第5卷 第5期 高能物理与核物理 Vol. 5, No. 5
1981年9月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Sept., 1981

相对运动、集体振动、单粒子激发相互耦合系统输运过程的理论描述

卓益忠 张竞上 吴锡真 马中玉
（中国科学院原子能研究所）

摘 要

考虑一个具有相对运动、内禀激发(包括集体振动、单粒子激发)相互耦合系统，在对相对运动做经典近似的条件下，并对内禀自由度采用与时间有关的投影算符方法，可以得到相对运动、集体振动及单粒子激发的耦合方程的一般理论形式．在一级玻恩近似和声子单粒子相互作用矩阵元的无规位相近似下，并忽略相对运动与声子单粒子之间相互作用高次项(只考虑到一次项)，我们得到比较简单便于进行数值计算的耦合方程．

这个理论适用于描述重离子深度非弹性散射，核裂变等核反应输运过程．

应用输运观点来描述重离子深度非弹性散射和裂变过程已被许多人采用，特别是前者，已有着不同的理论框架，Agassi 等[1]，Norenberg[2]，Hoffman 等[3]都是考虑了在重离子碰撞过程中，两个离子的相对运动动能直接传输(耗散)给单粒子激发，而 Broglia 等人[4]则认为相对运动的动能首先是传输给集体振动的．但是从一些唯象的理论分析及 TDHF 理论，我们可以知道单粒子激发与集体激发是同时起作用的，因此近来 Ko[5]，Takigawa[6]等人试图把这两方面理论统一起来，即同时考虑集体振动和单粒子激发两种自由度能量的耗散机制．我们这个工作也是沿着这个方面做出努力，其中，对相对运动也做经典近似，但对内禀自由度采用与时间有关的投影算符方法[7]，因而可以得到更加一般，更加自洽的理论框架，在确定的近似条件下可以得到具有明显物理意义的，同时包含相对运动、集体振动、单粒子激发几种自由度相互耦合的方程，它不仅便于进行数值计算，并为进一步考虑高次效应提供了方便的途径．

考虑两个原子核相互碰撞(在质心系中)，分别用 $\boldsymbol{r}$，α，x_i 表示相对运动，声子和单粒子的坐标．假定系统哈密顿量可以分解为下面几部分

$$\begin{aligned} H &= H_1(\boldsymbol{r}) + H_2(\alpha) + H_3(x_i) + V_{12}(\boldsymbol{r}, \alpha) + V_{13}(\boldsymbol{r}, x_i) + V_{23}(\alpha, x_i) \\ &= H_1(\boldsymbol{r}) + h(\alpha, x_i, \boldsymbol{r}). \end{aligned} \tag{1}$$

这里 $H_1(\boldsymbol{r}) = \dfrac{P^2}{2\mu} + U(r)$ 是相对运动哈密顿量，其中 $\boldsymbol{P}$ 为相对动量，$U(r)$ 为相对运动

本文 1979 年 7 月 28 日收到．

位能，$h(\boldsymbol{r}, \alpha, x_i)$ 是内禀哈密顿量，$H_2(\alpha)$，$H_3(x_i)$ 分别为声子和单粒子哈密顿量，V_{12}，V_{13}，V_{23} 为各自由度间的相互作用。

首先我们对相对运动做经典近似（这在重离子碰撞和裂变过程中通常被采用并认为是合理的），在考虑内禀激发的情况下，牛顿方程可以近似地写为（见附录 A）

$$\mu\ddot{\boldsymbol{R}} = -\frac{\partial U(R)}{\partial \boldsymbol{R}} - \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{R}}\langle A_{tt'}|h(\boldsymbol{R}, \alpha, x_i)|A_{tt'}\rangle. \tag{2a}$$

这里 $\boldsymbol{R}$ 是平均经典相对运动轨道，μ 为折合质量（更严格地写法是惯性张量，且与 $\boldsymbol{R}$ 有关），$|A_{tt'}\rangle$ 是内禀波函数，它满足薛定谔方程

$$\left\{i\frac{\partial}{\partial t} - h(\boldsymbol{R}, \alpha, x_i)\right\}|A_{tt'}\rangle = 0.\ (\text{取 } \hbar = 1) \tag{3}$$

t' 为初始时刻，即 $|A_{t't'}\rangle = |A\rangle$ 为初始波函数，因此有

$$|A_{tt'}\rangle = \exp\left(-i\int_{t'}^{t} h(R(t''), \alpha, x_i)dt''\right)|A\rangle. \tag{4}$$

