

# QCD 微扰理论和原子核

## (I) 强子的能级移动和质量差

何汉新· 卓益忠· 萨本豪

(中国科学院原子能研究所)

### 摘 要

讨论了禁闭情况下(在强子中)的 QCD 微扰,由层子-胶子相互作用导出了单胶子交换的等效位。在此基础上用 MIT 袋模型及高斯型波函数近似计算了强子的能级移动和质量差,并与半经典处理及实验结果相比。结果表明在强子中 QCD 微扰理论是可行的,半经典处理结果正是微扰计算的最低阶项,由此微扰理论给出了袋模型中处理相互作用的新途径。

### 一、引 言

粒子物理的发展指出构成强子的下一层次是层子,量子色动力学(QCD)理论则是希望作为处理粒子间的强相互作用理论。自然,原子核中强子的相互作用及由此反映的特征量,用更基本的量——层子和胶子及其相互作用来描述是核物理中的一个基本课题。与高能时(禁闭边界的影响可忽略)层子看作自由粒子情况不同的是,此时需要处理禁闭条件(例如“袋”模型<sup>[1]</sup>)下的层子、胶子,必须考虑禁闭所要求的边界的影响。由于“禁闭”是小动量或大距离的行为,因此只要层子间传递的动量足够大或小距离时,可考虑用 QCD 微扰,不过此时的费曼规则与自由状态下的有所不同。Lee<sup>[2]</sup>讨论了禁闭机制下(在强子中)的费曼规则。

我们在 Lee<sup>[2]</sup>工作及 MIT 袋模型<sup>[1]</sup>基础上进一步讨论禁闭层子胶子系统的 QCD 低阶微扰,由层子-胶子相互作用导出等效位,并由此得到可能的状态变化图,包括强子的能级移动、状态改变及核子-介子耦合顶角等。本文就 MIT 球形腔模型<sup>[1]</sup>及相应的径向波函数高斯型近似下对强子的能级移动和质量差进行计算,并作了讨论。

### 二、禁闭层子系统微扰的基本图象

禁闭的层子系统包含场方程及禁闭机制所要求的边界条件,例如在 MIT 袋模型<sup>[1]</sup>中场方程由拉氏函数密度  $\mathcal{L}$  导出,  $\mathcal{L}$  可写为<sup>[1]</sup>

$$\mathcal{L} = (\mathcal{L}_{\text{QCD}} - B)\theta(\mathcal{L}_{\text{QCD}} - B). \quad (1)$$

$\mathcal{L}_{\text{QCD}}$  是通常的 QCD 拉氏函数密度,  $B$  是压强量纲的常数. 层子场满足线性的和二次型的边界条件, 保证袋外无层子流, 胶子场的边界条件  $n_\mu F_{\mu\nu} = 0^{[1]}$  提供了色禁闭或构成袋(强子)的色单态.

将  $\mathcal{L}$  分为自由的与相互作用两部分, 后者包含层子-胶子相互作用写成哈密顿形式为

$$\mathcal{H}_i(\mathbf{x}) = ig\bar{\psi}(\mathbf{x})\gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} \psi(\mathbf{x})A_\mu^a(\mathbf{x}), \quad a = 1, 2, \dots, 8 \quad (2)$$

其中  $\psi(\mathbf{x})$  为层子场,  $A_\mu^a$  是色规范场或胶子场,  $g$  是耦合常数,  $\lambda^a$  即  $SU(3)$  Gell-Mann 矩阵. 由于 QCD 的渐近自由性, 在袋内由胶子传递的层子间相互作用将是较弱的. 在零级近似下略去胶子场则得到约束在袋内的自由 Dirac 粒子解. 层子-胶子相互作用 (2) 使系统状态的改变可通过时间发展算符联系起来

$$|\varphi\rangle = U(0, -\infty)|\varphi_0\rangle, \quad U(0, -\infty) = T \exp \left[ -i \int_{-\infty}^0 dt H_i(t) \right]. \quad (3)$$

