第6卷 第4期 高能物理与核物理 Vol. 6, No. 4
1982年7月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS July, 1982

高能散射的集体坐标理论

张禹顺 李扬国
(中国科学院高能物理研究所)
王潍潍 阮图南
(中国科学院理论物理研究所) (中国科学技术大学)

摘 要

本文用 A. Bohr 的集体坐标，给出了两个复杂粒子系统间的散射振幅. 文中着重讨论了两个复杂粒子系统在散射过程中的集体激发的问题.

一、引 言

在高能量下，两个复杂粒子系统的多次散射理论，在计算和处理实际问题时是很复杂的. 因此，有必要从物理上的考虑，抽出其主要的部分. 在研究高能量下的核-核散射，或基本粒子之间的散射，由于原子核或基本粒子都存在一些活泼的粒子，因此，我们在文章[1]中把多粒子系统分为"价"粒子和"海"粒子. 从而把 S 矩阵分割为"价"-"价" S 矩阵 $S_{v-v}(\boldsymbol{b})$ "价"-"海" S 矩阵 $S_{v-S}(\boldsymbol{b})$ 和"海"-"海" S 矩阵 S_{S-S}. 即总 S 矩阵写为

$$S_{fi}(\boldsymbol{b})=S_{v-v}(\boldsymbol{b})S_{v-S}(\boldsymbol{b})S_{S-S}(\boldsymbol{b}); \tag{1.1}$$

而两个复杂粒子系统的多次散射振幅为

$$F_{fi}(\boldsymbol{q})=\frac{ik}{2\pi}\int d^2b\,e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}[\delta_{fi}-S_{fi}(\boldsymbol{b})], \tag{1.2}$$

其中 k 是入射炮弹的动量绝对值.

"海"粒子一般认为粒子数很多的. 因此，它的自由度数目很大. 这样一个大自由度的集团往往有他自己一些特点，如整体运动的性质，在原子核中的集体模型[2]便研究它整体运动时的一些特性. 常常引进一些集体坐标来描述它们的运动过程. 多粒子系统这些集体性，在研究散射问题时也必定要反映出来. 因此，我们将在这篇文章中讨论集体坐标对多粒子系统高能散射的影响. 我们一般地讨论一个具有无穷多自由度的"海". 这个"海"约束在空间一个小体积之中. 如在液滴模型中，"海"便是液滴，它可分割为无穷多个小单元. 由于"海"的集体运动，这个小空间体积可以发生振荡、转动等等运动模式的集体激发. 这些集体运动一般也常用"海"粒子充满的空间的运动变化来描述. 引入变量 $\hat{\alpha}$ 来描述其边界的变化. 它可以对应于"声子"算符，而用来描述集体的声子激发态. 在第二

本文1981年1月2日收到.

节中，我们先讨论一个自由粒子与"海"的散射矩阵，而在第三节中进而讨论"价"粒子与"海"粒子的 S 矩阵．我们把"海"视为具有无穷多自由度，因而引进集体坐标．并给出相应的 S 矩阵的处理方法．第四节讨论"海"—"海"的散射矩阵．最后作些讨论．

二、一个粒子与海粒子的散射 S 矩阵

我们将讨论具有无穷多个粒子组成的"海"与"价"粒子之间的散射矩阵，为此，先讨论一个自由粒子与"海"的散射．按多次散射理论[1]，它的散射振幅为

$$f_{(s)f,i}(\boldsymbol{q}) = \frac{ik}{2\pi}\int d^2b e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\ {}_s\left\langle f\left|\left[1-\prod_{j=1}^{\infty}[1-\Gamma_j(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{s}_j)]\right]\right|i\right\rangle_s$$

$$= \frac{ik}{2\pi}\int d^2b e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\ {}_s\left\langle f\left|\left[1-\exp\left(-\frac{i}{\hbar v}\sum_{j=1}^{\infty}\int V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j)dZ\right)\right]\right|i\right\rangle_s \tag{2.1}$$

