

## 研究简报

## 定向磁化多体环状永磁多极系统的场形分析

刘茂三 陈仁怀 吴文泰 李淑珍

(中国科学院高能物理研究所)

## 摘 要

根据“均匀磁化”原理,用谐波分析的方法,分别对多体扇形及梯形磁体构成的两类环状系统的场形进行了分析,给出了它们空间任一点的三维表达式。同时还给出了多极场主波、寄生谐波,以及外部杂散磁场的二维解析表达式。

对扇形及梯形磁体的优劣作了比较。

本文分析的多极系统,其 $(n+2)N$ 扇磁体的排布与文献[1-2]相同。差别在于上文研究的磁体是定角磁化,即任一扇内磁体的磁化强度 $M$ 与径向夹角始终保持不变,见图1(a)。而本文主要研究的是定向磁化磁体,即任一扇内磁体的磁化方向始终保持不变,见图1(b)。这种磁化方式,其工艺较前者易于实现。

这里所分析的问题,要求磁性材料具有强烈的各向异性及其返回磁导率 $\mu_{||}$ 和垂直于

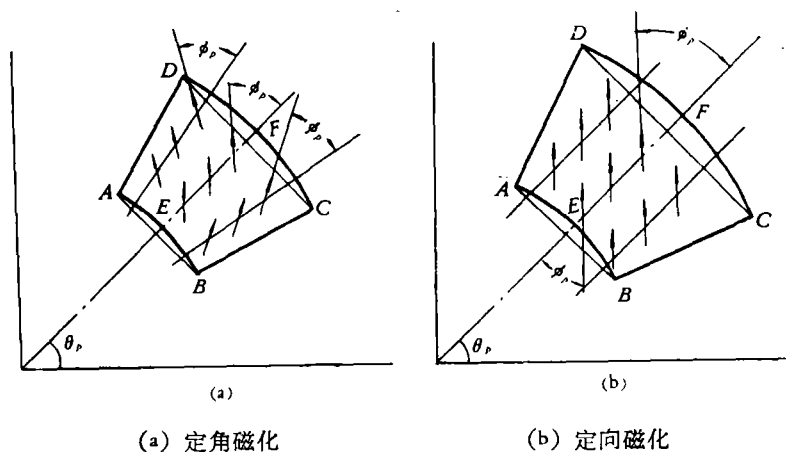


图1 磁体的不同磁化方式

易磁化方向磁导率  $\mu_{\perp}$  都非常接近于 1 (例如: 钐钴合金  $\mu_{\parallel} = 1.03$ ,  $\mu_{\perp} = 1.0$ , 它的去磁迴线与横轴成  $45^{\circ}$  的一条直线)。这类材料目前发展很快, 而且也不难获得, 是制作多体环状永磁结构的理想材料。

这里, 磁体的形状可以是扇形, 也可以是梯形。

根据“均匀磁化”原理, 这种由  $(n+2)N$  块定向磁化体构成的多极系统(排布同 [1—2]), 在自由空间任一点  $P(r, \theta, z)$  的标量磁位可写成

$$\phi(P) = \phi_{\text{扇}}(P) + \phi_{\text{内弓}}(P) - \phi_{\text{外弓}}(P). \quad (1)$$

式中  $\phi_{\text{内弓}}$  和  $\phi_{\text{外弓}}$  分别表示内弓形 ( $ABE$ ) 及外弓形 ( $CFD$ ) 磁体 (见图 1) 构成的环状系统的磁位,  $\phi_{\text{扇}}$  表示扇形 ( $AEB-CFD$ ) 磁体环状系统的磁位。当各磁体分别都被均匀磁化, 且它们的磁化强度  $M$  值都相同时, 根据文献 [1] 的 (1) 式, 利用该文 (3) 式的同样推演方法, 便可分别得到定向磁化及定角磁化系统各自的磁位。下面给出的是两种磁位的通式表达形式。其中对应不同磁化方式的参量  $\xi$  由表 1 给出。