式中  $T$  是时间序列算符,  $H_i(t) = \int_V d^3x \mathcal{H}_i(\mathbf{x})$ . 在微扰的最低阶, 即单胶子交换时,  $A_\mu^a$  的非线性自耦合特征不显现, 象通常的 QED 微扰. 系统在相互作用下到达末态  $|\varphi_f\rangle$  的几率振幅为

$$\begin{aligned} \langle \varphi_f | U^{(2)} | \varphi_0 \rangle &= \frac{(-i)^2}{2} \int_{-\infty}^0 dt_1 \int_{-\infty}^0 dt_2 \langle \varphi_f | T [H_i(t_1) H_i(t_2)] | \varphi_0 \rangle \\ &= \frac{1}{E_0 - E_f + i\eta} \langle \varphi_f | \mathcal{S}^{(2)} | \varphi_0 \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\mathcal{S}^{(2)} = -g^2 \int d^3x_1 \int d^3x_2 \bar{\psi}(\mathbf{x}_1) \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} \psi(\mathbf{x}_1) D(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2; \omega) \bar{\psi}(\mathbf{x}_2) \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} \psi(\mathbf{x}_2).$$

$\mathcal{S}^{(2)}$  等效于 Lippman-Schwinger 展开中的相互作用位算符, 我们称为等效位.  $D(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2; \omega)$  是传播子, 它分为横向和纵向(瞬时作用)两部分, 相应得到等效位的横向部分  $\mathcal{S}_T^{(2)}$  和瞬时作用部分  $\mathcal{S}_I^{(2)}$ . 横向部分与能级移动有关, 其传播子为

$$D_T(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2; \omega) = \sum_p \frac{\langle \mathbf{x}_1 | p \rangle \langle p | \mathbf{x}_2 \rangle}{E_0 - E_p + i\eta} \quad (5)$$



图 1



图 2

如果  $|\varphi_0\rangle$  是无相互作用的 3 层子态,则在等效位  $\mathcal{S}^{(2)}$  的作用下系统状态发生改变,可产生如下图象: i) 末态为 3 层子态,如图 1(a), (b); ii) 末态为 5 层子态,胶子在层子海中产生一层子-反层子对,分别得到图 2(a), (b) 等的图象. 图 1(a) 给出单胶子交换引起的状态改变包括能级移动;图 1(b) 是自能图,在唯象模型中可以认为所取的唯象质量就是重整化后的物理质量,故不考虑它;图 2(a) 是禁戒的,但通过适当耦合可得到层子海对强子状态改变的贡献<sup>[3]</sup>;图 2(b) 则相应于核子-介子耦合顶角结构(直接图),我们将在以后讨论它.

### 三、能级移动及强子质量差

让我们比较详细讨论由层子-胶子相互作用(2)引起的能级移动. 在单胶子交换下,它由等效位  $\mathcal{S}^{(2)}$  的一级微扰给出

$$\begin{aligned}\Delta E_1 &= \langle \varphi_0 | \mathcal{S}^{(2)} | \varphi_0 \rangle \\ &= \sum_p \frac{\langle \varphi_0 | H_i(0) | p \rangle \langle p | H_i(0) | \varphi_0 \rangle}{E_0 - E_p + i\eta}.\end{aligned}\quad (6)$$

对于重子  $|\varphi_0\rangle = |3q\rangle$ , 能级移动为

$$\begin{aligned}\Delta E(3q) &= -g^2 \sum_{i>j} \left\{ \int d^3x_1 \int d^3x_2 \bar{\psi}_{q_i'}(\mathbf{x}_1) \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} \psi_{q_i}(\mathbf{x}) D_i^{(d)}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \right. \\ &\quad \cdot \bar{\psi}_{q_j'}(\mathbf{x}_2) \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} \psi_{q_j}(\mathbf{x}_2) \delta_{q_i j'} \\ &\quad - \int d^3x_1 \int d^3x_2 \bar{\psi}_{q_i'}(\mathbf{x}_1) \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} \psi_{q_i}(\mathbf{x}_1) D_i^{(e)}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2; \omega) \\ &\quad \cdot \bar{\psi}_{q_j'}(\mathbf{x}_2) \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} \psi_{q_j}(\mathbf{x}_2) \delta_{q_i j'} \left. \right\}.\end{aligned}\quad (7)$$