$V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j)$ 是自由粒子与"海"中第 i 个粒子的相互作用势．$\boldsymbol{x}_j$ 是海粒子坐标．$|i\rangle_s$，$|f\rangle_s$ 表示"海"的初、末态．若"海"的 H 量为 $\mathscr{H}_s$，即

$$\mathscr{H}_s|i\rangle_s = \varepsilon_i|i\rangle_s \tag{2.2}$$

我们把"海"看作由无穷多粒子组成，实际上是把"海"看为一个整体；它在空间占有一定的大小 $\mathscr{D}$ 而把它分割为无穷多个无穷小的散射体．每一个无穷小散射体的大小与"海"相比是很小很小的．也即把"海"视为具有一定透明度的散射介质．那么与"海"的散射，可以视为与无穷多个小散射体的散射．把"海"空间分割为无穷多个小体积，每个小散射体的体积为 ϵ^3；如图 1 所示．引进 $V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j)$ 的相互作用密度 $v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j)$ 则

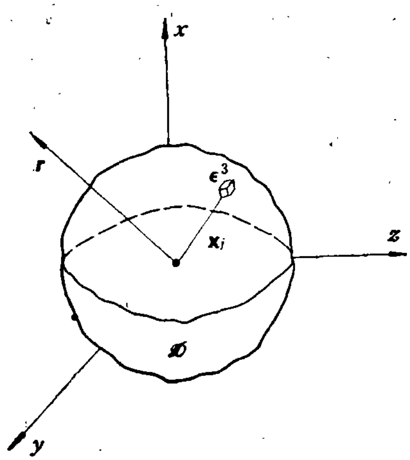

图 1

$$V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j) = \epsilon^3 v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j). \tag{2.3}$$

那么

$$\lim_{j\to\infty}\sum_j V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j) = \lim_{j\to\infty}\sum_j \epsilon^3 v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j) = \int_{\mathscr{D}} d\boldsymbol{x}\, v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}) \tag{2.4}$$

$\mathscr{D}$ 是"海"占有的空间．这样 (2.1) 式变为

$$f_{(s)f,i}(\boldsymbol{q}) = \frac{ik}{2\pi}\int d^2b e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\ {}_s\left\langle f\left|\left[1-\exp\left(-\frac{i}{\hbar v}\int_{\mathscr{D}} d\boldsymbol{x}dZ\, v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x})\right)\right]\right|i\right\rangle_s. \tag{2.5}$$

其中 $\boldsymbol{b}$ 表象的 S 矩阵为

$$S_{1-s}(\boldsymbol{b}) = {}_s\left\langle f\left|\exp\left(-\frac{i}{\hbar v}\int_{\mathscr{D}} d\boldsymbol{x}dZ\, v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x})\right)\right|i\right\rangle_s$$

$$= \int v_f^*(\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots)\exp\left(-\frac{i}{\hbar v}\int_{\mathscr{D}} d\boldsymbol{x}dZ\, v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x})\right)v_i(\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots)\prod_i dx_i \tag{2.6}$$

$v_f(\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots)$，$v_i(\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots)$ 是 (2.2) $\mathscr{H}_s$ 的本征态在坐标表象中的表示．我们将讨论“海”的某些集体性质对散射的影响．例如，在原子核中，讨论集体振荡、转动对散射的影响．那么我们认为 $v_i(\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots)$，$v_f(\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots)$ 构成这些集体态．写为 $|c;i\rangle$，$|c;f\rangle$，即

$$\mathscr{H}_s|c;n\rangle=\varepsilon_n|c;n\rangle, \tag{2.2a}$$

$$v_i(\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots)=\langle\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots|c;i\rangle,\quad v_f(\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots)=\langle\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots|c;f\rangle. \tag{2.7}$$

由于基矢量的正交完备性

$$\left.\begin{aligned}&\int|\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots\rangle\langle\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots|\prod_i d\boldsymbol{x}_i=1,\\&\langle\boldsymbol{x}_1'\cdots\boldsymbol{x}_n'\cdots|\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots\rangle=\delta(\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_1')\cdots\delta(\boldsymbol{x}_n-\boldsymbol{x}_n')\cdots,\end{aligned}\right\} \tag{2.8}$$

则

$$\begin{aligned}S_{1-s}(\boldsymbol{b})&=\int\langle c;f|\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots\rangle\exp\left(-\frac{i}{\hbar v}\int_{\mathscr{D}}d\boldsymbol{x}dZ\,v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x})\right)\langle\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots|c;i\rangle\Pi d\boldsymbol{x}_i\\&=\left\langle c;f\left|\exp\left(-\frac{i}{\hbar v}\int_{\mathscr{D}}d\boldsymbol{x}dZ\,v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x})\right)\right|c;i\right\rangle\end{aligned} \tag{2.9}$$