这样 (2a) 可容易地改写为

$$\mu\ddot{\boldsymbol{R}} = -\frac{\partial U(R)}{\partial \boldsymbol{R}} - \left\langle A_{tt'}\left|\frac{dh(\boldsymbol{R}, \alpha, x_i)}{d\boldsymbol{R}}\right| A_{tt'}\right\rangle. \tag{2b}$$

这与 Takigawa[6] 由费曼路经积分得到的方程是一样的（见 [6] 中 (3.19) 式）。

下面可附带证明沿平均经典轨道运动满足总能量与总角动量守恒． 设 $Q(t)$ 为任意算符，则

$$\frac{d}{dt}\langle A_{tt'}|Q(t)|A_{tt'}\rangle = i\langle A_{tt'}|[Q, h]|A_{tt'}\rangle + \left\langle A_{tt'}\left|\frac{\partial Q}{\partial t}\right|A_{tt'}\right\rangle. \tag{5}$$

如令 $Q(t) = h(R, \alpha, x_i)$ 则由 (2a) 或 (2b) 可得

$$\frac{d}{dt}\left\{\mu\frac{\dot{\boldsymbol{R}}^2(t)}{2} + U(R) + \langle A_{tt'}|h(R, \alpha, x_i)|A_{tt'}\rangle\right\} = 0. \tag{6a}$$

如令 $Q(t) = \boldsymbol{J}_{\text{int}} = \boldsymbol{J} - \boldsymbol{J}_{\text{rel}} = \boldsymbol{J} + i\boldsymbol{R}\times\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{R}}$，这里 $\boldsymbol{J}_{\text{int}}$ 为内禀角动量算符，$\boldsymbol{J}$ 为总角动量算符，$\boldsymbol{J}_{\text{rel}}$ 为相对运动角动量算符，而且有

$$[\boldsymbol{J}_{\text{int}}, h] = [h, \boldsymbol{J}_{\text{rel}}] = i\boldsymbol{R}\times\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{R}}h,$$

所以有

$$\frac{d}{dt}\{\mu\boldsymbol{R}\times\dot{\boldsymbol{R}} + \langle A_{tt'}|\boldsymbol{J}_{\text{int}}|A_{tt'}\rangle\} = 0. \tag{6b}$$

(6a, b) 分别表示总能量与总角动量沿平均轨道守恒。

为了求解 (2a, b) 必需研究内禀态特性，因此下面首先讨论内禀态运动，然后再回来研究相对运动方程。

令总内禀自由度的密度矩阵为

$$F(t) = |A_{tt'}\rangle\langle A_{tt'}|, \tag{7}$$

内禀自由度哈密顿量为

$$\begin{aligned} h(t) = h(R(t), \alpha, x_i) &= H_2(\alpha) + H_3(x_i) + V_{12}(\boldsymbol{R}, \alpha) \\ &+ V_{13}(\boldsymbol{R}, x_i) + V_{23}(\alpha, x_i). \end{aligned} \tag{8a}$$

对应的刘维算符为

$$L(t)=L_2(\alpha)+L_3(x_i)+L_{12}(R,\alpha)+L_{23}(\alpha,x_i)+L_{13}(R,x_i). \tag{8b}$$

按文献 [7] 的做法，把 $F(t)$ 分为"有关"部分 $F_r(t)$ 与"无关"部分 $F_i(t)$，而"有关"部分是声子密度矩阵与单粒子密度矩阵的乘积，$F_r(t)=C(t)\rho(t)$，这里 $C(t)$ 为声子密度矩阵，$\rho(t)$ 为单粒子密度矩阵，而它们的关联被包含在 $F_i(t)$ 之中。引入与时间有关的投影算符

$$P(t)=C(t)\mathrm{Tr}_c+\rho(t)\mathrm{Tr}_\rho-C(t)\rho(t)\mathrm{Tr}, \tag{9}$$

$$F(t)=P(t)F(t)+(1-P(t))F(t) \tag{10a}$$

$$=F_r(t)+F_i(t), \tag{10b}$$

$$C(t)=\mathrm{Tr}_\rho F(t) \quad \rho(t)=\mathrm{Tr}_c F(t).$$

从刘维方程出发有

$$\dot F(t)=-iL(t)F(t)=-i[h(t),\ F(t)]. \tag{11}$$

对于这个与时间有关的哈密顿量，也可以重复文献 [7] 的做法，如果忽略初始关联，我们得到集体振荡和单粒子激发的耦合主方程.

