第5卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 5, No. 1
1981年1月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Jan., 1981

关于 $SU(3)\times U(1)$ 轻子和夸克弱电统一模型的一些讨论

周光召 高崇寿
(中国科学院理论物理研究所) (北京大学)

摘 要

本文讨论了 $SU(3)\times U(1)$ 轻子和夸克弱电统一模型中的几个问题：(i) 讨论了 Higgs 场的两种选取方案所得结果的异同以及与 Weinberg-Salam 模型的关系；(ii) 给出从 Higgs 自作用势给出理论所要求的破缺的证明，并对结果进行了讨论；(iii) 考察了当理论中放入几组费米子多重态时，轻子与夸克的质谱性质和夸克的广义 Cabibbo 混合出现的来源.

在文[1]中，我们在规范群取作 $SU(3)\times U(1)$ 的基础上，利用群代数的四种实现，提出了一个统一描写轻子和夸克弱电相互作用的模型.这个模型在两个 Higgs 场真空期待值 v_1 和 v_2 之比 $v=\left|\frac{v_2}{v_1}\right|^2$ 趋于无穷时，给出了与 Weinberg-Salam 模型[2]相同的结果.在文[1]中还指出，当 $\sin\varphi\ll 1$, $\sin^2\varphi/v\ll 1$ 时，这个模型给出的结果在低能范围内和 $\sin^2\theta_W\lesssim 1/4$ 的 Weinberg-Salam 模型的结果相近，并且与现有实验相符.同时在进一步的精确实验或更高能量的实验中，这个模型与 Weinberg-Salam 模型的差别是可以检验的.在本文中，我们将在文[1]的基础上，对几个问题作进一步的讨论.

一、另一种破缺方案

在文[1]中，我们引入两组3维表示的 Higgs 场 Φ_1 和 Φ_2，它们的 Y 量子数分别为 $Y=0$ 和 $Y=-1$，它们的真空期待值分别为

$$\langle\Phi_1\rangle=\begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\qquad \langle\Phi_2\rangle=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_2 \end{pmatrix}. \tag{1.1}$$

我们称这样破缺得到的模型为模型 I. 但是在引入两组3维表示 Higgs 场的作法下，还可以有另一种破缺方案，即 Φ_1 和 Φ_2 的 Y 量子数分别为 $Y=0$ 和 $Y=+1$，它们的真空期待值相应地为

本文1979年9月4日收到.

$$\langle\Phi_1\rangle_0=\begin{pmatrix}v_1\\0\\0\end{pmatrix},\qquad \langle\Phi_2\rangle_0=\begin{pmatrix}0\\v_2\\0\end{pmatrix},\tag{1.2}$$

所得到模型称为模型 II. 本节中我们将讨论其主要结果并与模型 I 比较（各符号含意见[1]).

利用(1.2)式,可以从 Higgs 场拉氏函数动能项

$$(D_\mu\Phi_1)^+(D_\mu\Phi_1)+(D_\mu\Phi_2)^+(D_\mu\Phi_2),\tag{1.3}$$

得到破缺后规范场的质量项为

$$\frac{1}{2}g^2|v_1|^2\left(W^+W^-+V^+V^-+\frac{2}{3}Z^2\right)$$
$$+\frac{1}{2}g^2|v_2|^2(W^+W^-+U^{++}U^{--})+\frac{1}{4}|v_2|^2\left(-\frac{g}{\sqrt{3}}Z+\sqrt{g^2+g'^2}Z'\right)^2.\tag{1.4}$$

由此得到带电粒子质量为

$$m_V^2=\frac{1}{2}g^2|v_1|^2,\quad m_U^2=\frac{1}{2}g^2|v_2|^2,\quad m_W^2=m_V^2+m_U^2,\tag{1.5}$$

这个结果与模型 I 中不同. 在模型 I 中 $m_V^2=m_W^2+m_U^2$, V 粒子在三者中最重, 并且如果 $v>1$, 则W粒子将是最轻的. 现在的模型 II 中,不论 v 取何值,弱奇异粒子 U 和 V 都将比W粒子轻.

