第4卷 第5期 高能物理与核物理 Vol. 4, No. 5
1980年9月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Sept., 1980

$SU(3)$ 中的弱电统一模型

周光召　　高崇寿
(中国科学院理论物理研究所)(北　京　大　学)

摘　　要

本文借助于 $SU(3)$ 群生成元四种不同的实现,建立了一个以 $SU(3)$ 规范群为基础的弱电统一模型,得到 $W^\pm$ 粒子和Z粒子的质量以及它们与轻子的相互作用都与 Weinberg-Salam 模型的结果相同,并且给出 $\sin^2\theta_W = 1/4$. 这个模型要求有一个新的守恒量子数——弱奇异数存在,还存在四个重矢量粒子 $V^\pm$ 和 $U^{\pm\pm}$ 和一些重费米子以及标量粒子. 它们都带有不为零的弱奇异数,都和轻子不直接耦合. 它们的存在不影响低能范围内轻子的弱电作用,并且只能在高能下成对产生. 它们中最轻的粒子将是稳定粒子. 本文还讨论了弱奇异数守恒破坏的可能性及其后果.

一、引　　言

最近有许多实验都证实了,在目前能达到的能量范围内, Weinberg-Salam 关于弱电统一的模型是唯一正确的[1,2],同时实验上确定的 Weinberg 角 θ_W 近似等于 30°,或 $\sin^2\theta_W \simeq 1/4$. 这些实验结果再一次引起了广泛的兴趣,试图将 $SU(2)_L \otimes U(1)$ 群嵌入一个单纯群中, 并由此确定 Weinberg 角. 最近的努力集中在从超对称群 $SU(2|1)$ 作为规范群上面[3,4]. 在这一类模型中, Higgs 粒子或者作为陪集上费米型规范场的 Faddeev-Popov 粒子[3],或者取作大于五维的时空中的规范场分量[4]. 除了能得到 $\sin^2\theta_W = 1/4$ 的结果以外,还能预言 Higgs 粒子的质量. 但是由于只有一个耦合常数,要将所有的轻子都考虑进去只有增加时空的维数, 因而同时增加了 Higgs 场的数目. 目前还没有人能够把超对称群的模型推广到夸克的弱电相互作用.

在本文中我们提出一个以 $SU(3)$ 群为弱电规范群的模型. 在这个模型中, 借助于 $SU(3)$ 群生成元四种不同的实现,得到了 $\sin^2\theta_W = 1/4$ 的结果. 除了熟知的 $W^\pm$ 粒子、Z粒子和轻子的相互作用同 Weinberg-Salam 模型完全一样以外, 在这个模型中存在另外四个矢量粒子,两个称为 $V^\pm$ 粒子,它们带一个电荷;另外两个称为 U^{++} 和 U^{--} 粒子,它们带两个电荷. V粒子、U粒子和轻子之间没有直接的相互作用,它们的存在不影响低能范围内轻子的弱作用(准到 G_F 的最低级近似). 它们的质量在一种 Higgs 场选取下为 $m_V = m_W$, $0 \leqslant m_U \leqslant 2m_W$. Higgs 场有几种可能的选择,我们详细讨论了最简单的6维

本文1979年8月31日收到.

表示的 Higgs 场. 在对称性自发破缺之后,还存在5个 Higgs 粒子,我们称为 χ, ϕ^0 ϕ^{0*}, ϕ^{++}, ϕ^{--} 粒子. 只有 χ 粒子和轻子有直接相互作用,它的性质和 Weinberg-Salam 模型中的 Higgs 粒子类似.

当 Higgs 场自相互作用具有 $\Phi\rightarrow-\Phi$ 的分立对称性时,拉氏函数中还存在一个和手征有关的整体对称性,它和 $SU(3)$ 群中一个 $U(1)$ 子群结合起来形成一个在对称性自发破缺后仍保持的整体 $U(1)$ 对称性. 相应的新量子数称为弱奇异数 S_W. 我们的理论比 Weinberg-Salam 模型多出的 V, U 和 ϕ 粒子,都是弱奇异数不为零的粒子,统称弱奇异粒子. 它们都不与轻子直接耦合,并且只能按弱奇异数守恒的要求而成对产生和衰变,质量最轻的弱奇异粒子将是稳定粒子. 如果 ϕ 粒子的质量重于矢量粒子 V 和 U, 实验上将首先看到 V 粒子或 U 粒子. V 粒子通过虚光子或 Z 粒子成对产生的截面以及 U 粒子通过虚光子成对产生的截面和 W 粒子通过虚光子或 Z 粒子成对产生的截面数量级是相同的(扣除相空间的差别之后). 因此,如果这个模型是符合实际的,在能量足够高的电子正电子对撞实验中,当观察到 W 粒子的成对产生时应有同数量级的几率观察到弱奇异矢量粒子的成对产生. 单个的 V 粒子或 U 粒子也有可能在宇宙线中观察到. 我们建议实验物理学家注意这样一种可能性.

本文的结构是这样的: 第二节讨论 $SU(3)$ 群的不同实现和场的变换性质; 第三节讨论对称性的自发破缺与弱奇异数守恒; 第四节讨论轻子和规范场以及 Higgs 粒子的相互作用; 第五节讨论弱奇异粒子的性质; 第六节讨论弱奇异数守恒破坏的可能性及其结果; 第七节讨论其它的一些问题. 在附录中给出 Higgs 粒子变换性质和自作用势的讨论.