这里  $q_i = q_i(f, s, \alpha)$  表示层子在第  $i$  状态中的味道、自旋和色指标, (7) 式中第一项为直接项(见图 3(a)), 第二项为交换项贡献(见图 3(b)),  $D_i^{(d)}$ ,  $D_i^{(e)}$  是相应的传播子. 由(5)式对中介态求和得

$$D_i^{(e)}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2; \omega) = \sum_k \frac{\langle \mathbf{x}_1 | A_k \rangle \langle A_k | \mathbf{x}_2 \rangle}{(\omega_j - \omega_i)^2 - k^2}\quad (8)$$

其中  $\omega_j - \omega_i = \omega$  是横胶子传递的能量,  $A_k$  为胶子本征态,  $k$  为本征能量.  $D_i^{(e)}$  满足方程

$$[\nabla^2 + \omega^2] D_i^{(e)}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2; \omega) = -\delta(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)\quad (9)$$

对于直接项无能量交换,  $D_i^{(d)}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$  相应于(8)、(9)式中  $\omega = 0$  情况.

对于介子  $|\varphi_0\rangle = |q\bar{q}\rangle$ , 单胶子交换引起的能级移动类似得到(图 3(c))

$$\begin{aligned}\Delta E(q\bar{q}) &= \langle q\bar{q} | \mathcal{S}^{(2)} | q\bar{q} \rangle \\ &= -g^2 \int d^3x_1 \int d^3x_2 \bar{\psi}_{q_i'}(\mathbf{x}_1) \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} \psi_{q_i}(\mathbf{x}_1) D_i(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \bar{\psi}_{\bar{q}_j}(\mathbf{x}_2) \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} \psi_{\bar{q}_j'}(\mathbf{x}_2).\end{aligned}\quad (10)$$

#### 1. MIT 球形腔模型下的能级移动

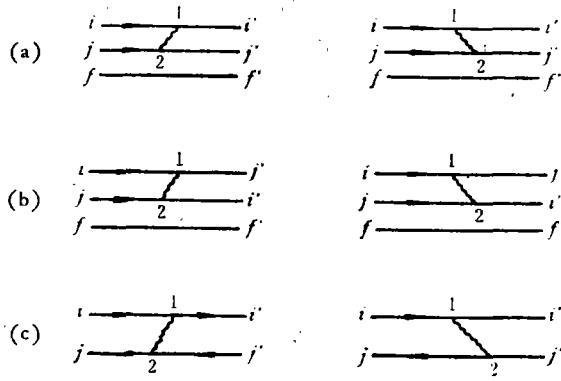


图 3

球形腔中零级近似的层子本征态可写成<sup>(1)</sup>

$$\psi_q(x) = \sum_{(n,s)} \left\{ \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \left( \begin{array}{l} ij_0(\omega r/R)U_s \\ -\sqrt{\frac{\omega-mR}{\omega+mR}} j_1(\omega r/R)\sigma \cdot \not{p}U_s \end{array} \right) a(s, \alpha) e^{-i\omega t/R} \right. \\ \left. + \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \left( \begin{array}{l} -i\sqrt{\frac{\omega-mR}{\omega+mR}} j_1(\omega r/R)\sigma \cdot \not{p}\tilde{U}_s \\ j_0(\omega r/R)\tilde{U}_s \end{array} \right) b^+(s, \alpha) e^{+i\tilde{\omega}t/R} \right\}. \quad (11)$$

其中  $U_s$  是自旋分量为  $s$  的泡里旋量,  $\tilde{U}_s = (-1)^s U_{-s}$ ,  $\alpha$  指其余量子数;  $a, b^+$  分别为层子消灭与反层子产生算符;  $\omega = \sqrt{\omega^2 - m^2 R^2}$ ,  $\omega = \omega_{n\kappa}$ ,  $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_n = \omega_{-n}$ ,  $m$  为层子质量,  $R$  是袋半径,  $N$  为归一化系数

$$N = \left[ \frac{(\omega^2 - m^2 R^2)^2}{R^3 (2\omega^2 + 2\kappa\omega + mR) \sin^2[(\omega^2 - m^2 R^2)^{1/2}]} \right]^{1/2} \quad (12)$$

其中  $\kappa = -1$  或  $\kappa = +1$  对应于层子的  $S$  态、 $P$  态。线性边界条件得到本征值方程, 在零质量层子情况,  $\omega_{1,-1} = 2.043$ ,  $\omega_{2,-1} = 5.396$ ,  $\omega_{3,-1} = 8.578, \dots$

