (15)$$

这样,我们可以在先不取任何具体的波函数 Ψ_i 和 Ψ_f 的形式下化简(4)式。在[6]中已给出 $\Gamma(\mathbf{b}; \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_A)$ 各项的化简方法,即把(15), (3)式代入(2)式逐项处理,先对 d^2b 积分后,把被碰撞的 n 个核子坐标变换成它的质心坐标 \mathbf{R} , 和相对坐标 $\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \cdots, \mathbf{r}'_{n-1}$ 积分变量 $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \cdots, \mathbf{q}_n$ 作相应的平移变换,这样不难完成对 $d^2q_1 d^2q_2 \cdots d^2q_n$ 的积分,整理后可得:

$$F_{fi}^{(n)}(\mathbf{q}) = (-1)^{n+1} \binom{A}{n} \left[\frac{f(0)}{ik} \right]^n \frac{ip}{n\beta^{2(n-1)}} e^{-\frac{\beta^2 q^2}{2n}} S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q}), \quad (16)$$

$$S_{fi}^{(1)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_1} \Psi_i \prod_{j=1}^A d\mathbf{r}_j, \quad (17)$$

$$S_{fi}^{(2)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* e^{i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{R} - \frac{s_1'^2}{4\beta^2})} \Psi_i d\mathbf{R} d\mathbf{r}'_1 \prod_{i \geq 3}^A d\mathbf{r}_i, \quad (18)$$

$$S_{fi}^{(3)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* \exp \left[i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R} - \frac{s_1'^2}{4\beta^2} - \frac{s_2'^2}{3\beta^2} \right] \Psi_i d\mathbf{R} d\mathbf{r}'_1 d\mathbf{r}'_2 \prod_{i \geq 4}^A d\mathbf{r}_i, \quad (19)$$

其中 \mathbf{R} 是被碰撞的 n 个核子的质心坐标, $\mathbf{s}'_1, \mathbf{s}'_2, \cdots$ 是它们相应的内部坐标在垂直于入射方向的投影。(17)–(19)式,对应于图 2 中第一列所表示的各项。对于(6)式 $\Gamma_{N^*}(\mathbf{b}; \mathbf{s}_1 z_1, \cdots, \mathbf{s}_A z_A)$ 中各项可用完全类似方法进行逐项化简。把(15), (7)–(10)式代入(6)式中第一项,对 d^2b, d^2q_1, d^2q_2 积分整理后得:

$$F_{f,iN^*}^{(2)}(\mathbf{q}) = - \binom{A}{2} \frac{ip}{2\gamma^2} \frac{g(0)\bar{g}(0)}{(ik)^2} e^{-\gamma^2 q^2/4} S_{f,iN^*}^{(2)}(\mathbf{q})$$

$$S_{f,iN^*}^{(2)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* \exp \left[i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R} - \frac{\mathbf{s}_1^2}{4\gamma^2} - i\Delta_m z \right] \Psi_i \theta(z) d\mathbf{R} d\mathbf{r} \prod_{i \geq 3}^A d\mathbf{r}_i, \quad (20)$$

$$\theta(z) = \begin{cases} 1 & z > 0 \\ 0 & z < 0, \end{cases}$$

其中 z'_i 为粒子 1 和 2 相对坐标 \mathbf{r}'_i 的 z 分量。

从(6)式和图 2 可看到包含 N* 的三次碰撞项有三项,如果假设 $N^*N \rightarrow N^*N$ 的散

射振幅与 $NN \rightarrow NN$ 的一样(目前未有实验,暂作此假定),则由于原子核多粒子波函数的对称有

$$\begin{aligned} & \left\langle \Psi_f \left| \sum_{i < k < l} (\Gamma_i^\dagger \Gamma_k^\dagger \Gamma_l + \Gamma_i \Gamma_k^\dagger \Gamma_l^\dagger + \Gamma_i^\dagger \Gamma_k^\dagger \Gamma_l^\dagger) \cdot \theta(z_i - z_k) \theta(z_k - z_l) \right| \Psi_i \right\rangle \\ & = \binom{A}{3} \langle \Psi_f | \Gamma_1^\dagger \Gamma_2^\dagger \Gamma_3 \theta(z_2 - z_1) | \Psi_i \rangle \end{aligned} \quad (21)$$