这样一个粒子与“海”的多次散射振幅表为

$$\begin{aligned}f_{(s)fi}(\boldsymbol{q})&=\frac{ik}{2\pi}\left\langle c;f\left|\int d^2b\,e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\left[1-\exp\left(-\frac{i}{\hbar v}\int_{\mathscr{D}}d\boldsymbol{x}dZ\,v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x})\right)\right]\right|c;i\right\rangle\\&=\langle c;f|\hat{f}_{(s)}(\boldsymbol{q})|c;i\rangle,\end{aligned} \tag{2.10}$$

其中

$$\hat{f}_{(s)}(\boldsymbol{q})=\frac{ik}{2\pi}\int d^2b\,e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\left[1-\exp\left(-\frac{i}{\hbar v}\int_{\mathscr{D}}d\boldsymbol{x}dZ\,v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x})\right)\right]. \tag{2.11}$$

我们称它为振幅算符．它作用于集体态 $|c;i\rangle$ 上引起跃迁到集体态 $|c;f\rangle$．在原子核理论中，常用声子激发来描述集体态．“海”所占空间 $\mathscr{D}$ 由于集体运动的变化，发生振荡、转动等等．我们若用算符 $\hat{\alpha}$ ($\hat{\alpha}$ 可以是一个张量)来描述这一集体自由度，即它描述“海”空间 $\mathscr{D}$ 的变化．则 $\hat{f}_{(s)}(\boldsymbol{q})$ 可以对 $\hat{\alpha}$ 展开

$$\hat{f}_{(s)}(\boldsymbol{q})=f_{(s)}^{(0)}(\boldsymbol{q})+f_{(s)}^{(1)}(\boldsymbol{q})\hat{\alpha}+f_{(s)}^{(2)}(\boldsymbol{q})\hat{\alpha}^2+\cdots=\sum_{n=0}f_{(s)}^{(n)}(\boldsymbol{q})\hat{\alpha}^n \tag{2.12}$$

则

$$f_{(s)fi}(\boldsymbol{q})=\left\langle c;f\left|\sum_{n=0}f_{(s)}^{(n)}(\boldsymbol{q})\hat{\alpha}^n\right|c;i\right\rangle \tag{2.13}$$

$f_{(s)}^{(n)}(\boldsymbol{q})$ 是对应于有 n 个声子激发的跃迁振幅．在球形核的集体运动中，我们熟知用

$$R(\theta,\varphi)=R_0+R_0\sum_{\lambda\mu}\alpha_{\lambda\mu}Y_{\lambda\mu}(\theta,\varphi) \tag{2.14}$$

描述核集体振荡时，空间 $\mathscr{D}$ 表面的运动变化．$\alpha_{\lambda\mu}$ 是一小量，它描述核表面的 λ 极振荡．它与声子算符 $b_{\lambda\mu}$ 的关系为

$$\alpha_{\lambda\mu}=\sqrt{\frac{\hbar}{2B\omega}}\left(b_{\lambda\mu}+(-)^{\lambda-\mu}b_{\lambda-\mu}^{+}\right). \tag{2.15}$$

当具体讨论集体振荡这一运动模式时，(2.4) 式的积分为

$$\int_{\mathscr{D}}d\boldsymbol{x}v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x})=\int_{\mathscr{D}}d\Omega\rho^2d\rho v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x})$$

$$= \int d\Omega \left[\int_0^{R_0} \rho^2 d\rho + \int_{R_0}^{R(\theta,\varphi)} \rho^2 d\rho\right] v(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{x})$$

$$= V_S(\boldsymbol{r}) + \sum_{\lambda\mu} V_{\lambda\mu}(\boldsymbol{r})\alpha_{\lambda\mu}. \tag{2.16}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} V_S(\boldsymbol{r}) &= \int_{球} d\boldsymbol{x} v(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{x}), \\ V_{\lambda\mu}(\boldsymbol{r}) &= R_0^3 \int d\Omega Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) v(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{x})|_{R_0}. \end{aligned}\right\} \tag{2.16a}$$