二、$SU(3)$ 代数和场的变换性质

令 $\hat{I}_i$, $i=1,\cdots,8$ 为 $SU(3)$ 群的生成元,它们满足对易关系

$$[\hat{I}_i,\hat{I}_j]=if_{ijk}\hat{I}_k. \tag{2.1}$$

把 $\hat{I}_i$ 中的8个生成元分为两组,分别用 $\hat{I}_\alpha$ 和 $\hat{I}_a$ 表示,定义 $\hat{I}_i^{(\epsilon)}$, $i=1,\cdots,8$ 为

$$\hat{I}_\alpha^{(\epsilon)}=\hat{I}_\alpha,\quad \hat{I}_a^{(\epsilon)}=\hat{I}_a\epsilon, \tag{2.2}$$

其中 ϵ 和 $\hat{I}_i$ 对易并满足条件

$$\epsilon^2=1. \tag{2.3}$$

容易证明,当 a 和 α 取表1中所列举的七种情形中的一种时, $\hat{I}_i^{(\epsilon)}$ 满足和 $\hat{I}_i$ 同样的对易关系

$$[\hat{I}_i^{(\epsilon)},\hat{I}_j^{(\epsilon)}]=if_{ijk}\hat{I}_k^{(\epsilon)}, \tag{2.4}$$

因此 $\hat{I}_i^{(\epsilon)}$ 可以看作是 $SU(3)$ 代数的一种实现. 对含有费米场的变换, ϵ 除了可以取 ±1 以外,还可以取 $\pm\gamma_5$. 这样可以得到 $SU(3)$ 代数的四种实现,我们分别用 $\epsilon=+,-,5,-5$ 代表 $\epsilon=+1,-1,\gamma_5$ 和 $-\gamma_5$ 的情形.

a 和 α 的七种选取可以分为两类,前四种是一类,后三种是一类. 我们在下面将要用到的都属于第一类.

下面我们引进场的变换性质,对规范场 A_μ^i, $i=1,\cdots,8$, 定义

$$\hat{A}_\mu^{(\epsilon)}=igA_\mu^i\hat{I}_i^{(\epsilon)}, \tag{2.5}$$

表 1

	a	α
I	1 3 4 6 8	2 5 7
II	1 3 5 7 8	2 4 6
III	2 3 4 7 8	1 5 6
IV	2 3 5 6 8	1 4 7
V	1 2 4 5	3 6 7 8
VI	1 2 6 7	3 4 5 8
VII	4 5 6 7	1 2 3 8

则在 $SU(3)$ 群的局域变换作用下，$\hat{A}_\mu^{(\epsilon)}$ 的变换规则为

$$\hat{A}_\mu^{(\epsilon)} \to \hat{A}_\mu^{(\epsilon)\prime} = U^{(\epsilon)}(\partial_\mu + \hat{A}_\mu^{(\epsilon)})U^{(\epsilon)+}. \tag{2.6}$$

其中

$$U^{(\epsilon)} = \exp\{iI_j^{(\epsilon)}\xi^j(x)\}, \tag{2.7}$$

$\xi^j(x)$, $j = 1, \cdots, 8$ 为群变换参数．对规范场来说，ϵ 可取 $+$，$-$，5 和 -5 四种情形，对这四种 ϵ 用 (2.6) 和 (2.7) 式所确定的 A_μ^i 的变换规则是相同的．

费米场组成 $SU(3)$ 群的基础表示，它的变换规则选为

$$\psi(x) \to \psi'(x) = U^{(5)}\psi(x), \quad \bar{\psi}(x) \to \bar{\psi}'(x) = \bar{\psi}(x)U^{(-5)+}. \tag{2.8}$$

容易证明，在这一变换下，

$$\bar{\psi}(\partial_\mu + \hat{A}_\mu^{(-5)})\gamma^\mu\psi = \bar{\psi}\gamma^\mu(\partial_\mu + \hat{A}_\mu^{(5)})\psi \tag{2.9}$$

是规范不变量．

Higgs 场取作 3×3 的矩阵 Φ，它是一个复场，变换规则选为

$$\Phi \to \Phi' = U^{(-)}\Phi U^{(+)+}, \quad \Phi^+ \to \Phi^{+\prime} = U^{(+)}\Phi^+ U^{(-)+}. \tag{2.10}$$

由 (2.6) 和 (2.10) 容易证明

$$D_\mu\Phi = \partial_\mu\Phi + A_\mu^{(-)}\Phi - \Phi A_\mu^{(+)} \tag{2.11}$$

为协变微分，且由 (2.8) 及 (2.10) 可知

$$\bar{\psi}\Phi P_+\psi \text{ 和 } \bar{\psi}\Phi^+ P_-\psi \tag{2.12}$$

为规范不变量，其中

$$P_\pm = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5) \tag{2.13}$$

为手征投影算子，它具有以下性质

$$P_\pm U^{(5)} = U^{(\pm)}P_\pm, \quad P_\pm U^{(-5)} = U^{(\mp)}P_\pm. \tag{2.14}$$

在一般情况下，由 3×3 矩阵定义的 Higgs 场含有 9 个复场，但它们并不是 $SU(3)$ 群的不可约表示．在 a 和 α 取表 1 中前四种数值的情况下 Φ 可以分解为两个不可约表示，其中一个 $\Phi^{(3)}$ 是 3 维表示，另一个 $\Phi^{(6)}$ 是 6 维表示，它们可以写成下列形式(参看附录 I)：

$$\Phi^{(3)} = \phi^\alpha \hat{I}_\alpha, \quad \Phi^{(6)} = \frac{1}{\sqrt{6}}\phi^0 + \phi^a \hat{I}_a. \tag{2.15}$$

其中 ϕ^α, ϕ^0 和 ϕ^a 都是复标量场．

在下两节中，我们将利用这一节得到的变换性质构造弱电统一模型．

三、对称性的自发破缺和弱奇异数守恒

在 $SU(3)$ 群作用下规范不变的拉氏函数为

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{4} F^i_{\mu\nu} F^{i\mu\nu} + \bar{\psi}\gamma^\mu(\partial_\mu + \hat{A}^{(5)}_\mu)\psi + Tr[(D_\mu\Phi)^+(D_\mu\Phi)]$$
$$- V(\Phi, \Phi^+) + \frac{f}{2}\bar{\psi}\Phi(1+\gamma_5)\psi$$
$$+ \frac{f^*}{2}\bar{\psi}\Phi^+(1-\gamma_5)\psi. \qquad (3.1)$$

假定 $V(\Phi, \Phi^+)$具有 $\Phi \to -\Phi$ 的分立对称性(见附录),可以看到,这个拉氏函数除 $SU(3)$ 规范不变外还具有一个 $U(1)$ 整体对称性. 令 $\hat{S}$ 为这个 $U(1)$ 群的生成元, η 为群参数. 整体 $U(1)$ 变换由

$$U_0^{(\epsilon)} = \exp\{i\hat{S}^{(\epsilon)}\eta\} \qquad (3.2)$$

表出,且 $U_0^{(\epsilon)}$ 满足

$$(U_0^{(\epsilon)})^+ = U_0^{(-\epsilon)}, \qquad (3.3)$$

各场量的变换规则为

$$\psi \to \psi' = e^{i\gamma_5\eta}\psi, \quad \hat{A}^{(\epsilon)}_\mu \to \hat{A}^{(\epsilon)\prime}_\mu = e^{i\epsilon\eta}\hat{A}^{(\epsilon)}_\mu(e^{i\epsilon\eta})^+ = \hat{A}^{(\epsilon)}_\mu, \qquad (3.4)$$
$$\Phi \to \Phi' = e^{-i\eta}\Phi(e^{i\eta})^+ = e^{-2i\eta}\Phi.$$

即费米子(轻子)按 $S = 1$ 的 $U_0^{(5)}$ 变换,规范场不变, Higgs 场按 $S = -2$ 的 $U_0^{(+)}$ 变换.容易证明在(3.4)的整体变换下,(3.1) 式是不变的(关于 $V(\Phi, \Phi^+)$ 的讨论参看附录).