用上面所述的同样分离变数处理,整理后得:

$$\begin{aligned} F_{f,i,N}^{(3)}(\mathbf{q}) & = \binom{A}{3} \frac{i p}{\gamma^2 (2\beta^2 + \gamma^2)} \frac{f(0)g(0)\bar{g}(0)}{(ik)^3} e^{-\frac{\beta^2}{2} a^2 (1 - \frac{2\beta^2}{\gamma^2})^{-1}} \cdot S_{f,i,N}^{(3)*}(\mathbf{q}), \\ S_{f,i,N}^{(3)*}(\mathbf{q}) & = \int \Psi_f^* \exp \left[i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R} - i \left(\frac{2}{3} - \frac{2\beta^2}{(2\beta^2 + \gamma^2)} \right) \mathbf{q} \cdot \mathbf{s}' - \frac{S'^2}{(2\beta^2 + \gamma^2)} \right. \\ & \quad \left. - \frac{S'^2}{4\gamma^2} - i\Delta_m z \right] \theta(z) \Psi_i d\mathbf{R} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \prod_{j=4}^A d\mathbf{r}_j. \end{aligned} \quad (22)$$

四次以上的碰撞项可以用同样的方法化简。这样,计算包含有 N^* 产生过程在内的多次散射振幅 $F_{f,i}^{(n)}(\mathbf{q})$, 化为计算 $S_{f,i}^{(n)}(\mathbf{q})$ 和 $S_{f,i,N}^{(n)*}(\mathbf{q})$ ($n = 1, 2, \dots$) 这些 n 体矩阵元的问题。

我们利用(17)–(22)式,原则上可以讨论各种核态波函数下的弹性、非弹性散射,但要计算 $S_{f,i}^{(n)}(\mathbf{q})$, $S_{f,i,N}^{(n)*}(\mathbf{q})$ 这样的多体矩阵元,仍是很复杂的。我们曾指出^[5,6],以壳模型为基的原子核多粒子系统的波函数,可以把被碰撞的核子从多粒子系中拆出来。如果用的是简谐振子基,拆出来的 n 个核子的波函数可用泰米变换,化为它的质心和相对坐标的波函数。那么, n 体矩阵只留下 n 个核子的积分变量,且变数分离开来。以 (nl) 壳中有 a 个核子为例,在 LST 表象中、初、末态波函数若表为 $\Psi_{L_1 S_1 T_1}(l^a \alpha)$, $\Psi_{L_2 S_2 T_2}(l^a \alpha')$ 矩阵元 $S_{f,i,N}^{(2)*}(\mathbf{q})$ 便可化为:

$$\begin{aligned} S_{f,i,N}^{(2)*}(\mathbf{q}) & = \sum \langle l^{a-2}(\alpha_2 S_2 T_2 L_2) l^2(S_1 T_1 L_1) S_i T_i L_i | \rangle \langle l^a(\alpha) S_i T_i L_i | \rangle \\ & \cdot \langle l^a(\alpha') S_i T_i L_i | \rangle \langle l^{a-2}(\alpha_2 S_2 T_2 L_2) l^2(S_1 T_1 L_3) S_i T_i L_i | \rangle \\ & \cdot \langle n_1 l_1 N L, L_1 | n l, n l, L_1 \rangle \langle n_2 l_2 N' L', L_3 | n l n l L_3 \rangle \\ & \cdot C_{L_1 M_{L_1} L_2 M_{L_2}}^{L_i M_i} C_{L_3 M_{L_3} L_2 M_{L_2}}^{L_i M_i} C_{L_1 M_{L_1} L M_L}^{L_i M_{L_1}} C_{L_3 M_{L_3} L' M_{L_1}'}^{L_i M_{L_3}} \\ & \cdot \langle \Psi_{N' L' M_{L_1}'}(\mathbf{R}) | e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}} | \Psi_{N L M_L}(\mathbf{R}) \rangle \\ & \cdot \langle \Psi_{n_1 l_1 m_{l_1}}(\mathbf{r}) | e^{-i\Delta_m z - s^2/4\gamma^2} \theta(z) | \Psi_{n_2 l_2 m_{l_2}}(\mathbf{r}) \rangle, \end{aligned} \quad (23)$$