胶子传播子(8)式通过胶子本征态表示, 在低级微扰不出现胶子自耦合项时, 由求解满足边界条件的八个独立胶子状态方程得到, 这与光子场情况类似。本征解可展开为

$$|A\rangle = \sum_{\kappa, l, m} \frac{e_\mu}{\sqrt{2k}} \mathbf{A}_{\kappa l m}^{(\lambda)} \quad (13)$$

$e_\mu$  是极化方向,  $(\lambda)$  指本征模式  $TM$  或  $TE$ 。在库伦规范  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  下, 满足球形腔边界条件  $\not{p} \cdot \mathbf{A}|_R = 0$ ,  $\not{p} \times \nabla \times \mathbf{A}|_R = 0$  ( $n_\mu F_{\mu\nu} = 0$  的球形边界情况)的解对于  $TE$  模式只有  $l = 1$ , 其解为

$$\mathbf{A}_{\kappa l m}^{(TE)} = N_g^{(TE)} j_l \left( k_n \frac{r}{R} \right) \mathbf{A}_{l m}(\mathcal{Q}) e^{-ik_n r/R} + \text{h. c.},$$

$$\mathbf{A}_{l m}(\mathcal{Q}) = \frac{i}{\sqrt{2}} \{ -i|m| \hat{e}_\theta + (m \cos \theta + \delta_{m0} \sqrt{2} \sin \theta) \hat{e}_\varphi \} \sqrt{\frac{3}{8\pi}} e^{im\varphi}, \quad (14)$$

$$N_g^{(TE)} = \frac{\sqrt{2} R^{-3}}{|j_l(k_n)|} \left( \frac{k_n^2}{k_n^2 - 2} \right)^{1/2}. \quad (15)$$

边界条件给出本征值方程  $\frac{d}{dr} \left[ r j_l \left( k_n \frac{r}{R} \right) \right] \Big|_R = 0$ , 在  $l = 1$  时前几个  $k_n$  值为

$$2.744, \quad 6.117, \quad 9.317, \dots$$

TM 模式及瞬时(库仑)传播子对低阶能级移动无贡献, 其形式可见文献 [2]. 由此传播子(8)式可表示为

$$D_i^{(c)} = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{e_{\mu} e_{\nu}}{(\omega_j - \omega_i)^2 - k^2} \mathbf{A}_{k1m}^{(TE)+}(x_1) \mathbf{A}_{k1m}^{(TE)}(x_2). \quad (16)$$

将(11)、(16)式代入(7)式计算后便得到

$$\begin{aligned} \Delta E(3q) &= \Delta E^{(c)} + \Delta E^{(d)} \\ \Delta E^{(c)} &= \alpha_c \sum_{i>j} \sum_{k, \beta} (U_p^{+(j')} \beta^{(j')} \lambda^{\alpha} \sigma U_p^{(i)} \alpha^{(i)}) \cdot (U_p^{+(i')} \beta^{(i')} \lambda^{\alpha} \sigma U_p^{(j)} \alpha^{(j)}) \\ &\quad \cdot \delta_{j'j} \frac{I_k^{(j'i)} I_k^{(i'j)}}{(\omega_j - \omega_i)^2 - k^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

类似有  $\Delta E^{(d)}$  的表示. 式中  $\alpha_c = \frac{1}{4} \alpha_s$ ,  $\alpha_s = g^2/4\pi$ ,  $\alpha^{(i)}$ ,  $\beta^{(i)}$  为色波函数,  $I_k^{(j'i)}$ ,  $I_k^{(i'j)}$  为径向积分

$$\begin{aligned} I_k^{(j'i)} &= -i \sqrt{\frac{2}{3}} 4\pi N_s \int_0^R dr r^2 j_1 \left( k_n \frac{r}{R} \right) b_{j'i} \left( \frac{r}{R} \right), \\ b_{j'i} \left( \frac{r}{R} \right) &= \frac{i N_j N_i}{4\pi} \left[ j_0 \left( \omega_n^{(j')} \frac{r}{R} \right) j_1 \left( \omega_n^{(i)} \frac{r}{R} \right) + j_1 \left( \omega_n^{(j')} \frac{r}{R} \right) j_0 \left( \omega_n^{(i)} \frac{r}{R} \right) \right], \end{aligned} \quad (18)$$