$$\dot C(t)=-i(L_2+\langle L_{23}\rangle_{\rho,t}+L_{12}(t))C(t)$$
$$-\int_0^t dt'\mathrm{Tr}_\rho\Delta_t L_{23}g(t,\ t')\Delta_{t'}L_{23}C(t')\rho(t'), \tag{12a}$$

$$\dot\rho(t)=-i(L_3+\langle L_{23}\rangle_{c,t}+L_{13}(t))\rho(t)$$
$$-\int_0^t dt'\mathrm{Tr}_c\Delta_t L_{23}g(t,\ t')\Delta_{t'}L_{23}C(t')\rho(t'). \tag{12b}$$

在上式中

$$\langle L_{23}\rangle_{c,t}=\mathrm{Tr}_c(L_{23}C(t)), \tag{13a}$$

$$\langle L_{23}\rangle_{\rho,t}=\mathrm{Tr}_\rho(L_{23}\rho(t)), \tag{13b}$$

$$\Delta_t L_{23}=L_{23}-\langle L_{23}\rangle_{c,t}-\langle L_{23}\rangle_{\rho,t}, \tag{13c}$$

传播子

$$g(t,\ t')=T\exp\left\{-i\int_{t'}^t dt''(1-P(t''))L(t'')\right\}. \tag{14}$$

T 是 Dyson 编时算符.

由 (12a, b) 可以很清楚地看到，除了忽略初始关联，它严格地考虑了声子与单粒子之间，以及它们与相对运动之间的全部相互作用，其中 $\langle L_{23}\rangle_{c(\rho),t}$ 是对 $L_2(L_3)$ 的附加平均场，它们是声子(单粒子)激发对原有平均场的修正. $\Delta_t L_{23}$ 是剩余相互作用. 传播子 $g(t,t')$ 中也包含着所有高次效应，因而对方程 (12a, b) 的进一步近似取决于对 $g(t,\ t')$ 的近似取法，下面讨论一级玻恩近似情况.

由于方程 (12a, b) 的碰撞项中已有两个 L_{23} 作用在 $g(t,\ t')$ 的两边，若假定单粒子与声子的耦合是弱的，则在 g 中可忽略 L_{23}，对此称之为一级玻恩近似. 这时

$$g(t,\ t')=Te^{-i\{(L_2+L_3)(t-t')+\int_{t'}^t [L_{12}(t'')+L_{13}(t'')]dt''\}}, \tag{15}$$

将 (15) 代入 (12a, b) 时可以看出虽然这时仅考虑到 L_{23} 的二次项，但对 L_{12}, L_{13} 各次项都全部被包括，这样的方程可以描述的物理过程是声子与单粒子耦合较弱，但它们与相对运动有较强的耦合.

如果在 $g(t,\ t')$ 中只考虑到 $L_{12}(t)$, $L_{13}(t)$ 的一次项，并认为 $\langle L_{23}\rangle_{c(\rho),t}$ 可以忽略

不计，则耦合主方程变为

$$\begin{aligned}\dot{C}(t) &= -i(L_2 + L_{12}(t))C(t) \\ &- \int_0^t d\tau \mathrm{Tr}_\rho L_{23} e^{-i(L_2+L_3)\tau} L_{23} C(t-\tau)\rho(t-\tau) \\ &+ i\int_0^t d\tau \mathrm{Tr}_\rho L_{23} e^{-i(L_2+L_3)\tau} \left\{ \int_0^\tau d\lambda e^{i(L_2+L_3)\lambda} \right. \\ &\times \left. [L_{12}(t-\tau+\lambda) + L_{13}(t-\tau+\lambda)] e^{-i(L_2+L_3)\lambda} \right\} L_{23} C(t-\tau)\rho(t-\tau), \quad (16a)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\rho}(t) &= -i(L_3 + L_{13}(t))\rho(t) \\ &- \int_0^t d\tau \mathrm{Tr}_c L_{23} e^{-i(L_2+L_3)\tau} L_{23} C(t-\tau)\rho(t-\tau) \\ &+ i\int_0^t d\tau \mathrm{Tr}_c L_{23} e^{-i(L_2+L_3)\tau} \left\{ \int_0^\tau d\lambda e^{i(L_2+L_3)\lambda} \right. \\ &\times \left. [L_{12}(t-\tau+\lambda) + L_{13}(t-\tau+\lambda)] e^{-i(L_2+L_3)\lambda} \right\} L_{23} C(t-\tau)\rho(t-\tau). \quad (16b)\end{aligned}$$