上式求和 Σ 是对所有中间量子数求和, $\langle l^{a-2}(\alpha_2 S_2 T_2 L_2) l^2(S_1 T_1 L_1) S_i T_i L_i | \rangle \langle l^a(\alpha) S_i T_i L_i | \rangle$ 等是亲态比系数, $\langle n l N L, L_1 | n l n l, L_1 \rangle$ 是泰米系数, $C_{l_1 m_{l_1} l_2 m_{l_2}}^{l m}$ 是 C -系数。在计算积分 $\langle \Psi_{n_1 l_1 m_{l_1}}(\mathbf{r}) | e^{-i\Delta_m z - s^2/4\gamma^2} | \Psi_{n_2 l_2 m_{l_2}}(\mathbf{r}) \rangle$ 时,我们把球坐标表示的 $\Psi_{nlm}(\mathbf{r})$ 变换到柱坐标中去,即:

$$\Psi_{nlm}(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda \nu \mu} B(\lambda \nu \mu, n l m) \Psi_{\lambda \nu}(\mathbf{s}) \Psi_{\mu}(z), \quad (24)$$

这里 $\Psi_{nlm}(\mathbf{r})$ 和 $\Psi_{\lambda \nu}(\mathbf{s}) \Psi_{\mu}(z)$ 分别为在球坐标中和柱坐标中对应同一本征值的简谐振

1) 更复杂的波函数可视为是这一类基的线性组合处理方法一样。

子基。它们的表示式和最低几个壳层的变换系数 $B(\lambda\nu\mu, nlm)$ 在附录中给出。利用 (24) 式,

$$\langle \Psi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}) | e^{-i\Delta_m^{-2}/4r^2} \theta(z) | \Psi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}) \rangle = \sum_{\substack{\lambda_1 \nu_1 \mu_1 \\ \lambda_2 \nu_2 \mu_2}} B^*(\lambda_2 \nu_2 \mu_2, n_2 l_2 m_2) B(\lambda_1 \nu_1 \mu_1, n_1 l_1 m_1) \\ \cdot \langle \Psi_{\lambda_2 \nu_2}(\mathbf{s}) | e^{-s^2/4r^2} | \Psi_{\lambda_1 \nu_1}(\mathbf{s}) \rangle \cdot \langle \Psi_{\mu_2}(z) | e^{-\Delta_m^2 \theta(z)} | \Psi_{\mu_1}(z) \rangle, \quad (25)$$

(25) 式是很容易完成积分的, 且由附录看到, 求和也只有极少几项。(17)–(22) 式以及更高次项的所有多体矩阵元都可以用同样方法处理。这样, 便在保持能用各种激发方式的结构波函数的情况下, 较为准确的计算多次散射的展开级数。

最后, 散射微分截面为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| e^{\frac{q^2}{4A\alpha^2}} F_{ii}^E(\mathbf{q}) \right|^2 = \left| e^{\frac{q^2}{4A\alpha^2}} \sum_n (F_{ii}^{(n)}(\mathbf{q}) + F_{ii}^{(n)*}(\mathbf{q})) \right|^2. \quad (26)$$

其中 $\exp\left[\frac{q^2}{4A\alpha^2}\right]$ 是质心关联修正因子, α^2 是简谐振子基参数。

上面的处理方法, 完全可以推广到包含有自旋, 同位旋相关项的二体散射振幅的情况, 将在下一篇文章中讨论。

二、高能质子引起的 $^{12}\text{C}(4^+, 14.08 \text{ MeV})$ 态的激发

我们选取 ^{12}C 的 4^+ 态为例来分析高能质子的非弹性散射。最近实验表明 1 GeV 的质子在 ^{12}C 上的非弹性散射, 到终态为 4^+ (14.08 MeV) 的微分截面比到终态为 2^+ (4.4 MeV) 的微分截面要小一个多数量级。这一例子表明在分析非弹性散射时应该具体的考虑核结构的特点。

