

一个可能的 $SU(9)$ 大统一模型

马中骥 东方晓 杜东生 薛丕友

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文选择了一种不同于一般文献的第一步 Higgs 自发破缺机制, 使得 $SU(9)$ 可容纳三代左手费米子, 而不破坏 $SU(3)_c$ 的渐近自由行为。

目前大统一理论中, 关于费米子代的统一问题引起了人们很大的兴趣。在文献 [1—4] 中选择 $G_1 = SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1) \otimes U'(1)$ 作为第一步自发破缺后保留的对称性, 以增加存活的费米子数目, 并据此分别讨论了以 $SU(7)$ 、 $SU(8)$ 和 $SO(14)$ 为规范群的大统一模型。但在这种处理中低能弱作用要多一个中性流。文献 [5, 6] 指出, 在质量标度为 10^{15} GeV 量级, 用一个具体的 Higgs 机制, 把大统一规范群 $SU(N)$ 破缺到 $G_1 = SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ 时, 存在一个剩余分立对称性 Z_{N-5} 。此分立对称性亦能起到 G_1 中 $U'(1)$ 的作用, 但却避免增加新的中性流。文献 [5] 证明了一个与分立对称性有关的定理, 并得到一个构造 $SU(N)$ 大统一模型的新判据。其中 Z_{N-5} 是 $N-5$ 阶循环群, 其生成元为

$$R = \left(\begin{array}{c|c} I_5 & \\ \hline & \omega \cdot I_{N-5} \end{array} \right) \quad (1)$$

式中 $\omega = \exp\left(\frac{2\pi i}{N-5}\right)$, I_n 是 $n \times n$ 单位矩阵。文献 [6] 指出, 对 $SU(9)$ 规范群, 选择 (1) 式的分立群, 会使保留的小质量费米子太多, 从而破坏颜色 $SU(3)$ 的渐近自由性质。我们发现, 对以 $SU(9)$ 为规范群的大统一模型, 如果 Higgs 场取如下形式的真空期待值:

$$\langle \phi_j^i \rangle = \left(\begin{array}{ccc|ccc} a & & & & & \\ & a & & & & \\ & & a & & & \\ & & & b & & \\ & & & & b & \\ \hline & & & & & A \\ \hline & & & & & c \end{array} \right),$$

$$\langle \phi_{678} \rangle = d, \quad \langle \phi_{679} \rangle = e.$$

其中 A 代表一个 3×3 子矩阵, a, b, c, d, e 均在 10^{15} GeV 量级。根据文献 [5] 的精神, 便可使 $SU(9)$ 第一步破缺如下

$$SU(9) \xrightarrow{10^{15}\text{GeV}} SU(5) \otimes G_D$$

其中 G_D 与 (1) 式不同, 取下面形式,

$$G_D = \begin{pmatrix} 1 & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & \\ & & & 1 & & & & & \\ & & & & 1 & & & & \\ & & & & & \omega & & & \\ & & & & & & \omega & & \\ & & & & & & & \omega & \\ & & & & & & & & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

且有 $\omega^3 = 1$. 这样该模型仍可以容纳三代费米子:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, u_R, d_R; \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, e_R, \\ & \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, c_R, s_R; \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \mu_R, \\ & \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, t_R, b_R; \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \tau_R. \end{aligned} \quad (3)$$

为了保证理论没有 Adler 三角反常^[7], $SU(9)$ 模型的费米子填充可有两种方式: 第一种填充反对称表示 $[2]_L, [4]_L, [6]_L, [8]_L$, 第二种填充反对称表示 $[4]_L, [7]_L$, 但是由于“存活假设”(Survival hypothesis)^[8], 使得第一种填充方式没有小质量的费米子(因为按 $SU(5) \otimes G_D$ 分解, 全部费米子构成实表示), 所以我们按第二种方式填充. 我们把 $SU(9)$ 的全反对称表示 $[4]_L, [7]_L$ 按 $SU(5)$ 分解如下,

$$\begin{aligned} [4]_L &= 3 \times 10^{\omega^2} + 3 \times 10^\omega + 3 \times 10^{*\omega} + 10^* + 3 \times 5^{\omega^2} + 5^1 + 5^{*1} + 1^1 \\ [7]_L &= 10^{*1} + 3 \times 5^{*\omega^2} + 5^{*1} + 3 \times 1^\omega + 3 \times 1^{\omega^2} \end{aligned} \quad (4)$$