$I_k^{(i'j)}$  由(18)式交换指标  $i \leftrightarrow j$  得到. 对于都处于 1s 态层子情况, 计算得到

$$\begin{aligned} I_{k_1}^{(11)} &= 1.150 R^{-3/2} \equiv I'_{k_1} R^{-3/2}, \quad (k_1 = 2.744) \\ I_{k_2}^{(11)} &= 0.117 R^{-3/2} \equiv I'_{k_2} R^{-3/2}, \quad (k_2 = 6.117) \end{aligned}$$

(17)式可写成简法的形式

$$\Delta E^{(c)} = \alpha_c \sum_{i>j} (\lambda^{\alpha} \sigma)_j \cdot (\lambda^{\alpha} \sigma)_i \frac{\mu_{ij}}{R}. \quad (19)$$

对于 N,  $\Delta$  强子, 3 个价层子都在 1s 态, 只有直接项贡献. 在用  $SU(6)$  自旋结构波函数<sup>[4]</sup> 计算时(色部分贡献为  $-\frac{8}{3}$ ), 得到 N,  $\Delta$  的能级移动

$$\Delta E_N = -\alpha_c \frac{8\mu_{ij}}{R}, \quad \Delta E_{\Delta} = +\alpha_c \frac{8\mu_{ij}}{R} \quad (20)$$

其中  $\mu_{ij} = \sum_k (I'_k)^2/k^2 \simeq 0.176$ . 由此用能量单位表示的 N- $\Delta$  质量差为

$$\Delta M = \Delta E_{\Delta} - \Delta E_N = \alpha_c \frac{16\mu_{ij}}{R} \quad (20.1)$$

从袋模型计算出 R 后, 即可得到  $\Delta M$  值.

这样, 强子的质量可写为

$$\begin{aligned} M &= M_0 + \alpha_c \Delta M_1 + \dots, \\ M_0 &= \frac{4\pi}{3} B R^3 + \sum_a (N_a \omega_a - Z_0)/R, \end{aligned}$$

$$\alpha_c \Delta M_1 = \Delta E_g = \alpha_c G_1 / R. \quad (\text{对 } N, G_1 = -8\mu_{II})$$

$M_0$  是无相互作用系统的能量,  $Z_0$  是零点能, 在 MIT 模型中作为唯象参量由符合质量谱而定出<sup>[1]</sup>, 在此估计  $\Delta M$  中我们取其临界值. 由  $N(938)$ ,  $\Delta(1232)$  的权重平均  $1173\text{MeV}$  及二次型边界条件相应的平衡条件  $\left. \frac{\partial M_0}{\partial R} \right|_{R=R_b} = 0$  可得到袋半径  $R_b$  及压强  $B$  (无相互作用系统). 体系中单胶子交换能  $\Delta E_g$  的出现使系统的平衡改变, 达到新平衡可通过 (i) 改变  $B$  而  $R_b$  保持不变; (ii)  $B$  不变而变  $R$ ; (iii)  $R$  和  $B$  同时改变, 能级移动可分别在这些情况计算. 在情况 (i),  $M_0 = \frac{4}{3R_0} \left( \sum_{\alpha} N_{\alpha} \omega_{\alpha} - Z_0 \right)$ ;  $R_0 = \left( \frac{\sum N_{\alpha} \omega_{\alpha} - Z_0}{4\pi B} \right)^{1/4}$ , 当  $\alpha_c \simeq 0.5$  时得到

$R_b$ (GeV <sup>-1</sup> )	$Z_0$	$B^{1/4}$ (GeV <sup>-1</sup> )	$\Delta M$ (MeV)
6.02*	0.82	0.134	234
5.40	1.36	0.145	260
4.70	2.0	0.160	300

\* 取  $\langle r_p^2 \rangle^{1/2} = 0.730R_b = 0.88\text{fm}$  的实验值情况)

如果将实验值  $\Delta M(\Delta - N) = 294\text{MeV}$  输入 (20) 式, 则可定出  $\alpha_c/R = 104\text{MeV}$ , 在  $R = 6.02$  情况, 相应于  $\alpha_c \simeq 0.63$ .