在 (16a, b) 中我们实际上已部分地考虑到三级微扰，当然我们还可以很方便地继续把 $g(tt')$ 展开使之包括 $L_{12}(t)$，$L_{13}(t)$ 的任意高次项. 如果认为不仅声子与单粒子是弱耦合，而且它们与相对运动之间也是弱耦合，则可以忽略三级以上微扰，同时做马尔科夫近似，则我们的耦合主方程具有简单的形式表示：

$$\dot{C}(t) = -i(L_2 + L_{12}(t))C(t) - \int_0^\infty d\tau \mathrm{Tr}_\rho L_{23} e^{-i(L_2+L_3)\tau} L_{23} C(t)\rho(t), \quad (17a)$$

$$\dot{\rho}(t) = -i(L_3 + L_{13}(t))\rho(t) - \int_0^\infty d\tau \mathrm{Tr}_c L_{23} e^{-i(L_2+L_3)\tau} L_{23} C(t)\rho(t). \quad (17b)$$

从方程 (17a, b) 我们可以与 Takigawa[6] 和 Ko[5] 的工作进行比较，下面将看到，虽然 (17a, b) 只适用于弱耦合情况，与一般方程 (12a, b) 比较已经做了很大的近似，但是它还是有着较普遍的应用意义.

如果我们的相互作用形式按 Takigawa 的形法，即

$$V_{12}(R, \alpha) = g_{12} \sum_{\lambda\mu} F_\lambda(R)[b_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} + b^+_{\lambda\mu} Y^*_{\lambda\mu}],$$

$$V_{23}(\alpha, x_i) = g_{23} \sum_{\lambda\mu} (b_{\lambda\mu} Q^{(2)+}_{\lambda\mu} + b^+_{\lambda\mu} Q^{(2)}_{\lambda\mu}),$$

$$V_{13}(R, x_i) = g_{13} A(R) Q^{(1)}.$$

符号意义见文献 [6]，这里不再重述. 将它们代入方程 (17a, b) 中去，很容易得到

$$\begin{aligned}\dot{C}(t) &= -i\sum_{\lambda\mu}(\omega_\lambda + \Delta_{\lambda\mu}(t))[b^+_{\lambda\mu} b_{\lambda\mu}, C(t)] \\ &+ \frac{1}{i} g_{12} \sum_{\lambda\mu} F_\lambda(R)\{[b_{\lambda\mu}, C(t)]Y_{\lambda\mu} + [b^+_{\lambda\mu}, C(t)]Y^*_{\lambda\mu}\} \\ &+ \sum_{\lambda\mu} K_{\lambda\mu}(t)\{[b_{\lambda\mu}, C(t)b^+_{\lambda\mu}] + [b_{\lambda\mu}C(t), b^+_{\lambda\mu}]\} \\ &+ 2\sum_{\lambda\mu} K_{\lambda\mu}(t)\bar{n}_{\lambda\mu}(t)[b_{\lambda\mu}, [C(t), b^+_{\lambda\mu}]]. \quad (18a)\end{aligned}$$

这里 $K_{\lambda\mu}(t) - i\Delta_{\lambda\mu}(t)$

$$= g_{23}^2\int_0^\infty d\tau e^{-i\omega_\lambda\tau}\mathrm{Tr}_\rho([Q_{\lambda\mu}^{(2)}(\tau),\ Q_{\lambda\mu}^{(2)+}]\rho(t)),$$

$$K_{\lambda\mu}(t)\bar{n}_{\lambda\mu}(t) = g_{23}^2\int_0^\infty d\tau e^{-i\omega_\lambda\tau}\mathrm{Tr}_\rho(Q_{\lambda\mu}^{(2)+}Q_{\lambda\mu}^{(2)}(\tau),\ \rho(t)),$$

$$\dot{\rho}(t) = -i[H_3 + g_{13}A(R)Q^{(1)},\ \rho(t)]$$
$$-\sum_{\lambda\mu} g_{12}^2\int_0^t d\tau e^{-i\omega_\lambda\tau}\{[Q_{\lambda\mu}^{(2)+},\ Q_{\lambda\mu}^{(2)}(\tau)\rho(\tau)] + n_{\lambda\mu}(t)$$
$$\times[Q_{\lambda\mu}^{(2)+}[Q_{\lambda\mu}^{(2)}(\tau),\ \rho(t)]]\}$$
$$-\sum_{\lambda\mu} g_{12}^2\int_0^t d\tau e^{i\omega_\lambda\tau}\{[\rho(t)Q_{\lambda\mu}^{(2)+}(\tau),\ Q_{\lambda\mu}^{(2)}]$$
$$+ n_{\lambda\mu}(t)[Q_{\lambda\mu}^{(2)}[Q_{\lambda\mu}^{(2)+}(\tau),\ \rho(t)]]\}, \tag{18b}$$