为了讨论对称性的自发破缺,首先要考虑 Higgs 场的选取. 为了使所有的规范场除了电磁场外都获得质量,需要在破缺后只保留和电磁场对应的 $U_{E_1M_1}(1)$ 群的对称性,这样 Higgs 场最少要有 8 个实分量,使得其中 7 个分量能通过 Higgs 机制与矢量粒子结合. 在前面的讨论中,我们曾指出,最简单的 Higgs 场可选为 $\Phi^{(3)}$ 或 $\Phi^{(6)}$. $\Phi^{(3)}$ 只有 6 个实分量,经过破缺,只能使 5 个规范场获得质量,同时保留一个 $SU(2)$ 的对称性,也就是说除了光子外还含有两个质量为零的规范场. $\Phi^{(6)}$ 共有 12 个实分量,经过破缺,它可以使除光子之外的所有的规范场得到质量,但同时保留 5 个 Higgs 粒子.

下面我们取 Higgs 场为 $\Phi^{(6)}$ 来进行讨论, Higgs 场的真空期待值取为

$$\langle\Phi^{(6)}\rangle_0 = vI_6 = \frac{1}{2}v\lambda_6. \qquad (3.5)$$

原有对称性破缺后还保留下一个局部 $U(1)$ 对称性和一个整体 $U(1)$ 对称性不破缺. 它们的生成元分别为电荷

$$\hat{Q} = \hat{I}_3 - \sqrt{3}\,\hat{I}_8 \qquad (3.6)$$

和弱奇异数

$$\hat{S}_W = -\frac{2}{\sqrt{3}}\hat{I}_8 + \frac{1}{6}\hat{S}, \qquad (3.7)$$

$\hat{Q}$ 和 $\hat{S}_W$ 是守恒量子数. 在自发破缺后所有的物理粒子都应是它们的本征态,当然各粒子量子数的确定要按照该粒子变换时所依据的实现.

对于费米子 $\hat{S}_W$ 表现为

$$\hat{S}_W^{(5)} = \frac{1}{2}\gamma_5\begin{pmatrix}1 & & \\ & 1 & \\ & & -1\end{pmatrix}. \tag{3.8}$$

ψ 的各分量是 $\hat{S}_W^{(5)}$ 的本征态要求它们或者是左旋分量或者是右旋分量而不能是左旋和右旋的混合。

如果我们要将同一 ψ 三重态中六个手征分量分为 S_W 本征值相同的两组，则只允许有下两种情形

$$S_W = \frac{1}{2},\quad \begin{pmatrix}L^0\\ L^-\\ R^-\end{pmatrix};\qquad S_W = -\frac{1}{2},\quad \begin{pmatrix}R^0\\ R^+\\ L^+\end{pmatrix}. \tag{3.9}$$

注意到对称性自发破缺将使第二和第三分量混合而成带质量的粒子，我们得到一个重要结论：左旋中微子总是和带负电的轻子组成一个多重态，右旋的中微子（通常称反中微子）总是和带正电的轻子组成一个多重态。

为确定起见，我们讨论电子的情形，ψ 取作

$$\psi = \begin{pmatrix}\nu_L\\ e_L\\ e_R\end{pmatrix}, \tag{3.10}$$

由此得到电子的质量项为

$$\frac{1}{2}fv\bar{e}_R e_L + \frac{1}{2}f^*v^*\bar{e}_L e_R.$$

为了使得 $\bar{e}\gamma_5 e$ 项不出现，我们可取 fv 为实数，这时电子质量为

$$m_e = \frac{1}{2}fv. \tag{3.11}$$

规范粒子的质量项由

$$Tr[(\hat{A}_\mu^{(-)}\langle\Phi\rangle_0 - \langle\Phi\rangle_0\hat{A}_\mu^{(+)})^+(\hat{A}_\mu^{(-)}\langle\Phi\rangle_0 - \langle\Phi\rangle_0\hat{A}_\mu^{(+)})] \tag{3.12}$$

给出，将 (3.5) 代入，经过简单的计算可以得到质量项为（省略掉规范粒子的 Lorentz 脚标）

$$\frac{1}{4}g^2|v|^2\left[W^+W^- + V^+V^- + 4U^{++}U^{--} + \frac{2}{3}z^0z^0\right]. \tag{3.12'}$$

其中

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^1 \mp iA^2),\quad z^0 = \frac{1}{2}(\sqrt{3}A^3 + A^8),$$

$$V^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^4 \pm iA^5),\quad U^{\pm\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^6 \pm iA^7), \tag{3.13}$$

由 (3.12) 和 (3.13) 给出各规范粒子质量为

$$m_W^2 = \frac{1}{4}g^2|v|^2,\quad m_z^2 = \frac{4}{3}m_W^2,$$

$$m_V^2 = m_W^2,\qquad m_U^2 = 4m_W^2 \tag{3.14}$$

中性 z^0 粒子的质量和 Weinberg-Salam 模型中 $\sin^2\theta_W=\frac{1}{4}$ 的情形完全一样. 在我们的理论中还有四个重的矢量粒子 $V^{\pm}$ 和 $U^{\pm\pm}$, 它们分别带一个电荷和两个电荷, 它们的质量由(3.14)给出, 是完全确定的数值.

在对称性自发破缺后, Higgs 场仍保留下来的分量为

$$\Phi=\begin{pmatrix}\phi^0 & 0 & 0\\ 0 & \phi^{++} & \frac{1}{2}\chi^0\\ 0 & \frac{1}{2}\chi^0 & 0\end{pmatrix}. \tag{3.15}$$

其中 χ^0 是实场, ϕ^0 和 ϕ^{++} 都是复场.