单胶子交换引起介子的能级移动可类似讨论, 对  $\pi, \rho$  介子, 由 (10) 式并用  $SU(6)$  波函数<sup>[4]</sup> 计算得到

$$\Delta E(q\bar{q}) = \alpha_c \sum_{i,j} (\lambda^a \sigma)_i \cdot (\lambda^a \sigma)_j \bar{\mu}_{ij} / R, \quad (21)$$

$$\Delta E(\rho-\pi) = \frac{64}{3} \frac{\alpha_c}{R} \mu_{II}.$$

和  $N, \Delta$  的讨论一样, 在情况 (1) 可估计得到  $\rho-\pi$  的质量差为

$R_b$ (GeV <sup>-1</sup> )	$Z_0$	$\Delta M$ (MeV)	
		( $\alpha_c = 0.5$ )	( $\alpha_c = 0.63$ )
5.1	1.36	410	517
3.9	2.0	480	605

我们看到, 低阶(单胶子)微扰得到的 (19)、(21) 式与 MIT 半经典处理结果<sup>[1]</sup> 形式相同.

## 2. 高斯型近似波函数情况

通常一特定函数可用一组高斯型函数叠加来逼近, 高斯函数简单而方便求解. 为以后所用, 我们讨论球形腔波函数的高斯型近似. 注意到微扰在小区域 ( $r \ll R_b$ ) 有效, 对球形腔径向波函数 (11) 式, 利用  $j_l(nr) \simeq \frac{(nr)^l}{(2l+1)!!}$  即得到

$$\phi(r) = \frac{N'}{\sqrt{4\pi}} \left( -\sigma \cdot \hat{r} \left( \frac{\beta r}{R_0} \right)^i \right) U_i e^{-r^2/2R_0^2}. \quad (22)$$

当  $r \rightarrow 0$  时,  $\beta = \sqrt{5}/3$ ,  $R_0 = \sqrt{\frac{5}{\omega_{\sigma}}} R_b$ , 式 (22) 与 (11) 式一致 ( $m = 0$  时). 为使

结果更符合实验值及 MIT 情况,可用质子磁矩、质子电荷半径选定  $\beta$ ,  $R_0$  参数.

$$(i) \text{ 质子电荷半径 } \langle r_p^2 \rangle^{1/2} = \left[ \int_V d\mathbf{r} \phi^+(\mathbf{r}) Q \phi(\mathbf{r}) |\mathbf{r}|^2 \right]^{1/2}, \quad Q = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 \\ 0 & -1/3 \end{pmatrix}$$

$$\langle r_p^2 \rangle^{1/2} = \left\{ \begin{array}{l} R_b \left[ \frac{2\omega_{1-1}^3 - 2\omega_{1-1}^2 + 4\omega_{1-1} - 3}{6\omega_{1-1}(\omega_{1-1} - 1)} \right]^{1/2} = 0.730R_b, \quad (\text{球形腔情况}) \\ R_0 \left[ 1.5 \left( \frac{1 + 2.5\beta^2}{1 + 0.5\beta^2} \right) \right]^{1/2}, \quad (\text{高斯型}) \\ 0.88 \pm 0.3 \quad (\text{fm}); \quad (\text{实验值}) \end{array} \right\} \quad (23)$$

$$(ii) \text{ 质子磁矩 } \boldsymbol{\mu} = \int_V d\mathbf{r} \frac{1}{2} \mathbf{r} \times \{ \boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\alpha} Q \boldsymbol{\phi} \}$$

$$\mu_p = \left\{ \begin{array}{l} R_b \frac{4\omega_{1-1} - 3}{12\omega_{1-1}(\omega_{1-1} - 1)} = 0.202R_b \quad (\text{球形腔}) \\ R_0 \frac{\beta}{1 + 0.5\beta^2} \quad (\text{高斯型}) \\ 2.79/2m_p \quad (\text{GeV}^{-1}) \quad (\text{实验值}) \end{array} \right.$$

简单计算得到,当  $\beta$  取值  $0.4 \sim 0.7$ ,  $R_0$  在  $0.55 \sim 0.75(\text{fm})$  时,  $\langle r_p \rangle^{1/2}$  及  $\mu_p$  值在实验值与 MIT 腔模型结果之间.