由于 $\alpha_{\lambda\mu}$ 是小量，在(2.16)中已略去它的高次项．把这个结果代入(2.11)式得

$$\hat{f}_{(s)}(\boldsymbol{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}} \left[1 - \exp\left(-\frac{i}{\hbar v} \int \left[V_S(\boldsymbol{r}) + \sum_{\lambda\mu} V_{\lambda\mu}(\boldsymbol{r})\alpha_{\lambda\mu}\right] dZ\right)\right]$$

$$= \sum_{n=0} \sum_{\lambda\mu} f_{(s)\lambda\mu}^{(n)}(\boldsymbol{q})\alpha_{\lambda_1\mu_1}\alpha_{\lambda_2\mu_2}\cdots\alpha_{\lambda_n\mu_n}. \tag{2.17}$$

其中

$$f_{(s)}^{(0)}(\boldsymbol{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}} \left[1 - \exp\left(-\frac{i}{\hbar v} \int V_S(\boldsymbol{r}) dZ\right)\right], \tag{2.18a}$$

$$f_{(s)}^{(1)}(\boldsymbol{q}) = \frac{k}{2\pi\hbar v} \int d^2b e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}} \cdot \exp\left(-\frac{i}{\hbar v} \int V_S(\boldsymbol{r}) dZ\right) \int V_{\lambda\mu}(\boldsymbol{r}) dZ$$

$$\cdots\cdots \tag{2.18b}$$

在集体振荡运动模式下，n 个声子的集体激发态记为 $|c; n\rangle = (b_{\lambda\mu}^{+})^n|0\rangle$；$|0\rangle$ 为声子真空态．这样由(2.17)式的振幅算子，用(2.13)便能得到从 $|c; i\rangle$ 到 $|c; f\rangle$ 的散射振幅．很明显，对弹性散射道，散射振幅便是 $f_{(s)}^{(0)}(\boldsymbol{q})$．一个声子的激发态的散射振幅比例于 $f_{(s)\lambda\mu}^{(1)}(\boldsymbol{q})$．依次类推．

三、"价"粒子与"海"粒子的散射 S 矩阵

"价"粒子是束缚在多粒子系统中的一部分粒子．下面具体讨论 B 中的"价"粒子与 A 中的"海"的散射矩阵．用[1]中的符号 $u_i(\boldsymbol{y}_1\cdots\boldsymbol{y}_B)$ 表示 B 系统中"价"粒子的波函数．在[1]中，我们只讨论"价"-"海"弹性道的散射矩阵．这里将进一步讨论当"海"粒子数为无穷多，且"海"可以处于集体激发态时的包含非弹道的散射 S 矩阵．这时，它可写为[1]．

$$S_{V-S}(\boldsymbol{b}) = \int v_f^*(\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots)u_i^*(\boldsymbol{y}_1\cdots\boldsymbol{y}_B)\exp\left(-\frac{i}{\hbar v}\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{\alpha=1}^{B}\int V(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{x}_j + \boldsymbol{y}_\alpha)dZ\right)$$

$$\cdot v_i(\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n\cdots)u_i(\boldsymbol{y}_1\cdots\boldsymbol{y}_B) \prod_{j=1}^{\infty} d\boldsymbol{x} \prod_{j\alpha=1}^{B} d\boldsymbol{y}_\alpha \tag{3.1}$$

在高能量情况下，这部分散射可以忽略去"价"粒子的激发[1]．为了讨论方便，人们常用几率密度 $\rho(\boldsymbol{y})$ 来描述"价"粒子的状态，即

$$u_i^* u_i = \prod_{\alpha=1}^{B} \rho(\boldsymbol{y}_\alpha). \tag{3.2}$$

而"海"粒子，当粒子数趋于无穷多时，我们用上节同样的处理方法，并且认为"海"存在集体激发态 $|c; n\rangle$，这样(3.1)式可变为

$$S_v(\boldsymbol{b}) = \left\langle c; f \left| \left[\int \prod_{\alpha=1}^{B} \rho(\boldsymbol{y}_\alpha) d\boldsymbol{y}_\alpha \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. \cdot \exp\left(-\frac{i}{\hbar v} \sum_{\alpha=1}^{B} \int_{\infty} d\boldsymbol{x} dZ v(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}_\alpha) \right) \right] \right| c; i \right\rangle. \tag{3.3}$$

在 (2.11) 式中，我们给出了振幅算符 $\hat{f}_{(S)}(\boldsymbol{q})$，若与它相对应的断面函数算符为 $\hat{\Gamma}_{(S)}(\boldsymbol{b})$

$$\hat{\Gamma}_{(S)}(\boldsymbol{b}) = 1 - \exp\left(-\frac{i}{\hbar v} \int_{\infty} d\boldsymbol{x} dZ v(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{x}) \right) = \frac{1}{2\pi i k} \int d^2\boldsymbol{q} e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}} \hat{f}_{(S)}(\boldsymbol{q}). \tag{3.4}$$