所有粒子的电荷和弱奇异数如下表所示:

表 2

	γ	W^-	W^+	Z^0	V^-	V^+	U^{--}	U^{++}
Q	0	-1	1	0	-1	1	-2	2
S_W	0	0	0	0	1	-1	1	-1
	ν_e	e_L	e_R	χ^0	ϕ^{0*}	ϕ^0	ϕ^{--}	ϕ^{++}
Q	0	-1	-1	0	0	0	-2	2
S_W	1/2	1/2	1/2	0	1	-1	1	-1

我们的理论比 Weinberg-Salam 模型多出的粒子是一批带弱奇异数的粒子，它们的性质我们在后面还要进一步讨论.

四、轻子和规范粒子及 Higgs 粒子的相互作用

轻子与规范粒子的相互作用由 $\bar{\psi}\gamma^\mu \hat{A}_\mu^{(5)}\psi$ 给出. 由于 $\bar{L}\gamma^\mu R=\bar{R}\gamma^\mu L=0$, 可以看出带弱奇异数的规范粒子与相同 S_W 的轻子无直接耦合. 利用(3.10)和 $\gamma_5 L=L$, $\gamma_5 R=-R$, 我们得到

$$\begin{aligned}\bar{\psi}\gamma^\mu \hat{A}_\mu^{(5)}\psi &= i\frac{g}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu[\gamma_5(A_\mu^1\hat{\lambda}_1+A_\mu^3\hat{\lambda}_3+A_\mu^8\hat{\lambda}_8)+A_\mu^2\hat{\lambda}_2]\psi\\ &= i\frac{g}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu[A_\mu^1\hat{\lambda}_1+A_\mu^2\hat{\lambda}_2+A_\mu^3\hat{\lambda}_3+A_\mu^8\hat{\lambda}_8']\psi.\end{aligned} \tag{4.1}$$

其中 $\hat{\lambda}_i$ 是通常的 Gell-Mann $\hat{\lambda}$ 矩阵, $\hat{\lambda}_8'$ 为

$$\hat{\lambda}_8'=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}1 & & \\ & 1 & \\ & & 2\end{pmatrix}. \tag{4.2}$$

利用(3.13)和

$$A=\frac{1}{2}(-A^3+\sqrt{3}A^8). \tag{4.3}$$

(4.1) 可明显写作

$$i\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_L\gamma^\mu W_\mu^+ e_L + \bar{e}_L\gamma^\mu W_\mu^- \nu_L) + \frac{ig}{2\sqrt{3}}(2\bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L - \bar{e}_L\gamma^\mu e_L + \bar{e}_R\gamma^\mu e_R)Z_\mu$$
$$+ i\frac{g}{2}(\bar{e}_L\gamma^\mu e_L + \bar{e}_R\gamma^\mu e_R)A_\mu \tag{4.4}$$

这正是 Weinberg-Salam 模型中轻子与规范场相互作用的拉氏量，并且 $\sin^2\theta_W = 1/4$. 值得指出的是,许多作者[3,4]为了要在轻子和 A_μ^8 规范场的相互作用中,得到正确的 Weinberg 角,将 $SU(3)$ 群改为超对称群 $SU(2/1)$，这样 $\hat{\lambda}_8$ 才变成了 (4.2) 式的 $\hat{\lambda}'_8$. 从我们的推导中可以看到,引进带 γ_5 的生成元就能得到 $\hat{\lambda}'_8$, 从而得到正确的 Weinberg 角而无需引进超对称群.

轻子与 Higgs 场的相互作用为

$$\frac{f}{2}\bar{\psi}\Phi(1+\gamma_5)\psi + \frac{f^*}{2}\bar{\psi}\Phi^+(1-\gamma_5)\psi.$$

利用 (3.10) 和 (3.15) 给出为

$$\frac{1}{2}(f\bar{e}_R e_L + f^*\bar{e}_L e_R)\chi^0. \tag{4.5}$$

这表明带奇异数的 Higgs 粒子也不与轻子直接耦合，只有 $S_W = 0$ 的 χ^0 才能与轻子直接耦合.

从上面的讨论中可以看到，就现已观察到的轻子与玻色粒子的相互作用以及这些粒子的质量而言,我们的理论和 Weinberg-Salam 模型完全一样,并且定出 $\sin^2\theta_W = 1/4$. 在我们的理论中，还多出 4 个重的矢量粒子,4个标量粒子以及两个费米子. 它们都带有不为零的弱奇异数，只要它们的质量足够重，在低能的轻子衰变和散射实验中,它们的作用可以忽略. 我们将在下一节中专门讨论弱奇异玻色子的一些性质和观察它们的可能性.

五、弱奇异玻色子的性质

如表 2 所示轻子的弱奇异数为 1/2，但它与轻子数简并,因此可以把轻子当作弱奇异数为零的粒子对待(通过重新定义弱奇异数). 弱奇异数为(−1/2)的费米子,通过重新定义,弱奇异数为 −1，它们的质量假定很重而不影响低能轻子的现象. 在本文中我们不讨论这些奇异费米子的性质. 我们称弱奇异数不为零的玻色子 $V^\pm$, $U^{\pm\pm}$, φ^0, φ^{0*}, $\varphi^{\pm\pm}$ 为弱奇异粒子. 从上面的讨论我们已知它们的几个重要性质: (i) 它们和轻子没有直接耦合; (ii) 通过适当的 Higgs 机制可以使它们成为重粒子，并且 V 和 U 的质量在一种选择下确定为 $m_V^2 = m_W^2$, $m_U^2 = 4m_W^2$; (iii) 它们的电荷由表 2 给出，特别是有双电荷的粒子 $U^{\pm\pm}$, $\varphi^{\pm\pm}$ 存在; (iv) 由于弱奇异数的严格守恒,它们只能成对产生.