$SU(3)$ 群分类的 ^{12}C 的 4^+ (14.08 MeV) 态结构是 $(1P)_{3/2}^+$, 2^+ (4.4 MeV) 态结构是 $(1P)_{1/2}^+$, 基态为 $(1P)_{3/2}^+$ 。那么, 对这类结构, 到 4^+ 态的一次碰撞项 $S_{ii}^{(1)}(\mathbf{q}) = 0$; 即只改变 $(1P)$ 壳中一个核子的状态到达不了 $(1P)_{3/2}^+$ 态, 至少必须有二个核子被碰撞才行。但是到 2^+ 态, 一次碰撞可以到达, 即 $S_{ii}^{(1)}(\mathbf{q}) \neq 0$; 因此, 到 4^+ 态的微分截面比到 2^+ 态的自然要减弱得多。因此, 实验正好表明 ^{12}C 4^+ 态一个核子跨壳激发的几率很小, 而主要是 $(1P)_{3/2}^+$ 组态。同时, 从图 2 中可以看到 N^* 参与非弹性过程, 它出现于二次和高于二次碰撞中, 所以对于 ^{12}C 4^+ 激发态来说 N^* 产生的效应期望会较为显著些。

我们用前节所述方法计算了入射粒子能量为 1.04 GeV 和 0.805 GeV 所引起的 ^{12}C 的 4^+ 激发态的微分截面。 ^{12}C 的初、末态用 $SU(3)$ 的波函数, 即初态为 $\Psi_{000}(1P^8[44])$, 末态为 $\Psi_{004}(1P^8[44])$ 。 Ψ_{TSL} 的脚标表示总同位旋、总自旋, 总轨道角动量。 ^{12}C 的简谐振子参数 α^2 取 $0.401 f^{-2}$ 。核子—核子两体散射振幅参数取实验值

$$\sigma = 44 \text{ mb}, \quad \rho = -0.275, \quad \beta^2 = 5.45 \left(\frac{\text{GeV}}{c} \right)^{-2}.$$

入射质子内部激发 N^* 产生中间态, 我们只取 $\Delta(1236)$ 。在 1 GeV 入射能区它是主要的, 其它中间激发态忽略不计。由实验^[7], 我们选取 $\Delta(1236)$ 产生的总截面为 $\sigma_t =$

20mb, 为了计算方便, 取 $\gamma^2 = \beta^2$. 因为原子核的形状因子随动量 q 分布的变化比两体散射振幅随 q 的变化要快得多, γ^2 的精确值对散射微分截面影响很小. $g(0)$ 取两种情况, 纯实数和纯虚数. 相应于 N^* 产生的单 π 交换模型和绕射相干产生模型所给的振幅.

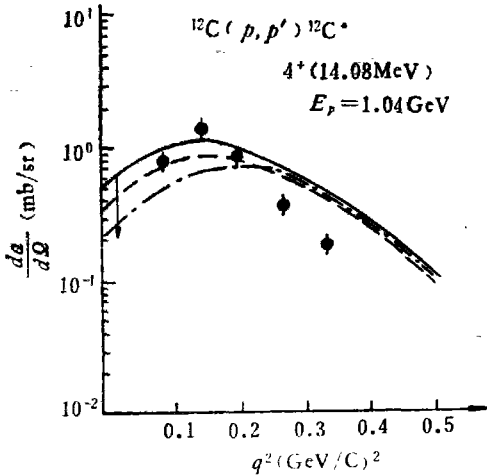


图3 $^{12}\text{C}(p, p')^{12}\text{C}^* 4^+ (14.08 \text{ MeV})$ 非弹性散射微分截面, 虚线是未考虑 N^* 产生效应的结果, 实线是考虑 N^* 产生效应的结果, 并取 $g(0)$ 为实数; 点虚线是取 $g(0)$ 为纯虚线的结果, 点为实验值

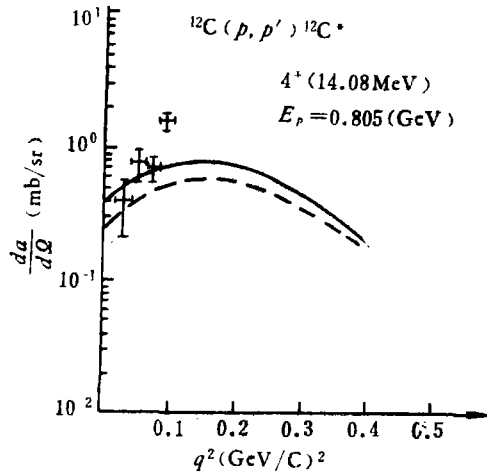


图4 说明同图3

对多次散射振幅, 我们算到三次项, 四次以上项贡献小被略去, 因为三次项的贡献也只二次项的百分之几.