表 1

磁化方式 \ $\xi$	$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi_3$	$\xi_4$
定向磁化	$\theta' - \frac{l-1}{N} 2\pi$	$\theta' - \frac{2l-1}{N} \pi$	$\varphi_p - \left( \theta' - \frac{l-1}{N} 2\pi - \frac{2p\pi}{(n+2)N} \right)$	$\varphi_p + \left( \theta' - \frac{2l\pi}{N} + \frac{2p\pi}{(n+2)N} \right)$
定角磁化	0	0	$\varphi_p$	$\varphi_p$

磁位的表达式如下:

$$\begin{aligned} \phi_{\text{扇}}(P) = M \sum_{l=1}^N (-1)^{l-1} \int_{R_1}^{R_2} \left\{ \int_{\frac{l-1}{N} 2\pi - \alpha}^{\frac{l-1}{N} 2\pi + \alpha} (r' \cos \xi_1 f_1 - \sin \xi_1 f_2) d\theta' \right. \\ + \int_{\frac{2l-1}{N} \pi - \beta}^{\frac{2l-1}{N} \pi + \beta} (r' \sin \xi_2 f_1 + \cos \xi_2 f_2) d\theta' \\ + \sum_{p=1}^{\frac{n}{2}} \left[ \int_{\frac{l-1}{N} 2\pi + \frac{2p\pi}{(n+2)N} - \gamma}^{\frac{l-1}{N} 2\pi + \frac{2p\pi}{(n+2)N} + \gamma} (r' \cos \xi_3 f_1 + \sin \xi_3 f_2) d\theta' \right. \\ \left. \left. - \int_{\frac{2\pi l}{N} - \frac{2p\pi}{(n+2)N} - \gamma}^{\frac{2\pi l}{N} - \frac{2p\pi}{(n+2)N} + \gamma} (r' \cos \xi_4 f_1 - \sin \xi_4 f_2) d\theta' \right] \right\} dr'. \quad (2) \end{aligned}$$

其中

$$f_1 = \int_{-L}^L \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{1}{\rho} \right) dz', \quad f_2 = \int_{-L}^L \frac{\partial}{\partial \theta'} \left( \frac{1}{\rho} \right) dz', \quad (3)$$

$$\rho = \sqrt{r^2 + r'^2 + (z - z')^2 - 2rr' \cos(\theta - \theta')},$$

$M$  表示单个磁体的均匀磁化强度; 带“ $'$ ”表示积分动点坐标。  $\phi_{\text{内弓}}$  和  $\phi_{\text{外弓}}$  的表达式与 (2) 式相似, 差别在于  $r'$  积分上下限以及  $\alpha, \beta, \gamma$  不是常数而是  $r'$  的函数。如选各磁体的张

角都相同,则

$$\alpha(r') = \beta(r') = \gamma(r') = \cos^{-1} \frac{h_s}{r'}, \quad (4)$$

这里  $s = 1, 2$  分别表示对应于内弓形及外弓形的情况.

当满足系统的下列优化条件

$$\alpha = \beta = \gamma = \frac{\varepsilon\pi}{(n+2)N}, \quad \varphi_p = p\varphi_0, \quad \varphi_0 = \frac{N}{2} \delta \quad (5)$$

时,环状系统的三维磁场形态可写成

$$\mathbf{H}(P) = -\nabla\phi(P), \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi(P) = & \frac{2(n+2)NM}{\pi} \sum_{j=0}^{\infty} \int_{y_1}^{y_2} r' \left\{ \frac{q_j \cos m_j \theta}{\eta_1} \right. \\ & \times \int_{-L}^L \sin \xi_1 \left[ \frac{\partial}{\partial r'} \frac{Q_{m_1-\frac{1}{2}}^{(x)}}{\sqrt{rr'}} + m_1 \frac{Q_{m_1-\frac{1}{2}}^{(x)}}{r' \sqrt{rr'}} \right] dz' \\ & \left. + \frac{\cos m_2 \theta}{\eta_2} \int_{-L}^L \sin \xi_2 \left[ \frac{\partial}{\partial r'} \frac{Q_{m_2-\frac{1}{2}}^{(x)}}{\sqrt{rr'}} - m_2 \frac{Q_{m_2-\frac{1}{2}}^{(x)}}{r' \sqrt{rr'}} \right] dz' \right\} dr', \quad (7) \end{aligned}$$