把 (3.4) 的结果代入 (3.3) 整理得

$$S_{v-S}(\boldsymbol{b}) = \left\langle c; f \left| \left[1 - \frac{1}{2\pi i k} \int d^2\boldsymbol{q}' d\boldsymbol{y} \rho(\boldsymbol{y}) e^{-i\boldsymbol{q}'\cdot(\boldsymbol{s}_y + \boldsymbol{b})} \hat{f}_{(S)}(\boldsymbol{q}') \right]^B \right| c; i \right\rangle. \tag{3.5}$$

令“价”粒子的形状因子为 $S_\alpha(\boldsymbol{q})$，即

$$S_\alpha(\boldsymbol{q}) = \int d\boldsymbol{y} \rho(\boldsymbol{y}) e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{y}}, \tag{3.6}$$

则

$$S_{v-S}(\boldsymbol{b}) = \left\langle c; f \left| \left[1 - \frac{1}{2\pi i k} \int d^2\boldsymbol{q}' S_\alpha(\boldsymbol{q}') \hat{f}_{(S)}(\boldsymbol{q}') e^{-i\boldsymbol{q}'\cdot\boldsymbol{b}} \right]^B \right| c; i \right\rangle. \tag{3.7}$$

B 是“价”粒子数．(3.7) 中的 $\hat{f}_{(S)}(\boldsymbol{q})$ 是上节 (2.11) 式一个自由粒子与“海”作用的振幅算符．它将作用于集体态 $|c; i\rangle$ 而跃迁到 $|c; f\rangle$．若从自由粒子与“海”的散射了解到 $\hat{f}_{(S)}(\boldsymbol{q})$，同时也知道了“价”粒子的形状因子 $S_\alpha(\boldsymbol{q})$．那么由 (3.7) 式便清楚的给出了包含非弹道的“价”-“海”散射的 S 矩阵．在 (2.17)、(2.18) 式中，给出了球形核集体振荡模型下的振幅算符．与它相对应的集体振荡态为 $|c; i\rangle = |0\rangle$，(没有声子) $|c; f\rangle = (b^+_{\lambda\mu})^n_{JM}|0\rangle$ (n 个声子) ($n = 0, 1, 2, \cdots$)，那么，它的散射 S 矩阵为

$$S_{v-S}(\boldsymbol{b}) = \left\langle 0 \left| (b_{\lambda\mu})^n_{JM} \left[1 - \frac{1}{2\pi i k} \int d^2\boldsymbol{q}' e^{-i\boldsymbol{q}'\cdot\boldsymbol{b}} S_\alpha(\boldsymbol{q}') \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\lambda\mu} f^{(n)}_{(S)\lambda\mu}(\boldsymbol{q}') \alpha_{\lambda_1\mu_1} \alpha_{\lambda_2\mu_2} \cdots \alpha_{\lambda_n\mu_n} \right]^B \right| 0 \right\rangle. \tag{3.8}$$

对于弹性道 $n = 0$．这时 (3.8) 式中 $f^{(n)}_{(S)\lambda\mu}(\boldsymbol{q})$ 主要是 $f^{(0)}_{(S)}(\boldsymbol{q})$ 的贡献，即

$$S^{el}_{v-S}(\boldsymbol{b}) = \left[1 - \frac{1}{2\pi i k} \int d^2\boldsymbol{q}' e^{-i\boldsymbol{q}'\cdot\boldsymbol{b}} S_\alpha(\boldsymbol{q}') f^{(0)}_{(S)}(\boldsymbol{q}') \right]^B. \tag{3.9}$$

如果我们用 [1] 中类似的处理方法，可以得到 [1] 中的 (5.6) 式．即 $S^{el}_{v-S}(\boldsymbol{b})$ 可用一等效势来表示．

对于非弹道，$f^{(n)}_{(S)}(\boldsymbol{q})$ ($n \geq 1$) 有贡献．若末态是一个声子态 $|c; f\rangle = b^+_{\lambda\mu}|0\rangle$，那么由 (3.8) 式得它的非弹道 S 矩阵为

$$S^{In}_{v-S}(\boldsymbol{b}) = \frac{B}{2\pi i k} \sqrt{\frac{\hbar}{2B\omega}} \int d^2\boldsymbol{q}' e^{-i\boldsymbol{q}'\cdot\boldsymbol{b}} S_\alpha(\boldsymbol{q}') f^{(1)}_{(S)\lambda\mu}(\boldsymbol{q}') \tag{3.10}$$