Z 和 Z′ 将重新混合成 Z_1 和 Z_2

$$Z=\cos\alpha Z_1+\sin\alpha Z_2,\quad Z'=-\sin\alpha Z_1+\cos\alpha Z_2.\tag{1.6}$$

它们的质量为

$$m_1^2=\frac{4}{3}m_W^2\frac{\cos^2\alpha}{1+v}\left[1+\frac{v}{4}\left(1+\sqrt{3}\,\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\sin\varphi}\right)^2\right],$$
$$m_2^2=\frac{4}{3}m_W^2\frac{\cos^2\alpha}{1+v}\left[\mathrm{tg}^2\alpha+\frac{v}{4}\left(\mathrm{tg}\,\alpha-\sqrt{3}\,\frac{1}{\sin\varphi}\right)^2\right].\tag{1.7}$$

其中

$$v\equiv\left|\frac{v_2}{v_1}\right|^2,\quad \mathrm{tg}\,2\alpha=\frac{2\sqrt{3}\,v\sin\varphi}{(4+v)\sin^2\varphi-3v},\tag{1.8}$$

和模型 I 比较它相当于 φ 变号的结果. 中性流的结构也相当于模型 I 中 φ 变号的结果.

在[1]中曾讨论,模型 I 在 $v\to\infty$ 时,

$$m_U^2,\ m_V^2,\ m_{Z_2}^2\to\infty,\ m_{Z_1}^2=m_W^2/\cos^2\theta_W,\ \sin^2\theta_W=\frac{1}{4}\cos^2\varphi,\tag{1.9}$$

并且有效中性流只有 Z_1 有贡献

$$J_{N_{1\mu}}=J_\mu^3-\sin^2\theta_W J_\mu^{e.m.},\tag{1.10}$$

即完全回到了 Weinberg-Salam 模型的结果. 在 $\sin\varphi\ll 1$, $\sin^2\varphi/v\ll 1$ 的情况下,模型 I 与现有实验符合,并且可以在进一步的实验中检验.

在模型 II 中, $v\to\infty$ 极限过程将要求

$$m_W^2/m_V^2,\quad m_W^4/m_{Z_1}^2\to\infty,$$

考虑到实验上已大体能估计 m_W 的数值,这要求 m_V^2, $m_{Z_1}^2\to 0$. 迄今实验上并未发现很

轻的稳定带电矢量粒子 $V^{\pm}$ 和中性矢量粒子 Z_1，这表明客观现实并不接近这种极限.

物理上感兴趣的极限情形应是 m_V 和 m_U 都比较大，从而不会和现有低能实验结果冲突的情形. 由于 $m_V^2+m_U^2=m_W^2$，这应属于 v 既不接近 ∞ 也不接近于 0 的情形，即 $v\sim 0(1)$. 我们着重考察 $\sin\varphi\ll 1$，$\sin^2\varphi/v\ll 1$ 的情形. V粒子和U粒子质量为

$$m_V^2=\frac{1}{1+v}m_W^2,\quad m_U^2=\frac{v}{1+v}m_W^2, \tag{1.11}$$

这时由(1.8)得

$$\mathrm{tg}\,\alpha=-\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\varphi\left(1+\frac{4}{3v}\sin^2\varphi+\cdots\right). \tag{1.12}$$

代入(1.7)得 Z_1 和 Z_2 质量在初级近似下为

$$m_1^2=\frac{m_W^2}{\cos^2\theta_W}\frac{1}{1+v}. \tag{1.13}$$

$$m_2^2=\frac{m_W^2}{\cos^2\theta_W}\cdot\frac{3v}{4(1+v)\sin^2\varphi}=\frac{m_W^2}{\cos^2\theta_W}\cdot\frac{3v}{4(1+v)(1-4\sin^2\theta_W)}, \tag{1.14}$$

其中 θ_W 定义仍按(1.9)式为 $\sin^2\theta_W=\frac{1}{4}\cos^2\varphi$. 由(1.13)和(1.14)可以看到 Z_1 粒子质量低于 Weinberg-Salam 模型中预言的 Z 粒子质量；Z_2 粒子的质量则将很重.