其中 $$n_{\lambda\mu}(t) = \mathrm{Tr}(b_{\lambda\mu}^+ b_{\lambda\mu}C(t)).$$

可以看出这里的结果比较文献 [6] 的结果更为一般，即包含了单粒子激发的非平衡输运状态。当认为单粒子始终处于平衡态，则可用热浴近似，这时 (18a) 导致了文献 [6] 的 (4.11) 式。应当指出的是热浴近似的条件意味着单粒子自由度的弛豫速度要非常之快，但是根据文献 [8] 的结果表明，当声子自由度存在时要明显地增大单粒子自由度的弛豫时间，特别是对原子核这样有限体系热浴近似总是欠妥的。

为了对声子单粒子相互作用进一步做无规位相近似，用矩阵元的形式表达更为方便，而且结果的物理意义明确，并便于数值计算。在这样方式下可以与 Ko[5] 的结果进行比较。我们先不对相互作用形式做具体表示，仍然从 (17a, b) 出发，把其写成矩阵元形式。

$$\dot{C}_{\alpha\beta} = -i[(L_2 + L_{12}(t))C(t)]_{\alpha\beta}$$
$$-\int_0^\infty d\tau\ \{\mathrm{Tr}_\rho L_{23}e^{-i(L_2+L_3)\tau}L_{23}C(t)\rho(t)\}_{\alpha\beta}, \tag{19a}$$

$$\dot{\rho}_{nm} = -i[(L_3 + L_{13}(t))\rho(t)]_{nm}$$
$$-\int_0^\infty d\tau\ \{\mathrm{Tr}_c L_{23}e^{-i(L_2+L_3)\tau}L_{23}C(t)\rho(t)\}_{nm}. \tag{19b}$$

V_{23} 矩阵元的无规位相近似为

$$\overline{(V_{23})_{\alpha\alpha',nn'}(V_{23})_{\beta'\beta,m'm}\delta(\varepsilon_{\alpha'} + E_{n'} - \varepsilon_\beta - E_n)}$$
$$= \delta_{\alpha\beta}\delta_{\alpha'\beta'}\delta_{nm}\delta_{n'm'}\ (\overline{V_{23}^2})_{\alpha\alpha',nn'}, \tag{20}$$

则有

$$\dot{C}_{\alpha\beta}(t) = -i(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta)C_{\alpha\beta}(t) - i[(V_{12})_{\alpha,\alpha+1}C_{\alpha+1,\beta}(t) + (V_{12})_{\alpha,\alpha-1}C_{\alpha-1,\beta}(t)$$
$$- C_{\alpha,\beta+1}(t)(V_{12})_{\beta+1,\beta} - C_{\alpha,\beta-1}(t)(V_{12})_{\beta-1,\beta}]$$
$$-\varkappa\sum_{\alpha'n'n}\{[(\overline{V_{23}^2})_{\alpha\alpha',nn'} + (\overline{V_{23}^2})_{\beta\alpha',nn'}]C_{\alpha\beta}(t)\rho_{nn}(t)$$
$$- 2\delta_{\alpha\beta}\ (\overline{V_{23}^2})_{\alpha\alpha',nn'}C_{\alpha'\alpha'}(t)\rho_{n'n'}(t)\}, \tag{21a}$$

$$\dot{\rho}_{nm}(t) = -i(E_n - E_m)\rho_{nm}(t)$$
$$- i\sum_{n'}[(V_{13})_{nn'}\rho_{n'm}(t) - \rho_{nn'}(t)(V_{13})_{n'm}]$$

$$- \pi \sum_{\alpha\alpha' n'} \{ [(\overline{V_{23}^2})_{\alpha\alpha',nn'} + (\overline{V_{23}^2})_{\alpha\alpha' mn'}] C_{\alpha\alpha}(t) \rho_{nm}(t)$$
$$- 2\delta_{nm} (\overline{V_{23}^2})_{\alpha\alpha',nn'} C_{\alpha'\alpha'}(t) \rho_{n'm'}(t) \} \tag{21b}$$

应注意到，在推导 (21a) 时已隐含地应用了

$$V_{12} = g_{12} \sum_{\lambda\mu} F_\lambda(R)(b_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} + b_{\lambda\mu}^{+} Y_{\lambda\mu}^*) \tag{22}$$