在 (3.10) 式中我们忽略了 $f^{(n)}_{(S)\lambda\mu}(\boldsymbol{q})$，$n > 1$ 的更高次项的贡献．对于二个声子激发态 $(b^+_{\lambda_1\mu_1} b^+_{\lambda_2\mu_2})_{JM}|0\rangle$ 或更多声子态相应的 S 矩阵，都不难写出，这里不一一列出．

这样，原则上我们可以由相互作用 $V(\boldsymbol{r})$ 或其相互作用密度 $v(\boldsymbol{r})$，以及“价”粒子在

多粒子系统的密度分布和“海”的集体运动模型，通过(3.8)式得到它们的相互作用 S 矩阵.

上面，只是讨论 A 中的“海”与 B 中的“价”粒子的 S 矩阵，还应该考虑 A 中的“价”粒子与 B 中的“海”的 S 矩阵．不过情况是完全一样的．但要记住这时的集体激发是 A 的“海”的激发．我们要留意的是 A 与 B 的“海”可以同时激发的情况.

四、“海”-“海”的散射 S 矩阵

在第二节中我们指出，把“海”看为由无穷多粒子组成．“海”与“海”的散射也就是看为两个具有无穷多个无穷小散射体之间的多次散射．“海”都在空间各自占有一定的体积．在[1]中，我们曾指出，在高能量下，“海”-“海”相互作用可以忽略去“海”的激发．因此，只要讨论它的弹性道 S 矩阵即

$$S_{S-S}(\boldsymbol{b})=\int v^*_{A_i}v^*_{B_i}\prod_j\prod_k[1-T_{jk}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{s}_j+\boldsymbol{s}_k)]v_{A_i}v_{B_i}\prod_i d\boldsymbol{x}_i\prod_k d\boldsymbol{y}_k$$
$$=\int v^*_{A_i}v^*_{B_i}\left[\exp\left(-\frac{i}{\hbar v}\sum_{j,k}\int V_S(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{y}_k)dZ\right)\right]v_{A_i}v_{B_i}\prod_i d\boldsymbol{x}_i\prod_k d\boldsymbol{y}_k \quad (4.1)$$

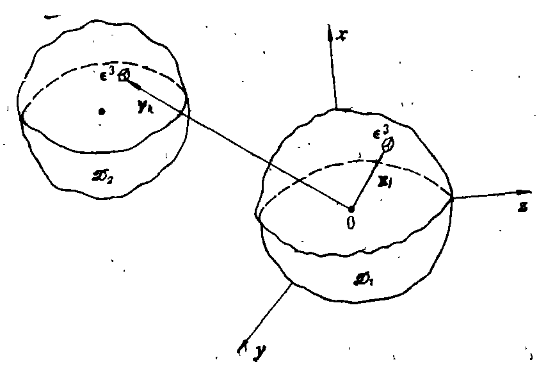

图 2

“海”与“海”的散射，其实是两团物质的散射．我们可以把它们在空间的位置各分割为无穷多个小体积元 ϵ^3．每一小块物质在空间 $\boldsymbol{x}_j$ 处用 $\epsilon^3\xi_A(\boldsymbol{x}_j)$ 表示，下足标 A 表示属于 A 多粒子系统．同样 $\epsilon^3\xi_B(\boldsymbol{y}_k)$ 为 B 团中在 $\boldsymbol{y}_k$ 处的一小块物质．$\xi_A(\boldsymbol{x}_j)$，$\xi_B(\boldsymbol{y}_k)$ 是相应的密度函数．(4.1)式中 $V_S(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{y}_k)$ 为二个物质团中各自在 $\boldsymbol{x}_j$ 和 $\boldsymbol{y}_k$ 处的小块间的相互作用势．设它与 $\xi_A(\boldsymbol{x}_j)$，$\xi_B(\boldsymbol{y}_k)$ 有如下的关系

$$V_s(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{y}_k)=\epsilon^3\xi_A(\boldsymbol{x}_j)\epsilon^3\xi_B(\boldsymbol{y}_k)g(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{y}_k), \quad (4.2)$$