为进一步研究弱奇异粒子的性质，我们先看规范场三顶点自相互作用. 按(3.1)式其拉氏函数为

$$\frac{i}{2}gf_{ikl}A_\mu^i A_\nu^k(\partial^\mu A^{l\nu} - \partial^\nu A^{l\mu}), \tag{5.1}$$

引进符号

$$(A^j, A^k, A^l) = \sum_{\pi} \epsilon_\pi A^{j_\pi}_\mu A^{k_\pi}_\nu (\partial^\mu A^{l_\pi \nu} - \partial^\nu A^{l_\pi \mu}). \tag{5.2}$$

其中 π 为 j, k, l 的一种排列，当 π 为奇置换时 $\epsilon_\pi = -1$，当 π 为偶置换时 $\epsilon_\pi = 1$. 这样定义的 (A^j, A^k, A^l) 对 j, k, l 是全反对称的. 将 A^j_μ 用物理粒子的场量表示出来代入(5.1)式，仍用(5.2)式的符号可以把规范场三顶点自相互作用的拉氏量明显表为

$$\frac{1}{4} g[(A, W^-, W^+) + (A, V^-, V^+) + 2(A, U^{--}, U^{++}) + \sqrt{3}(Z^0, V^-, V^+) - \sqrt{3}(Z^0, W^-, W^+) + \sqrt{2}(W^-, V^-, U^{++}) - \sqrt{2}(W^+, V^+, U^{--})]. \tag{5.3}$$

从(5.3)式可以看出，直接观察V粒子和U粒子的方法是通过高能电子正电子对撞实验观察它们的成对产生. 在 Weinberg-Salam 理论中，只应观察到 $W^\pm$ 粒子的成对产生.在我们的理论中还应能观察到 $V^\pm$ 粒子和带双电荷的 $U^{\pm\pm}$ 粒子的成对产生（假如能量足够的话），它们的产生截面可以通过(5.3)式计算出来. 在扣除相空间因子的差别后，它们的产生截面和W粒子成对产生的截面在数量级上也是相同的. 此外，U粒子与 Z^0 粒子不耦合，在电子正电子对撞产生U粒子对时，应表现为没有 Z^0 中间态与之相干的纯虚光子过程(当然是指在 g^2 级微扰论计算的意义下)，亦即表现为典型的量子电动力学所描写的过程. 考虑到这时能量已远高于 Z^0 粒子的产生阈，Z^0 粒子对各种过程的贡献与光子是同量级的，$U^{\pm\pm}$ 对不与单 Z^0 耦合是一个重要的特征.

U粒子可以通过下列方式衰变

$$U^{++} \to W^+ + V^+, \quad V^+ \to e^+ + \nu_e \text{ 等}, \tag{5.4}$$

由于 V^+ 与 e^+ 带有同号的电荷，其特征性是很明显的，可以作为辨认U粒子的方法.

规范场四顶点自相互作用也可由(3.1)式给出，我们暂不去具体讨论了.

现在考察 Higgs 粒子与规范场的相互作用，这些相互作用包含在

$$Tr[(D_\mu \Phi)^+ (D_\mu \Phi)] \tag{5.5}$$

中，其中 Φ 由(3.15)式给出，$D_\mu \Phi$ 由(2.11)式给出. 注意到

$$\hat{A}^{(+)} = \frac{ig}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} Z & W^+ & V^- \\ W^- & \frac{1}{\sqrt{2}} A - \frac{1}{\sqrt{6}} Z & U^{--} \\ V^+ & U^{++} & -\frac{1}{\sqrt{2}} A - \frac{1}{\sqrt{6}} Z \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}^{(-)} = \frac{ig}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{2}{3}} Z & -W^- & -V^+ \\ -W^+ & -\frac{1}{\sqrt{2}} A + \frac{1}{\sqrt{6}} Z & -U^{++} \\ -V^- & -U^{--} & \frac{1}{\sqrt{2}} A + \frac{1}{\sqrt{6}} Z \end{pmatrix}. \tag{5.6}$$

代出后即得到 Higgs 粒子与规范场的相互作用. 其中三顶点的部分为

$$
\begin{aligned}
ig\Big\{&\frac{2}{\sqrt{3}}Z^\mu[\phi^{0*}(\partial_\mu\phi^0)-(\partial_\mu\phi^{0*})\phi^0]\\
&+\sqrt{2}\left(A^\mu-\frac{1}{\sqrt{3}}Z^\mu\right)[(\partial_\mu\phi^{++})\phi^{--}-\phi^{++}(\partial_\mu\phi^{--})]\\
&+\frac{1}{\sqrt{2}}U^{++\mu}[(\partial_\mu\chi)\phi^{--}-\chi(\partial_\mu\phi^{--})]\\
&+\frac{1}{\sqrt{2}}U^{--\mu}[(\partial_\mu\phi^{++})\chi-\phi^{++}(\partial_\mu\chi)]\Big\}\\
&+gm_W\Big\{\left[\frac{2}{3}Z_\mu Z^\mu+W_\mu^+W^{-\mu}+V_\mu^+V^{-\mu}+4U_\mu^{++}U^{--\mu}\right]\chi\\
&+\sqrt{2}\left(A^\mu-\frac{2}{\sqrt{3}}Z^\mu\right)(U_\mu^{++}\phi^{--}+U_\mu^{--}\phi^{++})\\
&+2W_\mu^+V^{-\mu}\phi^0+2W_\mu^-V^{+\mu}\phi^{0*}+W_\mu^-V^{-\mu}\phi^{++}+W_\mu^+V^{+\mu}\phi^{--}\Big\},
\end{aligned}
\tag{5.7}
$$

含 m_W 项是由四顶点破缺得到的.

利用(5.7)式我们可以讨论 Higgs 粒子的主要产生和衰变行为.

六、$V(\Phi,\Phi^+)$ 中包含三次幂的讨论

理论的可重整性要求 $V(\Phi,\Phi^+)$ 对场量的依赖不超过四次幂. 如果其中含有三次幂项,例如

$$
\det\Phi+\det\Phi^+=-\frac{1}{4\sqrt{2}}(\phi_{11}^*+\phi_{11})\phi_{23}^2
\tag{6.1}
$$

项(符号见附录),则将带来 $V(\Phi;\Phi^+)$ 极小值位置的移动, 这时不仅 ϕ_{23} 的真空期待值将不为零,而且 $\phi_{11}^*+\phi_{11}$ 的真空期待值亦将不为零.

由于(6.1)式不满足整体 $U(1)$ 不变性,因此弱奇异数守恒不再保持.