在方程 (21a, b) 中 $\alpha, \beta \cdots$ 表示具有各种 λ 声子的量子数，详细写出时应是 $\alpha_{\lambda_1\lambda_2} \cdots$，即 $N_\alpha = n_{\lambda_1} + n_{\lambda_2} \cdots$ 我们这里不将下标明显地写出. 对于 n, $m \cdots$ 表示单粒子（激子）状态的量子数. 我们再进而引入下列标记

$$\frac{1}{2} \Gamma_{\alpha\alpha'}(t) = \pi \sum_{nn'} (\overline{V_{23}^2})_{\alpha\alpha',nn'} \rho_{n'n'}(t),$$
$$\frac{1}{2} \Gamma_\alpha(t) = \pi \sum_{\alpha' nn'} (\overline{V_{23}^2})_{\alpha\alpha',nn'} \rho_{n'n'}(t) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha'} \Gamma_{\alpha\alpha'}(t),$$
$$\frac{1}{2} \Gamma_{nn'}(t) = \pi \sum_{\alpha\alpha'} (\overline{V_{23}^2})_{\alpha\alpha',nn'} C_{\alpha'\alpha'}(t),$$
$$\frac{1}{2} \Gamma_n(t) = \pi \sum_{\alpha\alpha' n'} (\overline{V_{23}^2})_{\alpha\alpha',nn'} C_{\alpha\alpha}(t) = \frac{1}{2} \sum_{n'} \Gamma_{nn'}(t),$$

因而有

$$\dot{C}_{\alpha\beta}(t) = -i(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta) C_{\alpha\beta}(t) - i g_{12} \sum_{\lambda\mu} F_\lambda(R) [(N_\alpha + 1)^{1/2} C_{\alpha+1,\beta}(t) Y_{\lambda\mu}$$
$$+ N_\alpha^{1/2} C_{\alpha-1,\beta}(t) Y_{\lambda\mu}^* - (N_\beta + 1)^{1/2} C_{\alpha,\beta+1}(t) Y_{\lambda\mu} - N_\beta^{1/2} C_{\alpha,\beta-1}(t) Y'_{\lambda\mu}]$$
$$- \left[\frac{1}{2} (\Gamma_\alpha(t) + \Gamma_\beta(t)) C_{\alpha\beta}(t) - \sum_{\alpha'} \Gamma_{\alpha\alpha'}(t) C_{\alpha'\alpha'}(t) \delta_{\alpha\beta} \right] \tag{23a}$$

$$\dot{\rho}_{nm}(t) = -i(E_n - E_m) \rho_{nm}$$
$$- i \sum_{n'} [(V_{13})_{nn'} \rho_{n'n}(t) - \rho_{nn'}(t)(V_{13})_{n'n}]$$
$$- \left[\frac{1}{2} (\Gamma_n(t) + \Gamma_{n'}(t)) \rho_{nn'}(t) - \sum_{n'} \Gamma_{nn'}(t) \rho_{n'n'}(t) \delta_{nm} \right] \tag{23b}$$

方程 (23a, b) 以及方程 (2a) 或 (2b) 将是我们可以用来进行数值计算的三个耦合方程，它们将相对运动与集体振荡和单粒子激发耦合起来. 在方程 (23a, b) 中非对角元起着重要作用，因为如果仅考虑对角元时就变成通常的声子粒子耦合主方程[8]，这时就不能再将相对运动自由度耦合进来. 此外，对单粒子自由度我们不用热浴近似，因此 $\Gamma_\alpha(t)\Gamma_{\alpha\alpha'}(t)$ 及 $\Gamma_n(t)\Gamma_{nn'}(t)$ 都是含时间的，这是很合理的. 为进一步阐明上述方程的物理意义，让我们导出 (23a) 的经典对应方程. 已知与声子产生消灭算符相对应的坐标算符 $\hat{\alpha}_{\lambda\mu}$ 为

$$\hat{\alpha}_{\lambda\mu} = \sqrt{\frac{\hbar}{2B_\lambda \omega_\lambda}} (b_{\lambda\mu}^{+} + (-1)^\mu b_{\lambda\mu}), \tag{24}$$

其经典对应量为

$$\langle \alpha_{\lambda\mu} \rangle = \mathrm{Tr}_c(\hat{\alpha}_{\lambda\mu} C(t))$$
$$= \sqrt{\frac{\hbar}{2B_\lambda \omega_\lambda}} \mathrm{Re} \sum_\alpha \sqrt{N_\alpha} (C_{\alpha-1,\alpha} + (-1)^\mu C_{\alpha,\alpha-1}), \tag{25}$$

$$\frac{d\langle\alpha_{\lambda\mu}\rangle}{dt}=-\sqrt{\frac{\hbar}{2B_\lambda\omega_\lambda}}\omega_\lambda \mathrm{Im}\sum_\alpha\sqrt{N_\alpha}\left(C_{\alpha-1,\alpha}-(-1)^\mu C_{\alpha,\alpha-1}\right)$$
$$-\frac{2}{\hbar^2}\Gamma_{\lambda\mu}(t)\langle\alpha_{\lambda\mu}\rangle. \tag{26}$$