Z_1 和 Z_2 相应的中性流分别为

$$\begin{aligned}J_{N_1\mu}&=J_\mu^3-\frac{1}{4}J_\mu^{c.m.}+\frac{1}{4}J_\mu^Y-\frac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{tg}\,\alpha\left(\sin\varphi J_\mu^{c.m.}-\frac{1}{\sin\varphi}J_\mu^Y\right),\\ J_{N_2\mu}&=\mathrm{tg}\,\alpha\left(J_\mu^3-\frac{1}{4}J_\mu^{c.m.}+\frac{1}{4}J_\mu^Y\right)+\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\sin\varphi J_\mu^{c.m.}-\frac{1}{\sin\varphi}J_\mu^Y\right).\end{aligned} \tag{1.15}$$

代入上述近似后得最低级近似下

$$\begin{aligned}J_{N_1\mu}&=J_\mu^3-\sin^2\theta_W J_\mu^{c.m.}-\frac{1}{3v}(1-4\sin^2\theta_W)J_\mu^Y\\ J_{N_2\mu}&=-\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{1-4\sin^2\theta_W}\left[J_\mu^3-J_\mu^{c.m.}+\frac{3}{4(1-4\sin^2\theta_W)}J_\mu^Y\right]\end{aligned} \tag{1.16}$$

从(1.16)可以看出，仅从 $J_{N_1\mu}$ 来看，比 Weinberg-Salam 模型多了一项很小的 J_μ^Y 的贡献. 在低能中性流的有效相互作用中，对于 Z_1 的贡献来说由于 Z_1 质量带来的强度影响是主要的，而 $J_{N_1\mu}$ 中是否存在 J_μ^Y 项 $\left(\sin^2\theta_W<\frac{1}{4}\text{时}\right)$ 也是可以检验的一点. 尽管 Z_2 粒子质量很重，但由于 $J_{N_2\mu}$ 中包含一个很大的 J_μ^Y 项，Z_2 流对低能有效相互作用的贡献并不能忽略. 中性流有效相互作用正比于(保留到最低级近似)

$$\begin{aligned}J_{N_1\mu}J_{N_1}^\mu\frac{1}{m_1^2}+J_{N_2\mu}J_{N_2}^\mu\frac{1}{m_2^2}&=\frac{1}{m_1^2}\left(J_{N_1\mu}J_{N_1}^\mu+J_{N_2\mu}J_{N_2}^\mu\frac{4(1-4\sin^2\theta_W)}{3v}\right)\\ &=\frac{1}{m_1^2}\left(J_{N_1\mu}J_{N_1}^\mu+\frac{1}{4v}J_\mu^YJ^{Y\mu}\right).\end{aligned} \tag{1.17}$$

后一项是 Z_2 的贡献，它与 Z_1 的贡献是同量级的. Z_2 的贡献虽然很大，但它是与 Z_1 的贡献分离的，并且主要表现在 J_μ^Y 流上. 也就是说主要表现在夸克与夸克间的相互作用中，由于

它将极易为强作用所掩盖，在实验上来检验还有困难.

从以上的讨论可以看出．模型 I 可以符合现有实验，并且在极限情形下可以完全回到 Weinberg 模型的结果. 模型 II 中不存在一个极限情形回到 Weinberg-Salam 模型的结果，它要求的 m_V^2, $m_U^2 < m_W^2$ 以及 $m_1^2 < m_W^2/\cos^2\theta_W$ 带来许多实验后果是容易检验的. 考虑到现有实验与 Weinberg-Salam 模型符合较好，模型 I 可能比模型 II 更接近实际情况.