如果这时 Higgs 场的真空期待值为

$$
\langle\Phi^{(6)}\rangle_0=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}v'&0&0\\0&0&v\\0&v&0\end{pmatrix},
\tag{6.2}
$$

则电子得到的质量没有改变,但规范粒子的质量项代替 (3.12) 有 (为简单假定 v, v' 都是实数)

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{4}g^2\Big[&\left(\frac{2}{3}v^2+\frac{4}{3}v'^2\right)Z^2+4v^2U^+U^{--}+(v^2+v'^2)(W^+W^-+V^+V^-)\\
&+2vv'(W^+V^-+W^-V^+)\Big]
\end{aligned}
\tag{6.3}
$$

W和V将重新混合,质量本征态为

$$
\widetilde{W}=\frac{1}{\sqrt{2}}(W-V),\quad m_{\widetilde{W}}^2=\frac{1}{4}g^2(v-v')^2,
$$

$$\tilde{V} = \frac{1}{\sqrt{2}}(W + V), \; m_{\tilde{V}}^2 = \frac{1}{4} g^2 (v + v')^2, \tag{6.4}$$

不失普遍性,我们可以假定 $m_{\tilde{W}}^2 < m_{\tilde{V}}^2$. $\tilde{W}$ 和 $\tilde{V}$ 都将和轻子有耦合(通过 W). Z和U的质量为

$$m_Z^2 = \frac{1}{4} g^2 \left(\frac{4}{3} v^2 + \frac{8}{3} v'^2\right), \quad m_U^2 = g^2 v^2 \tag{6.5}$$

显然这些结果与 Weinberg-Salam 模型不同. 考虑到现有实验与 Weinberg-Salam 模型符合,可以预期 v' 如不为零亦应较小.

考虑低能过程带电流中 $\tilde{W}$ 和 $\tilde{V}$ 的贡献可等效成 W 粒子,其等效质量 $\bar{m}_W$ 由下式给出

$$\frac{1}{\bar{m}_W^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{m_{\tilde{W}}^2} + \frac{1}{m_{\tilde{V}}^2}\right), \tag{6.6}$$

即

$$\bar{m}_W^2 = \frac{1}{4} g^2 \frac{(v^2 - v'^2)^2}{v^2 + v'^2}. \tag{6.7}$$

这样由Z粒子和W粒子的质量定出的 Weinberg 角为

$$\sin^2\theta_W = 1 - \frac{m_Z^2}{\bar{m}_W^2} = \frac{1}{4}\left[1 - \frac{v'^2(15v^2 + 3v'^2)}{(v^2 - v'^2)^2}\right] \approx \frac{1}{4}\left(1 - 15\frac{v'^2}{v^2}\right). \tag{6.8}$$

它比 1/4 值略小. 但这时中性流本身仍为(4.4)式,即相当于 $\sin^2\theta_W = \frac{1}{4}$ 时的结果.

因此当 $V(\Phi, \Phi^+)$ 中有少量 $\det\Phi + \det\Phi^+$ 项时,理论将对前几节讨论的模型和 Weinberg-Salam 模型有偏离,表现在:

1. 中性流结构仍相当于 $\sin^2\theta_W = \frac{1}{4}$ 的结果,但低能下带电流与中性流强度比表现为相当于 $\sin^2\theta_W < \frac{1}{4}$ 如(6.8)式所示. 这可以在精确实验中来检验.

2. 在能量足够高时可以产生两对带电规范粒子 $\tilde{W}^{\pm}$ 和 $\tilde{V}^{\pm}$,它们共同承担 Weinberg-Salam 模型中 $W^{\pm}$ 粒子所起的传递带电流的作用,它们的质量如(6.4)式所示有所差别,并以相同的强度与轻子流耦合(和衰变).

3. 当然,弱奇异数将不再是守恒量子数.

4. 规范场三顶点自作用(5.3)式变为

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4} g[(A, \tilde{W}^-, \tilde{W}^+) + (A, \tilde{V}^-, \tilde{V}^+) + 2(A, U^{--}, U^{++}) \\ &\quad + \sqrt{3}(Z^0, \tilde{W}^-, \tilde{V}^+) + \sqrt{3}(Z^0, \tilde{V}^-, \tilde{W}^+) \\ &\quad + \sqrt{2}(\tilde{W}^-, \tilde{V}^-, U^{++}) - \sqrt{2}(\tilde{W}^+, \tilde{V}^+, U^{--}) \end{aligned} \tag{6.9}$$

通过 Z^0 对产生的是一个 $\tilde{W}$ 和一个 $\tilde{V}$.

七、一些讨论

在叙述了所得的主要结果之后,我们讨论以下几个问题:

1. 如果将 Higgs 场取作 $\Phi^{(3)}$，则仍可得到：(i) $\sin^2\theta_W = 1/4$；(ii) $m_V = m_W$；(iii) 弱奇异数守恒．这时只有一个 Higgs 粒子，但U粒子和光子一样没有质量． $\Phi^{(3)}$ 场并没有使得 $SU(3)$ 群破缺到只留下 $U_{E_1M_1}(1)$ 的对称性，而剩余了 $SU(2)$ 的对称性．由于没有观察到质量为零的带电粒子 $U^{\pm\pm}$，这个对称性必须进一步破缺．

如果 Higgs 场取作 $\Phi^{(3)}$ 和 $\Phi^{(6)}$ 的线性组合，则仍可得到上述 (i)，(ii)，(iii) 的结果，这时U粒子的质量在 0 和 $2m_W$ 之间，但剩余的 Higgs 粒子太多．

2. 在这个理论框架内可以容纳 μ，ν_μ，τ，ν_τ 等轻子，它们可以有不同的质量，不像有些超对称群的理论那样预言所有轻子的质量是一样的．

3. 将这个理论直接推广到夸克有一定困难，这种困难对超对称群的理论也是同样存在的．虽然夸克和轻子有明显的对称性，但夸克的电荷和轻子的电荷相差 $\frac{2}{3}e$，这是产生困难的原因．有几个可能的途径来解决这个问题．一个是将夸克看作复合粒子，例如夸克由轻子和一个带电荷 $2/3\,e$ 的玻色子组成．那么需要解释的是，为什么这个玻色子只和电磁场有相互作用而和W粒子以及 Z 粒子没有相互作用．另一种途径是将 $SU(3)$ 群再扩大，引进代表夸克的量子数，这样就需要再引进一个未知的耦合常数，我们将在以后的工作中来讨论这一问题．