(iii) 能级移动

用径向波函数高斯型近似(22)及胶子传播子(16)式得到的  $\Delta$ -N 质量差可表示为

$$\Delta M = 16\alpha_c \sum_{k_n} \frac{4}{3} \left( \frac{\beta}{1 + 0.5\beta^2} \right)^2 \left( \frac{k_n^2}{k_n^2 - 2} \right) \frac{1}{|j_1(x_n)|^2} \frac{\alpha^3}{R_0} \exp \left[ -\frac{1}{2} \alpha^2 k_n^2 \right]$$

其中  $\alpha = R_0/R_b$ , 由前面给出的关系及  $\Delta M \approx 300\text{MeV}$ , 可定出  $\beta$  与  $\alpha_c$  间的关系,例如  $\mu_p, \langle r_p^2 \rangle^{1/2}$  取实验值时  $\beta = 0.663$ , 定得  $\alpha_c = 0.26$ ; 若取  $\beta = 0.464$ , 则得到  $\alpha_c \approx 0.5$ . 这些将在讨论  $\pi NN$  顶角等时引用.

## 四、讨 论

我们从层子-胶子相互作用出发导出了单胶子交换的等效位,并由此建立计算强子的能级移动和质量差公式. 相互作用引起的基态能级移动也可从 Gell-Mann-Low 定理得到<sup>[6]</sup>

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{\langle \varphi_0 | H_i(0) | \phi \rangle}{\langle \varphi_0 | \phi \rangle} \\ &= -i \int_{-\infty}^0 dt \langle \varphi_0 | H_i(0) H_i(t) | \varphi_0 \rangle + \dots \\ &= \langle \varphi_0 | H_i(0) \frac{1}{E_0 - H_0 + i\eta} H_i(0) | \varphi_0 \rangle + \dots \end{aligned}$$

这与从等效位出发导出的(6)式一致.

1) 在我们工作即将完成时,见到了这个和我们十分相似的工作,但出发点不同.

我们用 QCD 低阶微扰计算能级移动结果可以和 MIT 的半经典处理<sup>[1,2]</sup>相比较,在全是  $1s$  态层子组成的强子情况,二者是相一致的.微扰计算所得  $\Delta$ -N 质量差  $\approx 300\text{MeV}$ ,  $\rho$ - $\pi$  质量差为  $500\text{MeV}$  左右,是符合或接近于实验值的.这些表明:半经典处理正是微扰的一阶计算部分;在强子内部进行微扰计算是适用的.

但必须指出,由于  $\alpha_c \approx 0.5$  或更大,因此没有理由可完全忽略  $\alpha_c$  的高阶项.将强子质量表示为  $M = M_0 + \alpha_c \Delta M_1 + \alpha_c^2 \Delta M_2 + \dots$ ,这就必须处理非线性的胶子自耦合项,情况变得复杂得多.如果我们只在单胶子交换的图象内考虑问题,则可从能级移动计算中定出  $\alpha_c$ ,  $R$ ,进一步去讨论其它问题,我们期望由此处理  $\pi NN$  等介子-核子顶角及 N-N 相互作用.

作者感谢高能物理所薛丕友、杜东生同志的讨论.

### 参 考 文 献

- [1] A. Chodos et al., *Phys. Rev.*, D9(1974), 3471; T. DeGrand et al., *Phys. Rev.*, D12(1975), 2060; K. Johnson, *Phys. Lett.*, 78B(1978), 259; T. DeGrand and R. L. Jaffe, *Ann. of Phys.*, 100(1976), 425.
- [2] T. D. Lee, *Phys. Rev.*, D19(1979), 1802.
- [3] J. E. Denoghuez and E. Golowich, *Phys. Rev.*, D15(1977), 3421.
- [4] J. J. J. KoKkedee, 1969, *The Quark Model* (Benjamin, New York).
- [5] K. C. Bowler and P. Walters.
- [6] F. E. Close and R. R. Horgan, *Nucl. Phys.*, B164(1980), 413.

## QCD PERTURBATION THEORY AND NUCLEI (1) THE ENERGY SHIFTS OF HADRENS AND HADRONS MASS DIFFERENCE

EE HAN-XING    ZHUO YI-ZHONG    SA BEN-HAO  
(*Institute of Atomic Energy, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

QCD perturbation theory for confined quarks and gluons (in hadrons) is discussed. Based on the equivalent potential for the quark-gluon interaction derived, the energy shifts of hadrons and hadron mass difference in MIT bag (cavity) model and corresponding approximation of the w. f. with Gaussian form are calculated.