

${}^6\text{Li}$ 的集团结构态间的跃迁

卢兆启 郑玉明 陈永寿 和 音

(中国科学院原子能研究所四室)

摘 要

本文用含有 p 态激发的双阱集团壳模型波函数, 计算了 ${}^6\text{Li}$ 的集团结构态间的约化跃迁几率 $B(E2)$ 和均方根半径 $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$, 得到与 LCCO 相近的结果。

一、引 言

我们用含有 p 态激发的双阱集团壳模型波函数, 对轻核的集团结构现象、轻亚稳核的裂变位垒、核内子核的压缩和变形, 以及核的散射等问题做了一些工作。计算结果表明, 含有 p 态激发成份的集团波函数, 对于能量的计算有所改善, 特别是它能够反映出子核随它们之间的距离的变化而出现的压缩和变形的现象, 另外我们用这种波函数计算得到了一个合理的折叠位, 因而它还可能是改善折叠位计算的一个途径^[1-3]。

但是能量的计算不仅依赖于模型波函数, 而且与核力的选取有着密切的关系。计算表明, 对于同一波函数, 选取不同的核力, 得到的结合能有很大的差别。而电子散射和电磁跃迁, 对波函数将是一个严格的检验。为了进一步检验我们所使用的波函数, 本文用双阱集团壳模型波函数计算了 ${}^6\text{Li}$ 的集团结构态之间的约化跃迁几率 $B(E2)$ 和均方根半径 $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$, 得到与 LCCO 相近的结果。

二、计算公式

${}^6\text{Li}$ 的基态具有明显的 α - d 成团结构现象, 为此我们将 ${}^6\text{Li}$ 的六个核子分为 α 和 d 两团, 它们的单粒子空间轨道波函数分别取为:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \beta_1 |000; b_1\rangle - \sqrt{1 - \beta_1^2} |001; b_1\rangle \\ \varphi_2 &= \beta_2 |000; b_2\rangle + \sqrt{1 - \beta_2^2} |001; b_2\rangle\end{aligned}\quad (1)$$

式中 b_1 和 b_2 分别为 α 和 d 所处位阱的位阱参数; β_1 和 β_2 为 $|000\rangle$ 和 $|001\rangle$ 波函数的混合系数。这些表征波函数特征参数均由投影变分法确定。 ${}^6\text{Li}$ 的波函数的特征参数列在表 1 中。

表1 ⁶Li的0⁺和2⁺态能量和波函数

核力	模型	L*	E _{Lπ} (MeV)	Z(fm)	β ₁	β ₂	b ₁	b ₂
Volkov	I	0 ⁺	-25.57	1.60	1	0.608	1.393	1.997
		2 ⁺	-22.59	1.24	1	0.665	1.407	2.079
	II	0 ⁺	-25.60	1.60	1	0.544	1.390	1.986
		2 ⁺	-22.63	1.30	1	0.640	1.410	2.080
	III	0 ⁺	-24.91	3.50	1	1.0	1.410	1.698
		2 ⁺	-21.92	2.80	1	1.0	1.425	1.851
HNno.1	IHN	0 ⁺	-31.46	1.20	1	0.540	1.307	1.690
		2 ⁺	-27.62	1.10	1	0.508	1.314	1.664

由通常的跃迁公式

$$B(EL) = \sum_{M_f M_i M} \frac{1}{2J_i + 1} |\langle J_f M_f | \sum_j e_j r_j^L Y_{LM}^* - \sum_j \frac{ie\hbar\mu_j\omega}{2mc^2} \sigma_j \times r_j \cdot \nabla r_j^L Y_{LM}^* | J_i M_i \rangle|^2,$$

其中第一项

$$Q_{LM} = \langle f | r^L Y_{LM}^* | i \rangle \approx eR^L, \quad R \text{---核半径,}$$

第二项

$$Q'_{LM} = \frac{\omega e\hbar}{mc^2} \langle f | \sigma \times r \cdot \nabla r^L Y_{LM}^* | i \rangle \approx \frac{\hbar\omega}{mc^2} eR^L,$$

$$Q_{LM} : Q'_{LM} \approx \frac{mc^2}{\hbar\omega} \approx 10^3.$$

因此在一般情况下 Q'_{LM} 可以忽略.

$$\therefore B(EL) = \sum_{M_f M_i M} \frac{1}{2J_i + 1} |\langle J_f M_f | \sum_j e_j r_j^L Y_{LM}^* | J_i M_i \rangle|^2. \quad (2)$$