4. 这个理论所给出的弱奇异数守恒，在一大类理论中是共同的．在我们以后的工作中可以看到，当把这个理论发展去包括夸克时，可以有几种不同的实现方案，但理论中存在一个守恒的弱奇异数量子数则是共同的，具有普遍意义．因此在将来的高能实验中，考察是否存在这样的守恒量子数和弱奇异粒子，是十分重要的．

5. Higgs 自作用势中允许有破坏弱奇异数守恒的三次项出现，是与 Higgs 势选作 6 维表示 $\Phi^{(6)}$ 的选法有关．如果 Higgs 势是选作 $\Phi^{(3)}$，由于 3 个 3 维表示组成的不变量是完全反对称的，它不能在自作用势中出现，这时弱奇异数就将是严格守恒的．

附录 I　Higgs 场的变换性质

首先我们证明 Higgs 场 Φ 可以按 (2.15) 分解为 3 维表示 $\Phi^{(3)}$ 和 6 维表示 $\Phi^{(6)}$．为确定和简单起见，我们在 α 和 a 的第一种选取下来讨论．一般地 Φ 可表为

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{6}}\phi^0_? + \phi^a\hat{I}_a + \phi^\alpha\hat{I}_\alpha, \tag{I.1}$$

作无穷小变换

$$\Phi \to \Phi' = U^{(-)}\Phi U^{(+)+} = (1 - i\hat{I}_a\xi^a + i\hat{I}_\alpha\xi^\alpha)\Phi(1 - i\hat{I}_a\xi^a - i\hat{I}_\alpha\xi^\alpha).$$

将 (I.1) 代入，得到

$$\begin{aligned} &\phi^0 \to \phi^{0\prime} = \phi^0 - i\sqrt{\frac{2}{3}}\,\phi^a\xi^a, \\ &\phi^a \to \phi^{a\prime} = \phi^a - (f_{\beta c a}\xi^\beta + i d_{bca}\xi^b)\phi^c - i\sqrt{\frac{2}{3}}\,\Phi^0\xi^a, \\ &\phi^\alpha \to \phi^{\alpha\prime} = \phi^\alpha - (f_{\beta\gamma\alpha}\xi^\beta + i d_{b\gamma\alpha}\xi^b)\phi^\gamma, \end{aligned} \tag{I.2}$$

由此可见 ϕ^0，ϕ^a 构成一个 6 维表示，ϕ^α 构成一个三维表示．

将三维表示 $\Phi^{(3)}$ 的变换规则和标准的三维表示变换规则比较，可以得到 $\Phi^{(3)}$ 有互相等价的两种表

述方法:

$$\Phi^{(3)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -i\phi_2 & -i\phi_5 \\ i\phi_2 & 0 & -i\phi_7 \\ i\phi_5 & i\phi_7 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Phi^{(3)} \to \Phi^{(3)\prime} = U^{(-)}\Phi^{(3)}U^{(+)+}, \tag{I.3}$$

和

$$\Phi^{(3)} = \begin{pmatrix} \phi_7 \\ -\phi_5 \\ \phi_2 \end{pmatrix}, \quad \Phi^{(3)} \to \Phi^{(3)\prime} = U^{(+)}\Phi^{(3)}. \tag{I.4}$$

同样地也可以证明 6 维表示 $\Phi^{(6)}$ 与用张量形式表述的 6 维表示是等价的.

现在讨论 Higgs 粒子为 $\Phi^{(6)}$ 的情形. 当对称性自发破缺后, 有 7 个实分量与规范粒子结合, 可以通过规范变换去掉,保留下来的还应有 5 个实分量. 我们考察在 Higgs 场真空期待值为

$$\langle\Phi^{(6)}\rangle = \frac{1}{2}\hat{\lambda}_6 v$$

时,保留下来的应有哪些分量.

令 $\Phi^{(6)}$ 偏离真空期待值不远,作无穷小规范变换,并将 $\Phi^{(6)}$ 表为

$$\Phi^{(6)} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{2}\phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \sqrt{2}\phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \sqrt{2}\phi_{33} \end{pmatrix}. \tag{I.5}$$

其中 $\phi_{ij} = \phi_{ji}$, 则结果为(展到一级小量):

$$\begin{aligned}
&\phi'_{11} = \phi_{11}, \\
&\phi'_{22} = \phi_{22} - i\frac{v}{2}\sqrt{2}(\xi^6 + i\xi^7), \quad \phi'_{33} = \phi_{33} - i\frac{v}{2}\sqrt{2}(\xi^6 - i\xi^7), \\
&\phi'_{12} = \phi_{12} - i\frac{v}{2}(\xi^4 + i\xi^5), \quad \phi'_{13} = \phi_{13} - i\frac{v}{2}(\xi^1 + i\xi^2), \\
&\phi'_{23} = \phi_{23} - i\frac{v}{2}\left(-\xi^3 + \frac{\xi^8}{\sqrt{3}}\right),
\end{aligned} \tag{I.6}$$

因此可以适当选择局部变换参数 $\xi^i(x)$, 使变换后的 $\phi'_{12} = \phi'_{13} = \phi'_{33} = 0$, ϕ'_{23} 的虚部消去, 保留下来 ϕ'_{23} 的实部和 ϕ'_{11}, ϕ'_{22} 复场,这样就得到(3.15)式的表达式.

附录 II Higgs 场自作用势和对称性的自发破缺

对称性的自发破缺由 Higgs 场的自作用势所给出. 考虑到可重整化的要求, 自作用势应由 Φ 和 Φ^+ 的不超过四次幂的不变量的线性组合给出.

在采用 Higgs 场为 $\Phi^{(6)}$ 的情况下,它的二次不变量只有一个,即正比于 $Tr(\Phi\Phi^+)$ 的项;三次不变量有 $\det\Phi$ 和 $\det\Phi^+$, 这样的项如果在 $V(\Phi, \Phi^+)$ 中出现, 将在对称性自发破缺时带来一些复杂性, 我们假定 V 中不存在这样的项,在本文第六节中简单讨论这样的项出现时的后果; 四次不变量有三个, 这是因为 $\Phi\Phi^+$ 可分解为三个不可约表示

$$\underline{6} \times \underline{6}^* = \underline{1} + \underline{8} + \underline{27} \tag{II.1}$$

两对 $\Phi\Phi^+$ 耦合时得到的三个不变量我们分别归一到 1, 8, 27, 并且 I_1, I_8. I_{27} 表示.