二、Higgs 势的自发破缺

对称性的自发破缺是由 Higgs 自作用势引起的. 考虑到理论可重整性的要求，Higgs 自作用势应由场量的不超过四次幂的不变量的线性组合给出. 在我们的 $SU(3)\times U(1)$ 模型中引入了两个3维 Higgs 场 Φ_1 和 Φ_2，它们在 $SU(3)$ 下变换性质相同，差别仅在于 $U(1)$ 变换性质不同.

一般说来由

$$\Phi=\begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\\ \phi_3\end{pmatrix} \tag{2.1}$$

构成的二次不变量为 $\Phi^+\Phi=\mathrm{tr}(\Phi\Phi^+)$. 两个四次不变量是相同的，因

$$\mathrm{tr}(\Phi\Phi^+\Phi\Phi^+)=\mathrm{tr}(\Phi^+\Phi\Phi^+\Phi)=(\Phi^+\Phi)^2,$$

因此两组 Higgs 场所构成的独立不变量共有

$$(\Phi_1^+\Phi_1)^2,\ (\Phi_2^+\Phi_2)^2,\ \Phi_1^+\Phi_1\Phi_2^+\Phi_2,\ \Phi_1^+\Phi_2\Phi_2^+\Phi_1, \tag{2.2}$$

引入符号

$$X=\Phi_1^+\Phi_1,\ Y=\Phi_2^+\Phi_2,\ \sqrt{XY}z=\Phi_1^+\Phi_2,\ Z=zz^*, \tag{2.3}$$

则(2.2)式中四个四次不变量可写作

$$X^2,\ Y^2,\ XY,\ XYZ, \tag{2.4}$$

三个3维表示构成的不变量是完全反对称态. 由于我们只有两组 Higgs 粒子，它们组成的所有三次不变量均为零，从而不会在 Higgs 自作用势中出现.

Higgs 场自作用势可取为

$$V=-\mu_1^2X-\mu_2^2Y+a_1X^2+a_2Y^2+bXY+cXYZ. \tag{2.5}$$

假定各系数满足

$$\mu_1^2,\ \mu_2^2,\ a_1,\ a_2,\ c>0,\ b=0, \tag{2.6}$$

则可以证明当

$$X=\frac{\mu_1^2}{2a_1},\quad Y=\frac{\mu_2^2}{2a_2},\quad Z=0. \tag{2.7}$$

时 V 取极小值. $Z=0$ 的要求是在 V 取极小值时 Φ_1 与 Φ_2 正交，我们可从通过规定 Φ_1 与 Φ_2 的破缺分量不同来保证这点.

为确定起见，在模型 I 下来讨论. 可取

$$\langle\Phi_1\rangle_0=\begin{pmatrix}v_1\\0\\0\end{pmatrix},\quad v_1=\sqrt{\frac{\mu_1^2}{2a_1}};\quad \langle\Phi_2\rangle_0=\begin{pmatrix}0\\0\\v_2\end{pmatrix},\quad v_2=\sqrt{\frac{\mu_2^2}{2a_2}}. \tag{2.8}$$

$SU(3)\times U(1)$ 共有 9 个规范场，破缺后除光子外要求其余 8 个规范粒子都获得质量，这样就需要从 Higgs 场中得到 8 个分量补偿，亦即可以通过规范变换将 Higgs 场的 8 个分量变换掉，对 Φ_1 和 Φ_2 将共剩下 4 个分量.