对 ⁶Li (J_i = 3, L_i = 2, s = 1 → J_f = 1, L_f = 0, s = 1), 取 e = 1,

$$\begin{aligned} B(E2) &= \sum_{M_f M_i M} \frac{1}{2J_i + 1} |\langle J_f M_f | \sum_j r_j^2 Y_{2M} | J_i M_i \rangle|^2 \\ &= \frac{1}{7} \sum_{M_f M_i M} \left| \sum_{m_f m_i m} C_{001\mu}^{1M_f} C_{2m_i 1\mu}^{3M_i} \langle P_{0M_i}^2 \phi' | \sum_j r_j^2 Y_{2M} | P_{0M_i}^0 \phi \rangle \langle \chi_{1\mu_1} \chi_{1\mu_2} \rangle \right|^2 \\ &= \frac{\langle \phi | P_{0M_f}^0 | \phi \rangle \langle \phi' | P_{0M_i}^2 | \phi' \rangle}{\langle \phi | P_{0M_f}^0 | \phi \rangle \langle \phi' | P_{0M_i}^2 | \phi' \rangle} \\ &= |\langle \phi' | \sum_p e_p r_p^2 Y_{20} | P^0 \phi \rangle|^2 / \langle \phi' | P^2 \phi' \rangle \langle \phi | P^0 \phi \rangle. \end{aligned} \quad (3)$$

式中 φ 和 φ' 分别表示基态和第一激发态内禀波函数, ∑_p 表示对质子求和.

P^L 为投影算符, 其定义如 (4) 式所示

$$P^L = \frac{2L + 1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{2\pi} d\gamma \int_{-1}^1 d \cos \beta a_{00}^L(\beta) R(Q). \quad (4)$$

其中

$$R(Q) \equiv e^{-i\alpha L_x} e^{-i\beta L_y} e^{-i\gamma L_z},$$

$$d_{00}^l(\beta) = \left(\frac{4\pi}{2l+1}\right)^{1/2} Y_{l0}(\beta),$$

$$r^2 Y_{20} = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3r^2 \cos^2\theta - r^2) = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (2z^2 - x^2 - y^2),$$

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

所以对 $B(E2)$ 和 $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ 的计算只需计算 $\langle x^2 \rangle$ 、 $\langle y^2 \rangle$ 、 $\langle z^2 \rangle$ 即可。

$$\begin{aligned} \langle x^2 \rangle &= \langle \phi | x^2 | \phi \rangle = \int_{-1}^1 d\cos\theta \langle \phi | e^{-i\theta L_y} | \phi \rangle \sum_{\alpha\beta} \langle \varphi_\alpha | \frac{1-\tau_3}{2} x^2 | \bar{\varphi}_\beta \rangle B_{\beta\alpha}^{-1} \\ &= \int_{-1}^1 d\cos\theta \Delta^2 B_{11}^2 [(B_{22}/\Delta + 1/B_{11})x_{11}^2 - x_{12}^2 B_{21}/\Delta - x_{21}^2 B_{12}/\Delta + x_{22}^2 B_{11}/\Delta]. \end{aligned} \quad (5)$$

式中

$$\bar{\varphi}_\alpha = e^{-i\theta L_y} \varphi_\alpha, \quad B_{\alpha\beta} = \langle \varphi_\alpha | \bar{\varphi}_\beta \rangle,$$

$$\Delta = B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21},$$

$$x_{\alpha\beta}^2 = \langle \varphi_\alpha | x^2 | \bar{\varphi}_\beta \rangle.$$

对 $\langle y^2 \rangle$ 和 $\langle z^2 \rangle$ 可用同样的方法计算。为此我们有

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle + \langle z^2 \rangle} / \sqrt{3} \langle \phi | P^0 | \phi \rangle. \quad (6)$$

分母中的 $\sqrt{3}$ 是对 ⁶Li 的三个质子取平均。

$$B(E2) = \frac{5}{16\pi} (2\langle z^2 \rangle' - \langle x^2 \rangle' - \langle y^2 \rangle')^2 / \langle \phi | P^0 | \phi \rangle \langle \phi' | P^2 | \phi' \rangle, \quad (7)$$