这里

$$x = \frac{r' + r'^2 + (z - z')^2}{2rr'}; \quad m_1 = \frac{2(n+2)j-1}{2} N;$$

$$m_2 = \frac{2(n+2)j+1}{2} N; \quad q_j = \begin{cases} 0, & \text{当 } j=0 \text{ (主波)} \\ 1; & \text{当 } j>0 \text{ (寄生谐波)} \end{cases}$$

$2L$  为系统长度;  $\delta = \frac{2\pi}{(n+2)N}$  相邻两磁体中线间夹角,  $Q_{m-\frac{1}{2}}^{(x)}$  为半整数阶勒让德函数.

(7) 式同样是根据 [1] 的类似方法演算得到的通式表达形式. 它分别表示定向扇形, 定向弓形及定角弓形三种情况的磁位. 其中相对应的几何形状及磁化方式的各参量列于表 2.

表 2

	$y_1$	$y_2$	$\eta_1$	$\eta_2$	$\xi_1$	$\xi_2$
定向扇形	$R_1$	$R_2$	$m_1 - 1$	$m_2 + 1$	$\frac{(m_1 - 1)\varepsilon\pi}{(n+2)N}$	$\frac{(m_2 + 1)\varepsilon\pi}{(n+2)N}$
定向弓形	$h_s$	$R_s$	$m_1 - 1$	$m_2 + 1$	$(m_1 - 1) \cos^{-1} \frac{h_s}{r'}$	$(m_2 + 1) \cos^{-1} \frac{h_s}{r'}$
定角弓形	$h_s$	$R_s$	$m_1$	$m_2$	$m_1 \cos^{-1} \frac{h_s}{r'}$	$m_2 \cos^{-1} \frac{h_s}{r'}$

$\varepsilon$  表示磁体的填充系数.

定向磁化及定角磁化的多体梯形环状系统的磁场形态可由相应的多体扇形与弓形(图 1)环状系统的场形迭加而成.

在满足上述优化条件下,同定角磁化多体环状系统二维问题类似<sup>[2]</sup>,可得到定向磁化系统二维 ( $L \rightarrow \infty$ ) 工作磁场  $H(P)$  及外部杂散磁场  $H(P)$  通式表达形式如下

$$H_r(r, \theta) - iH_\theta(r, \theta) = 4(n+2)NM \sum_{j=0}^{\infty} \cos^{m_2} \tau_2 \sin \delta_2 \begin{cases} A(y_1^{j-m_2} - y_2^{j-m_2}) \frac{Z_1^{m_2}}{r} \\ \ln \frac{y_2}{y_1} e^{i\theta}, (j=0, N=2) \end{cases} \quad (8)$$

$$H_r(r, \theta) + iH_\theta(r, \theta) = 4(n+2)NM \sum_{j=1}^{\infty} B \cdot \sin \delta_1 (y_2^{j+m_1} - y_1^{j+m_1}) \frac{Z_1^{m_1}}{r}, \quad (9)$$

式中

$$Z_1 = r e^{i\theta}, \quad Z_2 = \frac{e^{i\theta}}{r}. \quad (10)$$

(8)、(9) 二式各分别代表三种结构情况的场形,即定向扇形、定向梯形及定角扇形环状系统的场形。它们对应的各参量统一列入表 3 内。

表 3

参量 类型	$y_1$	$y_2$	$A$	$B$	$\delta_1$	$\tau_2$	$\delta_2$
定向扇形	$R_1$	$R_2$	$\frac{m_2}{m_2^2 - 1}$	$\frac{m_1}{m_1^2 - 1}$	$\frac{(m_1 - 1)\pi}{(n + 2)N}$	0	$\frac{(m_2 + 1)\pi}{(n + 2)N}$
定向梯形 <sup>1)</sup>	$h_1$	$h_2$	$\frac{1}{m_2 - 1}$	$B'$	$\frac{(m_1 - 1)\pi}{(n + 2)N}$	$\frac{\pi}{(n + 2)N}$	$\frac{m_2\pi}{(n + 2)N}$
定角扇形	$R_1$	$R_2$	$\frac{1}{m_2 - 1}$	$\frac{1}{m_1 + 1}$	$\frac{m_1\pi}{(n + 2)N}$	0	$\frac{m_2\pi}{(n + 2)N}$