$g(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{y}_k)$ 称为相互作用函数．则

$$\lim_{j,k\to\infty}\sum_{j,k}\int dZV_s(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{y}_k)$$
$$=\lim_{j,k\to\infty}\sum_{j,k}\int dZ\epsilon^3\xi_A(\boldsymbol{x}_j)\epsilon^3\xi_B(\boldsymbol{y}_k)g(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{y}_k)$$
$$=\int_{\mathscr{D}_A\mathscr{D}_B}d\boldsymbol{x}d\boldsymbol{y}dZ\xi_A(\boldsymbol{x})\xi_B(\boldsymbol{y})g(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}), \quad (4.3)$$

$d\boldsymbol{x}$，$d\boldsymbol{y}$ 的积分域分别为 $\mathscr{D}_A$，$\mathscr{D}_B$．和前节一样，用 $\hat{\boldsymbol{a}}_A$，$\hat{\boldsymbol{a}}_B$ 来描述 $\mathscr{D}_A$，$\mathscr{D}_B$ 的边界形状．并把它和集体运动的声子算符联系起来．为了区分 A，B 系统各自的“海”引起的集体运动．用 $|c_A;i\rangle$，$|c_B;i\rangle$ 分别表示 A，B 的集体运动态．这样用(2.7)、(2.8)同样的讨论 S 矩阵变为

$$S_{s-s}(\boldsymbol{b})=\left\langle c_A;i\right|\left\langle c_B;i\right|\exp\left(-\frac{i}{\hbar v}\int_{\mathscr{D}_A\mathscr{D}_B}d\boldsymbol{x}d\boldsymbol{y}\xi(\boldsymbol{x})\xi(\boldsymbol{y})\right.$$

$$\left.\cdot g(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})dZ\right)\left|c_A;i\right\rangle\left|c_B;i\right\rangle \tag{4.4}$$

令
$$\frac{i}{\hbar v}\int_{\mathscr{D}_A\mathscr{D}_B}dZd\boldsymbol{x}d\boldsymbol{y}\xi_A(\boldsymbol{x})\xi_B(\boldsymbol{y})g(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})=\Omega(\boldsymbol{b},\hat{\boldsymbol{a}}_A\hat{\boldsymbol{a}}_B) \tag{4.5}$$

它应是碰撞参数 $\boldsymbol{b}$ 及声子算符 $\hat{\boldsymbol{a}}_A$, $\hat{\boldsymbol{a}}_B$ 的函数. 从 (4.4) 和 (4.5) 式,我们可以看到 (4.4) 式的 S 矩阵与从几何模型强子散射所得到的 S 矩阵很相似[3,4]. 那里相应于 (4.5) 式，用一个标量的黑度函数 $\Omega_0(\boldsymbol{b})$，而且在这样的基础上,进一步从只有标量形式的 $\Omega_0(\boldsymbol{b})$ 推广为具有算子形式的 $\Delta(\boldsymbol{b})$.

由于 (4.4) 的 S 矩阵只是弹性道. 那么对它有贡献的只是 (4.5) 式展式中标量项 $\Omega_0(\boldsymbol{b})$ 和 $\hat{\boldsymbol{a}}_A^n$, $\hat{\boldsymbol{a}}_B^n$ 的偶次方项. 后面这些项是由于声子的涨落引起的，不重要. 标量项 $\Omega_0(\boldsymbol{b})$ 是 $\mathscr{D}_A$, $\mathscr{D}_B$ 分别为球形(对于球形核的例子)的贡献. 令 D_A, D_B 表示 A, B 的球形空间,即

$$\Omega_0(\boldsymbol{b})=\frac{i}{\hbar v}\int_{\mathscr{D}_A\mathscr{D}_B}dZd\boldsymbol{x}d\boldsymbol{y}\xi_A(\boldsymbol{x})\xi_B(\boldsymbol{y})g(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}), \tag{4.6}$$

这时
$$S_{s-s}(\boldsymbol{b})=e^{-\Omega_0(\boldsymbol{b})}. \tag{4.7}$$

如果取 $g(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})$ 为 $\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})$，则有

$$\Omega_0(\boldsymbol{b})=\frac{i}{\hbar v}\int dZd\boldsymbol{x}\xi_A(\boldsymbol{x})\xi_B(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}). \tag{4.6a}$$

令
$$\sqrt{\frac{i}{\hbar v}}\int d\boldsymbol{x}_Z\xi_A(\boldsymbol{x})=T_A(\boldsymbol{s}_x), \tag{4.8}$$