在真空期待值附近作无穷小变换，对 Φ_1 和 Φ_2 分别有

$$\Phi_1' = \Phi_1 + \frac{i}{2}v_1\begin{pmatrix}\xi^3 + \dfrac{\xi^8}{\sqrt{3}}\\ \xi^1 + i\xi^2\\ \xi^4 + i\xi^5\end{pmatrix},\quad \Phi_2' = \Phi_2 + \frac{i}{2}v_2\begin{pmatrix}\xi^4 - i\xi^5\\ \xi^6 - i\xi^7\\ -\dfrac{2}{\sqrt{3}}\xi^8 - 2\theta\end{pmatrix}.$$

这样我们可以选择适当的变换参量把 Φ_1 和 Φ_2 的第二分量全部消掉，把 Φ_1 的第一分量和 Φ_2 的第三分量中的虚部消掉而只保留实部. Φ_1 的第三分量与 Φ_2 的第一分量两者中可消掉一个，我们取消掉前者. 这样 Higgs 场可表为

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} v_1 + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\chi^0\\ 0\\ 0\end{pmatrix},\quad \Phi_2 = \begin{pmatrix}\phi^-\\ 0\\ v_2 + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\phi^0\end{pmatrix} \tag{2.9}$$

其中 χ^0 和 ϕ^0 为实场，ϕ^- 为复场.

将(2.9)式代入(2.5)式，给出质量项为

$$\mu_1^2\chi^{0 2} + \mu_2^2\phi^{0 2} + \frac{c}{2a}\mu_1^2\phi^+\phi^-, \tag{2.10}$$

即各 Higgs 粒子质量为

$$m_{\chi^0}^2 = 2\mu_1^2,\quad m_{\phi^0}^2 = 2\mu_2^2,\quad m_{\phi^\pm}^2 = \frac{c}{2a}\mu_1^2. \tag{2.11}$$

显然这些质量平方项都是大于零的.

如果在 V 中 $b \neq 0$，可类似地讨论，这时破缺后将有 $\chi^0\phi^0$ 二次项，这表明 χ^0 与 ϕ^0 将再混合.

在模型 II 下也可同样讨论，得到相似的结果.

在[3]中讨论 $SU(3)$ 规范群基础上的轻子弱电统一模型时曾指出，由于当时 Higgs 场取作 6 维表示，在 Higgs 自作用势 ϕ 就允许有三次项存在，这就会导致弱奇异数守恒遭到破坏. 在现在的模型中，由于 Higgs 场取作 3 维表示，自作用势 ϕ 不出现三次不变量，弱奇异数守恒总是严格保持的.

三、费米子质量谱和夸克的 Cabibbo 混合

现在实验上已发现 6 种味的轻子和 5 种味的夸克，并且第六种味的 t 夸克也很可能是存在的. 轻子和夸克有很好的对称性质，按它们的弱电作用，可以分别分成对应的三组，这三组的弱电作用性质是相同的. 其中出现的一个重要现象是夸克的 Cabibbo混合，即按夸克流的对称性质分类给出的态不是质量的本征态. 我们曾指出[1,3]，在我们所讨论的模型中，可以容纳几组轻子和夸克表示，现在来讨论当引入几组费米子时的 Cabibbo 混合问题.

令三组费米子三重态分别用 ψ_1, ψ_2, ψ_3 表示，如果这些费米子是夸克，对应的三个单态用 R_1, R_2, R_3 表示. Higgs 场 $\Phi=\Phi_1^{(3)}$ 与费米场的相互作用最普遍表达式为

$$\frac{1}{2}[f_{ij}\bar{\psi}_i\Phi(1+\gamma_5)\psi_j+f_{ij}^*\bar{\psi}_j\Phi^+(1-\gamma_5)\psi_i]$$

$$+\frac{1}{2}[f'_{ij}\bar{R}_i\Phi^+(1+\gamma_5)\psi_j+f'^*_{ij}\bar{\psi}_j\Phi(1-\gamma_5)R_i]. \tag{3.1}$$

注意在上式第一行和第二行中 Φ 分别取两种互相等价的表示方法[1,3]

$$\Phi=-\frac{i}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0 & \phi_3 & -\phi_2\\ -\phi_3 & 0 & \phi_1\\ \phi_2 & -\phi_1 & 0\end{pmatrix} \text{ 和 } \Phi=\begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\\ \phi_3\end{pmatrix}, \tag{3.2}$$