其中 ω 是 G_D 量子数, 满足 $\omega^3 = 1$. 由于表示 $[4]_L$ 中的 10^{ω^2} 和 $10^{*\omega}$, 5^1 和 5^{*1} 互为共轭表示, 因此, 它们将获得大的质量^[9] (10^{15}GeV).

表示 $[4]_L$ 余下的部分和表示 $[7]_L$, 可以填充三代左手、二代右手和半代费米子(见表 1). 我们看到三代左手正好是 (3) 式中物理上已发现的三代费米子, 而二代右手和半代费米子是现实物理世界还没有发现的粒子, 适当选择 Higgs 粒子的真空破缺, 可使其具有大的质量.

我们取 Higgs 粒子与费米子的 Yukawa 相互作用如下,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{HF} &= \alpha \tilde{\phi}_{L,ijkl} C^{-1} \phi_{L,mncd} \phi_{efg}^{ij} \varepsilon^{klmncdefg} \\ &+ \beta \tilde{\phi}_R^{ij} \phi_i^{klm} \phi_{L,ijklm} + \gamma \tilde{\phi}_{R,ij} C^{-1} \phi_{R,kl} \phi_{mncd} \varepsilon^{ijklmncde} \\ &+ \delta \tilde{\phi}_{L,ijkl} C^{-1} \phi_{L,mncd} \phi_{ef}^{ij} \varepsilon^{iklmncdef} + \rho \tilde{\phi}_R^{ij} \phi^{kl} \phi_{L,ijkl}. \end{aligned} \quad (5)$$

其中 ϕ_L 代表 $[4]_L$ 表示的费米子, ϕ_R 代表 $[7]_L$ 表示的费米子, ϕ 代表 Higgs 粒子, C 是电荷共轭算符, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho$ 是常数, $\varepsilon^{ijklmncde}$ 是完全反对称 Levi-Civita 张量. 如果 Higgs 场取如下真空期待值:

1) 本模型和文献 [6] 的 $SU(8)$ 模型十分相似. 实际上按照文献 [11] 的 Tumbling 理论, 由本模型的 $SU(9)$ 出发, 经过第一次凝聚, 把 $SU(9)$ 破缺到 $SU(8)$, 而且保留的费米子正好是文献 [6] $SU(8)$ 模型中的费米子 $[7]_L [6]_L [3]_L$.

$$\begin{aligned}
 \langle \phi_{578}^{69} \rangle &= \nu_1; \quad \langle \phi_{568}^{79} \rangle = \nu_2; \quad \langle \phi_{567}^{89} \rangle = \nu_3; \\
 \langle \phi_{678}^{59} \rangle &= \nu_4; \quad \langle \phi_7^{569} \rangle = \mu_1; \quad \langle \phi_8^{579} \rangle = \mu_2; \\
 \langle \phi_6^{589} \rangle &= \mu_3; \quad \langle \phi_5^{689} \rangle = \mu_4; \quad \langle \phi_{56789} \rangle = \sigma; \\
 \langle \phi^{78} \rangle &= \lambda; \quad \langle \phi^9 \rangle = \eta.
 \end{aligned} \tag{6}$$