式中

$$\langle x^2 \rangle' = \langle \phi' | x^2 | P^0 | \phi \rangle,$$

$\langle y^2 \rangle'$ 、 $\langle z^2 \rangle'$ 的定义与 $\langle x^2 \rangle'$ 相似。 ϕ —— ⁶Li 基态内禀波函数， ϕ' —— ⁶Li 第一激发态内禀波函数。

三、结果和讨论

计算结果见表 2., 为了便于比较, 连同 BD、ED 和 LCCO 的结果^[6] 一起列在表 2 中。

表 2 ⁶Li 的 $B(E2)$ 和 $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$

核 力	模型	BD	ED	LCCO	双阱集团壳模型				实验
					I	II	III	IHN	
Volkov	$\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ (fm)	2.28	2.29	2.42	2.42	2.42	2.46		2.54
	$B(E2)$ (fm ⁴)	10.96	11.55	13.88	12.14	13.11	18.14		25.1
HNno.1	$\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ (fm)							2.10	2.54
	$B(E2)$ (fm ⁴)							5.66	25.1

ED、BD、LCCO 的定义见参考文献 [6]。 I——采用正交条件 $\langle \varphi_1 | \varphi_2 \rangle = 0$ ； II——不采用正交条件； III——采用正交条件, 且 $\beta_1 = \beta_2 = 1$, 即 φ_1 和 φ_2 均取 S 态； IHN——采用正交条件, 且取 HN_{no.1} 力。

由表2可以看出:

(1) 对 $B(E2)$ 和 $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ 的计算, 双阱集团壳模型波函数得到与 LCCO 相近的结果, 而它们的结果都比 ED 和 BD 的结果好, 这说明 ${}^6\text{Li}$ 具有 α - d 的成团结构。

(2) 比较表1和表2可以看出, 结合能的计算与跃迁计算有着明显的冲突。例如 HNno.1 力给出最符合实验的结合能, 但是电磁性质最差, 特别是 $B(E2)$ 值还不到实验值的四分之一; 模型 III 给出的结合能与实验值偏差最大, 而给出最好的 $B(E2)$ 和 $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ 值。这是由于模型 III 采用了无激发的假定, 即硬球模型, 泡里原理使两团之间有很强的排斥力, 致使两团之间无法进一步靠近, 也就是说两团之间的结合是松散的, 因而它给出的结合能就远小于实验值。也正是由于它的大的变形, 所以能给出较大的 $B(E2)$ 值和 $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ 值。

为了便于比较现将各种模型下所得到的结合能和 $B(E2)$ 、 $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ 值列成表3。

表 3

模 型	I	II	III	HNI	实 验
$E_B(\text{MeV})$	25.57	25.60	24.91	31.46	33.5
$\sqrt{\langle r^2 \rangle}(\text{fm})$	2.42	2.42	2.46	2.10	2.54
$B(E2)(\text{fm}^4)$	12.14	13.11	18.14	5.66	25.1

以上结果表明, 目前所采用的核力和波函数都有一定的片面性, 还不能同时正确地描述核的各种性质。如上所述, 能量的计算要求使核的核子间较紧密结合的核力和波函数, 而跃迁的计算则要求使核具有较大变形的核力和波函数。如何解决这种矛盾, 同时给出合理的核的结合能和核的电磁性质, 是有待进一步探索的问题。

参 考 文 献

- [1] 巫光汉、卢兆启, 物理学报, **26**(1977), 456.
- [2] 陈永寿、卢兆启, 巫光汉, 高能物理与核物理, **2**(1978), 267.
- [3] 郑玉明、卢兆启、张竞上、卓益忠, 裂变位垒的微观计算, 《全国第三次核物理文集》.
- [4] 陈永寿、郑玉明、卢兆启, 高能物理与核物理, **3**(1979), 294.
- [5] 郑玉明、卢兆启、陈永寿, 高能物理与核物理, **4**(1980), 109.
- [6] Y. Suzuki, K. Kubodera, *Prog. Theor. Phys.* **44**(1970), 617.

TRANSITION BETWEEN CLUSTER STRUCTURE STATES OF ${}^6\text{Li}$

LU ZHAO-QI ZHENG YU-MING CHEN YONG-SHOU HE YIN

(Institute of Atomic Energy, Academia Sinica)

ABSTRACT

In this paper, the reduced transition probabilities $B(E2)$ between the cluster structure states and $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ of ${}^6\text{Li}$ are calculated, using double well-cluster model. The results obtained here are analogous with Lcco's.