引入真空期待值 $\langle\phi_1\rangle_0=v$, $\langle\phi_2\rangle_0=\langle\phi_3\rangle_0=0$, 代入(3.1)式，并引入费米子场量符号

$$\psi_i=\begin{pmatrix}a_{L_i}\\ b_{L_i}\\ b_{R_i}\end{pmatrix}, \quad R_i=a_{R_i} \tag{3.3}$$

得到

$$\frac{i}{\sqrt{2}}[f_{ij}v\bar{b}_{R_i}b_{L_j}-f_{ij}^*v^*\bar{b}_{L_j}b_{R_i}]+[f'_{ij}v\bar{a}_{R_i}a_{L_j}+f'^*_{ij}v^*\bar{a}_{L_j}a_{R_i}]. \tag{3.4}$$

要得到质量矩阵要求在规定的相角下有

$$m_{ij}=\frac{i}{\sqrt{2}}f_{ij}v=-\frac{i}{\sqrt{2}}f_{ji}^*v^*=m_{ji}^*, \quad m'_{ij}=f'_{ij}v=f'^*_{ji}v^*=m'^*_{ji}, \tag{3.5}$$

即质量项可通过两个厄米矩阵 m_{ij} 和 m'_{ij} 给出为

$$m_{ij}\bar{b}_ib_j+m'_{ij}\bar{a}_ia_j. \tag{3.6}$$

对于轻子的情形，如果中微子的质量为零，只有第一项存在，这时 b_i 为三种带电轻子. 我们可以引入一个么正变换将它对角化，并将对角化后得到的态称为 e, μ, τ, 则(3.6)式变为

$$m_e\bar{e}e+m_\mu\bar{\mu}\mu+m_\tau\bar{\tau}\tau. \tag{3.7}$$

由于中微子的质量矩阵 $m'_{ij}=0$, 它们跟随带电轻子同时作么正转动总是仍保持质量为零. 轻子与规范场的相互作用和轻子的动能项

$$\bar{\psi}_i\gamma^\mu(\partial_\mu+\hat{A}_\mu^{(3)})\psi_i, \tag{3.8}$$

在这样的三组轻子间的么正转动下显然是不变的. 因此对于轻子来说，有几组轻子存在表现的后果是：(i) 存在几种质量不同的带电轻子；(ii) 与每一种带电轻子对应在同一多重态中存在一个相应的中微子，中微子的质量都为零；(iii) 不同多重态的轻子间可引进不同的轻子数来区分它们，这几种轻子数分别都是守恒的，不同表示间无类似于夸克的 Cabibbo 混合.

我们导出的这些结果是在假定中微子质量为零的条件下得到的. 若实验上发现中微子有质量，则轻子和夸克一样应当有 Cabibbo 混合.

对于夸克的情形，(3.6)式中两项都存在，a_i 为 $Q=2/3$ 的三种夸克，b_i 为 $Q=-1/3$ 的三种夸克. 一般说来我们通过三个表示间的么正变换只能保证把其中一个质量矩阵对

角化．若我们把 m'_{ij} 对角化，并把对角化后得到的三个 $Q=2/3$ 的 a_i 态分别称为 u,c,t，则

$$m'_{ij}\bar{a}_i a_j = m_u \bar{u}u + m_c \bar{c}c + m_t \bar{t}t. \tag{3.9}$$

经这样么正转动后与 u,c,t 相对应的 $Q=-1/3$ 态分别称为 d',s',b'，但它们的质量矩阵一般说来并未对角化，$m_{ij}\to\tilde{m}_{ij}$．在这样的么正变换下夸克的拉氏函数动能项和与规范场的相互作用项显然是不变的．在这样的基之下要将 $\tilde{m}_{ij}$ 再对角化，需要再作一个么正转动．令 $\tilde{m}_{ij}$ 对角化后的本征态为 d,s,t，则 d',s',b' 与 d,s,t 之间可通过一个三维么正转动联系起来．将 d',s',b' 通过 d,s,t 的么正变换写出来，再去掉相角的任意性，就给出了熟知的广义 Cabibbo 混合的表达式[4]．因此对于夸克来说，上述讨论给出：(i) $Q=2/3$ 和 $Q=-1/3$ 的夸克都通过 Higgs 机制获得质量；(ii) 一般说来，$Q=2/3$ 和 $Q=-1/3$ 的夸克质量矩阵不能同时对角化，它导致 Cabibbo 混合；(iii) Cabibbo 混合可以用一个三维么正矩阵来描写．