这里定义
$$\Gamma_{\lambda\mu}(t)=\frac{1}{2}(\Gamma_\alpha(t)+\Gamma_{\alpha-1}(t)),$$
这相当于忽略了 $\Gamma_\alpha(t)$ 与 α 的依赖关系. 由此很容易得到

$$\frac{d^2\langle\alpha_{\lambda\mu}\rangle}{dt^2}+\frac{2\Gamma_{\lambda\mu}(t)}{\hbar^2}\frac{d\langle\alpha_{\lambda\mu}\rangle}{dt}+\left\{\frac{2}{\hbar^2}\frac{d\Gamma_{\lambda\mu}(t)}{dt}+\omega_\lambda^2+\frac{\Gamma_{\lambda\mu}^2(t)}{\hbar^2}\right\}\langle\alpha_{\lambda\mu}\rangle$$
$$=-\frac{2}{\hbar}\sqrt{\frac{\hbar}{2B_\lambda\omega_\lambda}}\omega_\lambda F_\lambda(R)Y_{\lambda\mu}. \tag{27}$$

将方程 (27) 与[6]中 (4.11) 式比较，这里的 $\Gamma_{\lambda\mu}(t)$ 相当于那里的 $K_{\lambda\mu}$，由于我们对相互作用 V_{23} 的矩阵元做了无规位相近似，因而无能级移动修正 ($\Delta_{\lambda\mu}=0$)，这是必然结果. 当然，由于 [6] 中对单粒子自由度做了热浴近似，因而 $K_{\lambda\mu}$ 与 t 无关，在 [5] 中虽然没做热浴近似，但近似地将相互作用矩阵元看成与单粒子态无关，因而结果也与 t 无关，这样做的结果实际上声子方程与单粒子方程没有相互耦合起来.

最后，我们回来用声子和单粒子密度矩阵把经典相对运动方程 (2a, b) 中最后一项表示出来. 即

$$-\left\langle A_{tt'}\left|\frac{dh(t)}{d\boldsymbol{R}}\right|A_{tt'}\right\rangle=\sum_{\lambda\mu}F_{\lambda\mu}^{(2)}+F^{(3)}, \tag{28}$$

其中

$$F_{\lambda\mu}^{(2)}=-g_{12}\sum_{\lambda\mu}\mathrm{Re}\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{R}}(F_\lambda(R)Y_{\lambda\mu})\mathrm{Tr}_c(b_{\lambda\mu}C(t))$$
$$=-g_{12}\sum_{\lambda\mu}\mathrm{Re}\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{R}}(F_\lambda(R)Y_{\lambda\mu})\left(\sum_\alpha\sqrt{N_\alpha}\;C_{\alpha-1,\alpha}(t)\right), \tag{29a}$$

$$F^{(3)}=-\mathrm{Tr}_\rho\left(\frac{dV_{13}(R,x_i)}{d\boldsymbol{R}}\rho(t)\right)$$
$$=-\sum_{nm}\left(\frac{dV_{13}(R,x_i)}{d\boldsymbol{R}}\right)_{nm}\rho_{mn}(t). \tag{29b}$$

这里经典相对运动方程可写为

$$\mu\ddot{\boldsymbol{R}}=-\frac{d}{d\boldsymbol{R}}U(R)+\left\{\sum_{\lambda\mu}F_{\lambda\mu}^{(2)}+F^{(3)}\right\}. \tag{30}$$

总之，由上述的讨论我们可以简单归结出：当相对运动做经典近似时，并对内禀自由度采用与时间有关的投影算符方法，可以得到一个具有普遍意义的理论框架，它们可将相对运动、集体振动、单粒子激发等自由度自洽地耦合起来，在弱耦合近似以及对 V_{23} 矩阵元做无规位相近似的条件下得到了比较简单，物理意义明确且便于数值计算的耦合方程，避免了文献 [6] 中对单粒子自由度取热浴近似的向限性，并将文献 [5] 中没有考虑到的单粒子与相对运动的直接耦合问题给出了解决方法，同时对粒子与声子的耦合图象做了更加细致地考虑.

对于推广到强耦合情况以及考虑声子与单粒子同时激发时多余自由度问题都是值得进一步研究的。

附录 A　相对运动的经典近似

我们将包括相对运动的总密度矩阵的"有关"部分写为可分离形式 $F(t)G(t)$ 时，忽略了表示了相对运动与内禀态的关联的"无关"部分。相对运动密度矩阵 $G(t)$ 满足下列刘维方程

$$\frac{dG(t)}{dt} = -i[[H_1 + \langle h\rangle], G(t)], \tag{A1}$$

其中 $\langle h\rangle \equiv \mathrm{Tr}(F(t)h(t)) = \langle A_{tt'}|h|A_{tt'}\rangle$.