1) 文献 [3—4] 仅给出了定向多体梯形环状系统的二维主波磁场,本文与之相符。定向梯形二维杂散场表达式为近似解。

$$B' = \frac{m_1}{m_1^2 - 1} \left[ 1 + \frac{m_1 + 1}{2} \alpha^2 + \frac{m_1 + 1}{m_1 - 1} \alpha \operatorname{ctg} (m_1 - 1) \alpha - \frac{m_1 + 1}{(m_1 - 1)^2} \right]$$

根据 (8)、(9) 二式,可分别算出磁场主波、各次寄生谐波及杂散磁场的模量,进而得到梯形环状结构与扇形环状结构的磁场模量比,即  $\frac{\text{梯形定向}}{\text{扇形定向}}$  和  $\frac{\text{梯形定向}}{\text{扇形定向}}$ , 计算结果列在表 4 中。

结论: 环状多极系统除文献 [1—2] 指出的特点外,还必须强调指出: (i) 它们的磁场主波振幅随  $n$  的增加而变大,且趋近一恒量;寄生谐波和杂散磁场则相反,并在  $\epsilon = 1$  时,它们都趋近于零。(ii) 当系统的优化条件被满足后,其它许多寄生谐波及杂散磁场都可自动消除,如三维场寄生谐波数仅剩  $m_1, m_2$ ,而对二维场只有  $m_2$ ,此时杂散磁场谐波数只剩  $m_1$ 。如再适当调节  $\epsilon$ ,还可进一步消除  $j = 1$  的寄生谐波。(iii) 从表 4 可明显看出,上述几种系统中,就  $N$  极场主波而言,文献 [2] 所论述的定角磁化多体扇形环状结构效果最好,定向磁化多体梯形环状结构最次。但是就寄生谐波而言,效果相反,而且前者机加性差,磁化工艺又较为复杂,所以一般采用定向梯形结构系统还是切实可行的。

表 4 ( $\epsilon = 1, j = 0$  或 1)

谱波模量比		二		四		六	
		2	4	2	4	2	4
梯形定向 扇形定向	主 波	0.9239	0.9659	0.9619	0.9830	0.9746	0.9886
	寄生谐波	0.4904	0.6372	0.7052	0.7998	0.7930	0.8618
	杂 散 场	1.88	1.59	1.35	1.24	1.21	1.15
梯形定向 扇形定向	主 波	1	1	0.9939	0.9972	0.9946	0.9975
	寄生谐波	0.2949	0.3552	0.5127	0.5617	0.6294	0.6689
	杂 散 场	0.872	0.748	0.864	0.801	0.882	0.844

## 参 考 文 献

- [ 1 ] 刘茂三等, 高能物理与核物理, 5(1981), 127.  
 [ 2 ] 刘茂三等, 高能物理与核物理, 4(1980), 774.  
 [ 3 ] K. Halback, *IEEE Trans. NS-26*(1979), 3882.  
 [ 4 ] R. F. Holsinger, 1979 Proton Linea. Accelerator Conference, 1979.

## ON THE ANALYSIS OF MAGNETIC MULTIPOLE FIELD WITH FIXED DIRECTION MAGNETIZED MULTI-SEGMENTED RING STRUCTURE

LIU MAO-SAN CHEN REN-HUAI WU WEN-TAI LI SHU-ZHEN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

According to the principle of the "uniform magnetization" and harmonic analytic method, the fields of the ring structure system with multi-segmented and trapezoidal magnet are analysed. The 3-dimensional expression of the field at any point of the space is given, and the 2-dimensional expression of the fundamental component of multipole, harmonic and leakage field is also given.

The comparisons between the property of segmental and trapezoidal magnet are discussed.