显然上述讨论完全可以推广到有更多组轻子和夸克的情形．

附录 I　夸克质量与广义 Cabibbo 混合角之间关系的讨论

最近许多作者[5]讨论了如何通过夸克质量计算 Cabibbo 角的问题，Fritzsch[5] 在 $SU(2)_L\times SU(2)_R\times U(1)$ 模型中讨论了 6 种味夸克的混合问题，给出了混合角与夸克质量之间的关系．在本节中，我们简单地讨讨在 $SU(3)\times U(1)$ 模型中，相应的结果如何给出．

现有实验表明，很可能至少存在 6 种味的夸克．在 $SU(3)\times U(1)$ 模型中，相应于至少存在 3 组夸克多重态

$$\psi_1=\begin{pmatrix}u_L\\ d_L\\ d_R\end{pmatrix}_0,\quad \psi_2=\begin{pmatrix}c_L\\ s_L\\ s_R\end{pmatrix}_0,\quad \psi_3=\begin{pmatrix}t_L\\ b_L\\ b_R\end{pmatrix}_0 \tag{I.1}$$

$$R_1=u_{R0},\qquad R_2=c_{R0},\qquad R_3=t_{R0}$$

其中脚标 0 表示未混合前的态．

在 $SU(3)\times U(1)$ 对称性中，不能区分这三组夸克．因此为了区分它们，需要引入进一步的附加的对称性．引进的附加对称性可以有两类：连续的整体对称性或分立的整体对称性．在连续对称性下往往允许无穷多组不简并的夸克多重态，在分立对称性下则只存在有限组不简并的夸克多重态．我们着重考虑后一种情形．类似于在 $SU(2)_L\times SU(2)_R\times U(1)$ 模型中的讨论[5]，假定给出夸克质量的 Higgs 场有两组 $\Phi^{(1)}$ 和 $\Phi^{(2)}$，要求在 R 变换

$$\begin{gathered}\psi_1\to i\gamma_5\psi_1,\ \psi_2\to -i\gamma_5\psi_2,\ \psi_3\to\psi_3,\ R_1\to i\gamma_5 R_1,\ R_2\to -i\gamma_5 R_2,\\ R_3\to R_3,\ \Phi^{(1)}\to\Phi^{(1)},\ \Phi^{(2)}\to\pm i\Phi^{(2)},\ A^i_\mu\to A^i_\mu\quad(\Phi^{(2)}\text{ 列矢量形式用负号})\end{gathered} \tag{I.2}$$

之下，拉氏量不变．不难看出，拉氏量[1]中除费米子与 Higgs 场的相互作用项之外，其它的项都是显然不变的．夸克与 Higgs 场相互作用拉氏量可表为

$$\begin{aligned}&f_{ij}\bar{\psi}_i\Phi^{(1)}P_+\psi_j + f^*_{ij}\bar{\psi}_j\Phi^{(1)+}P_-\psi_i + f'_{ij}\bar{R}_i\Phi^{(1)+}P_+\psi_j + f'^*_{ij}\bar{\psi}_j\Phi^{(1)}P_-R_i\\ &+ h_{ij}\bar{\psi}_i\Phi^{(2)}P_+\psi_j + h^*_{ij}\bar{\psi}_j\Phi^{(2)+}P_-\psi_i + h'_{ij}\bar{R}_i\Phi^{(2)+}P_+\psi_j + h'^*_{ij}\bar{\psi}_j\Phi^{(2)}P_-R_i\end{aligned} \tag{I.3}$$