计算结果绘在图3、图4中并与 Saclay 的实验数据进行了比较. 我们可看到理论与实验的符合程度是相当不错的. 从图中也可以看到 $\Delta(1236)$ 产生中间态的贡献可达到百分之十几. 比起 Ikeda 对弹性道的估计要强一、二倍. 因此, N^* 产生效应的贡献是足够影响实验值的. Ikeda 在分析 N^* 产生对 $p\text{-}^4\text{He}$ 弹性散射角分布的影响时, 认为虽然它总的对微分截面的贡献并不大, 只有百分之几, 但在散射微分截面的第一个谷处有较重要的影响, 可以使谷变浅. Wallece^[8] 最近认为 N^* 产生效应对极化角分布会有显著的影响. 但是影响极化角分布的还有其他方面的因素, 还必须做更多更深入的分析. 本文在分析这种可能性方面提供了一个有效的处理方法.

从图3、图4也可以看到 $g(0)$ 取纯实数时比取纯虚数更接近实验值. 这一点, 在 1 GeV 能区, 产生 $\Delta(1236)$, 人们常用单 π 模型解释, 我们认为是合理的. 我们的计算在大角度时比实验值偏大些, 这可能有多种因素, 如更高次碰撞项、二体振幅的不准确性, 及核结构的其它因素都在大角度上有所影响. 这些有待进一步研究.

我们认为高能质子与原子核散射过程, 核子内部激发 N^* 产生效应是显著的, 它对微分截面的影响, 对极化角分布的影响必须进一步地研究.

附 录

简谐振子波函数在球坐标和柱坐标中的变换关系。

三维简谐振子的薛丁格方程是

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 r^2\right)\Psi = E\Psi. \quad (\text{A.1})$$

它在球坐标中的本征解为:

$$\Psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2n!}{\Gamma\left(n+l+\frac{3}{2}\right)r_0^3}} L_n^{l+\frac{1}{2}}(\xi^2)\xi^l e^{-\frac{\xi^2}{2}} Y_{lm}(\theta, \varphi). \quad (\text{A.2})$$

其中

$$\xi = \frac{r}{r_0}, \quad r_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}.$$

$Y_{lm}(\theta, \varphi)$ 是球谐函数, $L_n^{l+\frac{1}{2}}(x)$ 是拉盖尔多项式. 对应的本征能量.

$$E_{nl} = \left(2n + l + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega. \quad (\text{A.3})$$

(A.1) 在柱坐标中的本征解为:

$$\Psi_{\lambda\nu\mu}(\rho, \varphi, z) = \Psi_{\lambda\nu}(\rho, \varphi)\Psi_{\mu}^{\prime}(z), \quad (\text{A.4})$$

$$\Psi_{\lambda\nu}(\rho, \varphi) = \sqrt{\frac{2\lambda!}{\Gamma(\lambda+|\nu|+1)r_0^2}} \zeta^{|\nu|} e^{-\frac{\zeta^2}{2}} L_{\lambda}^{|\nu|}(\zeta^2) \frac{e^{i\nu\varphi}}{\sqrt{2\pi}},$$

$$\Psi_{\mu}^{\prime}(z) = \frac{1}{\sqrt{2^{\mu}\mu!\sqrt{\pi}r_0}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z}{r_0}\right)^2} H_{\mu}\left(\frac{z}{r_0}\right). \quad (\text{A.5})$$

其中 $\zeta = \frac{\rho}{r_0}$, $H_{\mu}\left(\frac{z}{r_0}\right)$ 是厄米多项式

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} & 0 \leq \rho < \infty \\ \varphi = \arctg \frac{y}{x} & 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ z = z & -\infty \leq z \leq +\infty. \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

本征能量为:

$$E_{\lambda\nu\mu} = \left(2\lambda + |\nu| + \mu + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega. \quad (\text{A.7})$$