表 I $SU(9)$ 群 $[4]_L, [7]_L$ 表示的费米子填充

$SU(5)$ 表示 代	5_R 或 5_L	$10_L, 10_R$ 或 10_1^*
I _左	$ \begin{pmatrix} 16 \\ 26 \\ 36 \\ 46 \\ 56 \end{pmatrix}_R $ $ \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ e^c \\ \bar{\nu}_e \end{pmatrix}_R $	$ \begin{pmatrix} 1289 & 1389 & 1489 & 1589 \\ & 2389 & 2489 & 2589 \\ & & 3489 & 3589 \\ & & & 4589 \end{pmatrix}_L $ $ \begin{pmatrix} u_1^c - u_2^c & u_1 & d_1 \\ & u_1^c & u_2 & d_2 \\ & & u_3 & d_3 \\ & & & e^c \end{pmatrix}_L $
II _左	$ \begin{pmatrix} 17 \\ 27 \\ 37 \\ 47 \\ 57 \end{pmatrix}_R $ $ \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ \mu^c \\ \bar{\nu}_\mu \end{pmatrix}_R $	$ \begin{pmatrix} 1269 & 1369 & 1469 & 1569 \\ & 2369 & 2469 & 2569 \\ & & 3469 & 3569 \\ & & & 4569 \end{pmatrix}_L $ $ \begin{pmatrix} c_1^c - c_2^c & c_1 & s_1 \\ & c_1^c & c_2 & s_2 \\ & & c_3 & s_3 \\ & & & \mu^c \end{pmatrix}_L $
III _左	$ \begin{pmatrix} 18 \\ 28 \\ 38 \\ 48 \\ 58 \end{pmatrix}_R $ $ \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \tau^c \\ \bar{\nu}_\tau \end{pmatrix}_R $	$ \begin{pmatrix} 1279 & 1379 & 1479 & 1579 \\ & 2379 & 2479 & 2579 \\ & & 3479 & 3579 \\ & & & 4579 \end{pmatrix}_L $ $ \begin{pmatrix} t_1^c - t_2^c & t_1 & b_1 \\ & t_1^c & t_2 & b_2 \\ & & t_3 & b_3 \\ & & & \tau^c \end{pmatrix}_L $
I _右	$ \begin{pmatrix} 1689 \\ 2689 \\ 3689 \\ 4689 \\ 5689 \end{pmatrix}_L $ $ \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ E^c \\ \bar{\nu}_E \end{pmatrix}_L $	$ \begin{pmatrix} 12 & 13 & 14 & 15 \\ & 23 & 24 & 25 \\ & & 34 & 35 \\ & & & 45 \end{pmatrix}_R $ $ \begin{pmatrix} U_1^c - U_2^c & U_1 & D_1 \\ & U_1^c & U_2 & D_2 \\ & & U_3 & D_3 \\ & & & E^c \end{pmatrix}_R $
II _右	$ \begin{pmatrix} 1679 \\ 2679 \\ 3679 \\ 4679 \\ 5679 \end{pmatrix}_L $ $ \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ L^c \\ \bar{\nu}_L \end{pmatrix}_L $	$ \begin{pmatrix} 3459 & 2459 & 2359 & 1249 \\ & 1459 & 3159 & 3149 \\ & & 1259 & 2349 \\ & & & 1239 \end{pmatrix}_L $ $ \begin{pmatrix} T_3 - T_2 & T_1^c & B_1^c \\ & T_1 & T_2^c & B_2^c \\ & & T_3^c & B_3^c \\ & & & L^c \end{pmatrix}_L $
半代	$ \begin{pmatrix} 19 \\ 29 \\ 39 \\ 49 \\ 59 \end{pmatrix}_R $ $ \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ h^c \\ \bar{\nu}_h \end{pmatrix}_R $	$ \begin{pmatrix} 1789 \\ 2789 \\ 3789 \\ 4789 \\ 5789 \end{pmatrix}_L $ $ \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ h^c \\ \bar{\nu}_h \end{pmatrix}_L $
$SU(5)$ 单态	$(68)_R = (\nu_L)_R$ $(78)_R = (\nu_E)_R$ $(69)_R = (\nu_4)_R$ $(6789)_L = (\nu_4)_L$	$(67)_R = (\nu_1)_R$ $(79)_R = (\nu_2)_R$ $(89)_R = (\nu_3)_R$