假定破缺后得到的质量项满足宇称守恒的要求，则有

$$f_{ij}v_1,\ f'_{ij}v_1^*,\ h_{ij}v_2,\ h'_{ij}v_2^*\ \text{厄米} \tag{I.4}$$

满足 R 变换不变和 (I.4) 要求给出

$$f_{11}=f_{22}=f_{13}=f_{31}=f_{23}=f_{32}=0,\ f'_{11}=f'_{22}=f'_{13}=f'_{31}=f'_{23}=f'_{32}=0,$$

$$h_{11}=h_{22}=h_{33}=h_{12}=h_{21}=h_{13}=h_{31}=0,\quad h'_{11}=h'_{22}=h'_{33}=h'_{12}=h'_{21}=h'_{13}=h'_{31}=0. \tag{1.5}$$

亦即质量矩阵(3.5)可表为如下形式

$$m=\begin{pmatrix}0 & a & 0\\ a^* & 0 & b\\ 0 & b^* & \mu\end{pmatrix},\quad m'=\begin{pmatrix}0 & a' & 0\\ a'^* & 0 & b'\\ 0 & b'^* & \mu'\end{pmatrix}. \tag{1.6}$$

其中 μ,μ' 为实数,这正是 Fritzsch[5] 在 $SU(2)_L\times SU(2)_R\times U(1)$ 模型中给出的结果. 对这个质量矩阵所给出的夸克质量与广义 Cabibbo 角的关系, Fritzsch 文[5]中已作了具体的讨论,我们就不具体写出了.

如果存在四组夸克多重态. 按照(1.2)式的定义推广,可以规定第4组夸克的 R 变换性质为

$$\psi_4\to-\psi_4,\quad R_4\to-R_4. \tag{1.7}$$

这样 R 变换不变给出质量矩阵为

$$m=\begin{pmatrix}0 & a & 0 & c\\ a^* & 0 & b & 0\\ 0 & b^* & \mu & 0\\ c^* & 0 & 0 & \lambda\end{pmatrix},\quad m'=\begin{pmatrix}0 & a' & 0 & c'\\ a'^* & 0 & b' & 0\\ 0 & b'^* & \mu' & 0\\ c'^* & 0 & 0 & \lambda'\end{pmatrix}, \tag{1.8}$$

其中 μ, μ', λ, λ' 为实数.

参 考 文 献

[1] 周光召、高崇寿, 中国科学, 1980年第3期第233页.

[2] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **19**(1967), 1264; A. Salam, Elementary Particle Theory, ed. N. Svartholm (Stockholm, 1968).

[3] 周光召、高崇寿, 高能物理与核物理, **4**(1980), 609.

[4] M. Kobayashi and K. Maskawa, *Progr. Theor. Phys.*, **49** (1973), 652; A. Pais and J. Primack, *Phys. Rev.*, **D8** (1973), 3063, L. Maiani, *Phys. Lett.*, **68B** (1976), 183; S. Pakvasa and H. Sugawara, *Phys. Rev.* **D14** (1976), 305.

[5] H. Fritzsch, *Phys. Lett.*, **70B** (1977), 436; **73B** (1978), 317.

SOME DISCUSSIONS ON THE $SU(3)\times U(1)$ ELECTRO-WEAK UNIFIED MODEL OF LEPTONS AND QUARKS

ZHOU GUANG-ZHAO (CHOU KUANG-CHAO)

(*Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica*)

GAO CHONG-SHOU

(*Peking University*)

ABSTRACT

In this paper we discussed the following problems in the $SU(3)\times U(1)$ unified model proposed earlier: (i) Two possible choices of the Higgs fields and their comparison with the Weinberg-Salam model; (ii) The form of the Higgs self potential and the realization of the spontaneous symmetry breaking; (iii) The relation between the mass spectrum and the generalized Cabibbo mixing angles in a model with several generations of fermions.