因为 $\Psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$ 与 $\Psi_{\lambda\nu\mu}(\rho, \varphi, z)$ 是因为 (A.1) 的本征解, 它们之间的相互关系可以通过么正变换联系起来. 我们用柱坐标表象中的谐振子波函数的完全集来展开球坐标表象中简谐振子波函数:

$$\Psi_{nlm}(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda\nu\mu} B(\lambda\nu\mu, nlm)\Psi_{\lambda\nu}(\rho, \varphi)\Psi_{\mu}^{\prime}(z). \quad (\text{A.8})$$

考虑到能量本征值相等的要求, 并利用向量球函数 $r^l Y_{lm}(\theta, \varphi)$ 表示式在柱坐标的展开式, 可以求得展开系数 $B(\lambda\nu\mu, nlm)$. 因为:

$$\begin{aligned} \Psi_{nlm}^*(\mathbf{r}) &= (-1)^m \Psi_{n-l-m}(\mathbf{r}), \\ \Psi_{\lambda\nu}^*(\rho, \varphi) &= \Psi_{\lambda-\nu}(\rho, \varphi), \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

有 $B(\lambda - \nu\mu, nl - m) = (-1)^m B^*(\lambda\nu\mu, nlm)$. (A.10)

对于原子核最低四个简谐振子壳层的变换系数 $B(\lambda\nu\mu, nlm)$ 列于下表中:

nlm \ $\lambda\nu\mu$	000	010	001	0-10
000	1			
011		-1		
010			1	
01-1				1

nlm \ $\lambda\nu\mu$	020	0-20	011	0-11	100	002
022	1					
02-2		1				
021			-1			
02-1				1		
020					$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$

nlm \ $\lambda\nu\mu$	100	002	110	012	1-10	1-12	003	101
100	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$						
111			$-\sqrt{\frac{4}{5}}$	$\sqrt{\frac{1}{5}}$				
11-1					$\sqrt{\frac{4}{5}}$	$-\sqrt{\frac{1}{5}}$		
110							$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\sqrt{\frac{2}{5}}$

nlm \ $\lambda\nu\mu$	030	0-30	021	0-21	110	012	1-10	0-12	003	101
033	-1									
03-3		1								
032			1							
03-2				1						
031					$-\sqrt{\frac{1}{5}}$	$-\sqrt{\frac{4}{5}}$				
03-1							$\sqrt{\frac{1}{5}}$	$\sqrt{\frac{4}{5}}$		
030									$\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$

参 考 文 献

- [1] H. Jochin, B. Ziegler, Interaction studies in nuclei Session D1.
A. M. Green, Reports on Progress in Physics, **39** (1976), No. 12.
P. D. Barnes et al., Meson Nuclear Physics, 1976.
- [2] M. Ikeda, *Phys. Rev.*, **C6** (1972), 1068.
- [3] Y. Abgrall et al., *Nuclear Phys.*, **A271** (1976), 477.
R. D. Viollier., *Ann Phys.*, **93** (1975), 335.
R. A. Eranzhyan et al., *Nuclear Phys.*, **A290** (1977), 397.
T. S. H. Lee et al., *Nuclear Phys.*, **L39** (1977), 1307.
- [4] R. J. Glauber, Lectures in Theoretical Physics., **1** (1958), 315.
- [5] 李扬国、刘宪辉、马维兴, 中国科学, (1975), 38.
- [6] 张禹顺、李扬国, 物理学报, **26** (1977), 449.
李扬国、刘宪辉, 物理学报, **26** (1977), 180.
- [7] I. M. Blair et al., *Phys. Rev.*, **117** (1966), 789.
B. T. Вобяенко и А. И. Другие, Ядрная Физика, Т24 (1976), 1161.
G. Bizard et al., *Nuclear Phys.*, **B108** (1976), 189.
- [8] S. J. Wallace & Y. Alexander, *Phys. Rev.*, **L38** (1977), 1269.

EFFECT OF N^* PRODUCTION ON HIGH ENERGY PROTON SCATTERING BY NUCLEUS

LIU XIAN-HUI ZHANG YU-SHUN LI YANG-GUO

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The variable separation method of Glauber multiple scattering theory is developed to include the N^* production in the intermediate states and is used to calculate the inelastic scattering of proton by nucleus. Numerical results are compared with data on $p-^{12}\text{C}^*(4^+, 14.08)$ at 1 GeV and it implies that the effects of N^* production to the high-energy proton-nucleus scattering are noticeable.