其它的真空期望值为零。这样就可以使三代左手费米子 ($V - A$ 相互作用) 获得小的质量, 而二代右手费米子 ($V + A$ 相互作用) 和半代费米子获得较大的质量 ($\sim 100 \text{ GeV}$)

同时我们在大统一能量还得到如下质量关系:

$$m_d = m_c; m_s = m_\mu; m_b = m_\tau. \quad (7)$$

三代左手中微子 ν_e, ν_μ, ν_τ 只有左手分量, 故其 Dirac 质量为零, 而二代右手及半代中微子 ν_E, ν_L 和 ν_h 有 Dirac 质量. 另外, 需要引入三个左手单态中性粒子 $(\nu_1)_L, (\nu_2)_L, (\nu_3)_L$, 以使得 $\nu_1, \nu_2; \nu_3$ 获得较大的质量.

由上面的讨论, 我们得到如下结论: 由于本模型选择了不同于一般文献中所选择的第一步 Higgs 破缺机制, $SU(9)$ 规范群可以容纳三代小质量 $V-A$ 耦合的费米子, 而通常认为只能容纳一代^[9], 而且由于我们选择的 Higgs 破缺机制不同于文献 [6], 因而 $SU(9)$ 模型仍保持 $SU(3)_c$ 具有渐近自由, 考虑到本模型中三代普通费米子填充完全类似于 $SU(5)$ 标准模型, 因此所有 $SU(5)$ 模型的好结果, 本模型都能保持下来, 例如在大统一一点^[9], $\sin^2\theta_w = 3/8$. 在第二步破缺阶段 (100 GeV 能量下), 因为 G_D 是分立对称性, 它的破缺, 不会产生新的中性流, 因而本模型的低能中性流行为与标准的 Glashow-Weinberg-Salam^[10]模型的预言一致.

参 考 文 献

- [1] 马中骥、杜东生、岳宗五、薛丕友, 中国科学, 4(1981), 415.
- [2] 马中骥、杜东生、岳宗五、薛丕友, 中国科学, 5(1981), 568.
- [3] 马中骥、杜东生、岳宗五、薛丕友, 高能物理与核物理, 5(1981), 664.
- [4] Zhong-qi Ma, Tung-sheng Tu, Pei-you Xue, and Xian-jian Zhou, *Phys. Lett.*, B100(1981), 399.
- [5] Zhong-qi Ma, Tung-sheng Tu, Pei-you Xue, *Phys. Lett.*, B99(1981), 107.
- [6] 马中骥、杜东生、薛丕友, 中国科学, 11(1981), 1322.
- [7] J. Banks and H. Georgi, *Phys. Rev.*, D14(1976), 1159.
- [8] H. Georgi, *Nucl. Phys.*, B156(1979), 126.
- [9] H. Geogi, H. R. Quinn and S. Weinberg, *Phys. Rev.*, 33(1974), 451.
- [10] S. G. Glashow, *Nucl. Phys.*, 22(1961), 579; S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, 19(1967), 1264; A. Salam Proc of the 8th Nobel Symposium, stockholm 1968, ed by N. Svartholm, p367.
- [11] S. Raby, S. Dimopoulos and L. Susshind, Stanford preprint ITP-653 (Dec. 1979).

A POSSIBLE $SU(9)$ GRAND UNIFIED MODEL

MA ZHONG-QI DONG FANG-XIAO TU TUNG-SHENG XUE PEI-YOU

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

In this letter, we propose a Higgs mechanism which is different from the usual one at the first step of spontaneous symmetry breaking. Using this new Higgs mechanism we discuss an $SU(9)$ model which can accommodate three generations of light fermions and sustains the asymptotic freedom of $SU(3)_c$.