对四次不变量有下述定理.

定理: 若么正对称群的 n 维表示 $\underline{n}$ 和 $\underline{n}^*$ 直乘可分解为 m 个变换性质不同的不可约表示的直和, 则 $\underline{n}$ 和 $\underline{n}^*$ 组成的独立四次不变量的个数不超过 $m-1$.

证: 二次不变量为

$$I_0 = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \phi_i^*, \qquad \phi_i \text{ 为 } \underline{n} \text{ 的基}$$

令四次不变量为 I_{N_j}, $j = 1, \cdots, m$, N_j 为 $\underline{n} \times \underline{n}^*$ 分解出的第 j 个不可约表示的维数,

$$\sum_{j=1}^{m} N_j = n^2.$$

令 $j = 1$ 代表 1 维表示，则 $I_1 = \frac{1}{n} I_0^2$, 其中 I_{N_j} 归一化到 N_j.

作 $\sum_{j=1}^{m} I_{N_j}$, 它实际上等于 $\underline{n} \times \underline{n}^*$ 给出的所有态模的平方和，即

$$\sum_{j=1}^{m} I_{N_j} = \sum_{i,k}^{n} (\phi_i \phi_k^*)(\phi_i \phi_k^*)^* = \sum_{i,k}^{n} \phi_i \phi_i^* \phi_k \phi_k^* = I_0^2$$

即各 I_{N_j}, $j = 1, \cdots\cdots, m$ 不是独立的，证完.

根据上述定理，I_1, I_8, I_{27} 中最多只有两个是独立的. 利用 Φ 的一般形式 (I.5), 各不变量为

$$I_0 = 2Tr(\Phi\Phi^+) = |\phi_{11}|^2 + |\phi_{22}|^2 + |\phi_{33}|^2 + |\phi_{12}|^2 + |\phi_{13}|^2 + |\phi_{23}|^2, \tag{II.2}$$

$$I_1 = \frac{1}{6} I_0^2, \tag{II.3}$$

$$\begin{aligned} I_8 = & \sum_{\substack{i,k=1 \\ (i,j,k\text{不等})}}^{n} \frac{1}{5} |\sqrt{2}\, \phi_{ii} \phi_{ki}^* + \sqrt{2}\, \phi_{ik} \phi_{kk}^* + \phi_{ij} \phi_{kj}^*|^2 \\ & + \frac{1}{10} (2|\phi_{11}|^2 - 2|\phi_{22}|^2 + |\phi_{13}|^2 - |\phi_{23}|^2) \\ & + \frac{1}{30} (2|\phi_{11}|^2 + 2|\phi_{22}|^2 - 4|\phi_{33}|^2 + 2|\phi_{12}|^2 - |\phi_{13}|^2 - |\phi_{23}|^2), \end{aligned} \tag{II.4}$$

如果 $V(\Phi, \Phi^+)$ 中含有 I_8 项，则得不到所需要的破缺分量. 假定 Higgs 自作用势简单为

$$V(\Phi, \Phi^+) = -\mu^2 I_0 + a I_0^2, \tag{II.5}$$

其中 $\mu^2, a > 0$, 可以得到 V 在 $I_0 = \frac{\mu^2}{2a}$ 时达极小值. 令破缺分量为 ϕ_{33}, $\langle\phi_{33}\rangle_0 = \sqrt{\frac{\mu^2}{2a}}$, 利用规范变换，将 Φ 中七个分量变到零，保留五个分量为复的 ϕ_{11}, ϕ_{22} 和实的 $\phi_{33} = \sqrt{\frac{\mu^2}{2a}} + \chi$. 则通过对称性的自发破缺 χ^0 将获得质量 $m_\chi^2 = 4\mu^2$, $\phi_{11} = \phi^0$, $\phi_{22} = \phi^{++}$ 将仍为零质量，这表明它们是赝 Goldstone 粒子，是在 $V(\Phi)$ 中具有高于 $SU(3)$ 的整体对称性的结果.

为使 ϕ^0 和 ϕ^{++} 获得重的质量，需要引入其它的 Higgs 多重态，解除 $V(\Phi)$ 中高于 $SU(3)$ 的整体对称性. 在下一篇文章中，我们将把这个模型推广到包括夸克在内，在那里将给出关于这一问题的讨论.

参 考 文 献

[1] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **19** (1967), 1264. A. Salam. Elementary Particle Theory. ed. N. Svartholm (Stockholm, 1968).

[2] 见1978年东京国际高能物理会议文集.

[3] Y. Néeman, *Phys. Lett.*, **81B** (1979), 190.

[4] D. B. Fairlie, *Phys. Lett.*, **82B** (1979), 97; E. J. Squires, *Phys. Lett.*, **82B** (1979), 359. J. G. Taylor, Phys. Lett., **83B** (1979), 331; Phys. Lett., **84B** (1979), 79; P. H. Dondi and P. D. Tarvis, *Phys. Lett.*, **84B** (1979), 75.

UNIFIED ELECTRO-WEAK MODEL IN $SU(3)$

ZHOU GUANG-ZHAO (*Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica*)
GAO CHONG-SHOU (*Peking University*)

ABSTRACT

In this paper a unified electro-weak model for leptons based on the $SU(3)$ gauge group is suggested by means of four kinds of realization for the generators of the group. For all low energy electro-weak processes, this model predicts the same results as the conventional Weinberg-Salam model does. The Weinberg angle is shown to be $\sin^2\theta_w = 1/4$ in a natural way. When the Higgs self potential respects a discrete symmetry $\Phi \to -\Phi$, a new conserved quantum number called weak strangeness emerges from the model after spontaneous symmetry breaking. In the present model there exist another four heavy vector gauge bosons $V^{\pm}$ and $U^{\pm\pm}$ together with some heavy fermions and Higgs scalars, which have non vanishing weak strangeness quantum numbers. These weak strange particles have no direct couplings with leptons. Their existence will not influence the low energy electro-weak processes. Nevertheless, they can be produced in pairs in high energy collisions and the lightest of them should be stable if the conservation of weak strangeness is exact. The experimental implications and the possibility of violation of the conservation of weak strangeness are also discussed.