在经典近似下可将方程 (A1) 写成泊松括号形式

$$\frac{dG(t)}{dt} = \{H_1 + \langle h\rangle, G(t)\} = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial\langle h\rangle}{\partial r}\right)\frac{\partial G(t)}{\partial \boldsymbol{P}} - \frac{\boldsymbol{P}}{\mu}\frac{\partial G(t)}{\partial r}\right], \tag{A2}$$

而平均轨道 $\langle r\rangle \equiv \boldsymbol{R}$ 满足的关系式为

$$\frac{d\langle r\rangle}{dt} = \frac{d\boldsymbol{R}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\int drd\boldsymbol{P}G(t)\boldsymbol{r} = \int drd\boldsymbol{P}\dot{G}(t)\boldsymbol{r}.$$

将方程 (A2) 代入上式并做分部积分可得到

$$\frac{d\langle r\rangle}{dt} = \int drd\boldsymbol{P}G(t)\frac{\boldsymbol{P}}{\mu} = \left\langle\frac{\hat{p}}{\mu}\right\rangle \equiv \frac{\boldsymbol{P}}{\mu}, \tag{A3}$$

同样对于平均动量 $\langle \boldsymbol{P}\rangle \equiv \boldsymbol{P}$ 可得如下关系式

$$\begin{aligned}\frac{d\langle \boldsymbol{P}\rangle}{dt} &\equiv \frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = \frac{d}{dt}\int drd\boldsymbol{P}G(t)\boldsymbol{P} = \int drd\boldsymbol{P}\frac{dG}{dt}\boldsymbol{P}\\ &= -\left\langle\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial\langle h\rangle}{\partial r}\right\rangle \equiv -\frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{R}} - \frac{\partial\langle h\rangle}{\partial \boldsymbol{R}}.\end{aligned} \tag{A4}$$

上式最后一步意味着平均量的经典对应。如果 $U(r)$ 是 r 的二次函数及 h 是 r 的线性函数时，则 (A4) 是可以被严格得出的[6]。由此我们这里用简捷的途径得到方程 (2a)，这个结果与 Tagikawa[6] 应用弗曼路径积分导出的结果一致。方程 (A4) 表示了取经典轨道近似时相当于忽略了各种量子轨道在经典轨道附近的涨落。

参　考　文　献

[1] D. Agassi, C. M. Ko, H. A. Weidenmiiller, *Ann. of Phys.*, **107**(1977), 140.
[2] W. Norenberg, *J. de Phys.*, **C5**(1976), 105.
[3] H. Hoffman, P. J. Siemens, *Nucl. Phys.*, **A257**(1976), 165; **A275**(1977), 464.
[4] R. A. Broglia, C. M. Dusso, A. Winther, *Phys. Lett.*, **53B**(1974), 301; **61B**(1976), 113; **73B**(1978), 405.
[5] C. M. Ko, *Z. Phys.*, A286(1978), 405.
[6] S. Takigana, *Nucl. Phys.*, **A315**(1979), 186.
[7] 卓益忠、吴锡真，高能物理与核物理，**3**(1979)，501.
[8] 张竞上、卓益忠、顾英圻，原子核物理，**2**(1980)，1.

THE TRANSPORT THEORY OF A COUPLING SYSTEM SIMULTANEOUSLY INVOLVING THE RELATIVE MOTION, COLLECTIVE OSCILLATIONS AND SINGLE PARTICLE EXCITATIONS

ZHUO YI-ZHONG ZHANG JING-SHANG WU XI-ZHEN MA ZHONG-YU
(*Institute of Atomic Energy, Academia Sinica*)

ABSTRACT

By using the time dependent projection operator to the intrinsic degrees of freedom, the general theoretical framework of the coupling equations of the relative motion in classical limit, oscillective oscillations and single particle excitations are formulated. For a coupling system simultenously involving the degrees of freedom of the relative motion and the intrinsic excitations (including collective oscillations and single particle excitations). In the first order Born approximation and the random phase approximation of the matrix element of the interaction between phonons and single particle (neglecting the higher terms of the interactions between relative and the phonons, single particle.) the simple coupling equations, which are physically clear and esay for computations, are obtained.

These theoretical formulations are expected to be useful for the descriptions of the transport process for the inelastic collision between heavy ions as well as nuclear fission.