则有
$$\Omega_0(\boldsymbol{b})=\int T_A(\boldsymbol{s}_x)T_B(\boldsymbol{s}_x-\boldsymbol{b})d\boldsymbol{s}_x. \tag{4.9}$$

$\boldsymbol{s}_x$ 为 $\boldsymbol{x}$ 垂直于 z 方向的分量. $T_A(\boldsymbol{x}_s)$ 便是"海"物质沿 z 方向压偏的厚度函数. (4.9) 式是两个"海"的厚度函数的卷积. 这里，我们看到"海"-"海"的 S 矩阵用一个卷积来表示，这是我们取 δ 相互作用的结果. 一般而言，$\Omega(\boldsymbol{b})$ 要更为复杂. 这里,我们用不同的处理方法，在 (4.6a) 的近似下得到与 [1] 相似的"海"-"海" S 矩阵元. 从某种意义说，由于 (4.5) 式包含了声子算符,即 $\Omega(\boldsymbol{b},\hat{\boldsymbol{a}}_A,\hat{\boldsymbol{a}}_B)$ 是一个算子,不只是一个标量. 因此, (4.4) 的 S 矩阵具有更广泛的效果.

五、讨　论

在上面，我们讨论了二个复杂粒子系统散射的 S 矩阵. 把 S 矩阵分割为"价"-"海"、"海"-"海"和"价"-"价"的 S 矩阵. 关于"价"粒子与"价"粒子的 S 矩阵 $S_{v-v}(\boldsymbol{b})$ 在 [1] 中我们用硬炮弹近似 (RPA) 方法已作了详细的讨论,包括"价"粒子处于激发态的非弹性道的 $S_{v-v}(\boldsymbol{b})$ 情况,本文不再重复这一部分,它的结果见 [1] 中的 (4.10) 和 (4.12) 式.

在本文中，我们着重讨论了"海"粒子的激发情况. 把"海"看为是一个具有无穷多粒子的集体. "海"的激发是一种集体激发. 在原子核物理中，集体运动是在模型假设下引入新的自由度来描述的. 例如用声子算符来描述集体振荡. 为了与多体结构这些集体模

型相联系，在有限粒子的系统中，我们把物质占有的空间分割为无穷多个无穷小体积的概念来代替无穷多个粒子．并在这一基础上把相互作用函数(2.4)式算子化．这些算子引起集体态的激发．对高能量的多粒子系统散射问题来讲，由于入射的粒子能量高，作用时间极短．粒子在散射过程中可以视为处于冻结的状态，中间态的贡献可以不计．因此“海”的激发是来自“价”粒子与“海”的作用．而两团多粒子系统的“海”-“海”相互作用，只对弹性道有贡献．

这样，对于 $A+B\to A^*+B^*$ 的散射，由分别得到的 S 矩阵而最后得到总 S 矩阵

$$S_{f,i}(\boldsymbol{b})=S_{v-v}(\boldsymbol{b})S_{v-s}(\boldsymbol{b})S_{s-s}(\boldsymbol{b}), \tag{5.1}$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{f,i}=\frac{k^2}{4\pi^2}\left|\int d^2b\,e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}[S_{f,i}-S_{f,i}(\boldsymbol{b})]\right|^2. \tag{5.2}$$

应该是什么样的末态 $|f\rangle$，是由“价”粒子引起的？还是由集体运动引起的？抑是既有“价”粒子的激发也有集体运动的激发；以及 A、B 系统都同时激发．这些将看实验的分析而定．通过多体结构人们对激发态的了解，从各种模型假设下得到激发模式．而从散射的角度，由(5.1)、(5.2)我们可以得到各种激发模式的微分截面．在这一个框架下，我们将具体的去讨论核-核和基本粒子的散射现象．

最后还要指出一点，我们这样做避免了用核子-核子散射振幅去代替两个整体之间的相互作用[5]，即避免了这种不合理的做法．

参考文献

[1] 李扬国、张禹顺、王潍潍、阮图南，高能物理与核物理，**1**(1982)，55.

[2] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Dan. Matt. Fys Medd.* **27** (1953), No. 16.

[3] T. T. Chou and C. N. Yang, *Phys. Rev.*, **175** (1968), 1832.

[4] D. J. Clarke and S. Y. Lo, *Phys. Rev.*, **D10** (1978), 1519.

[5] T. S. Bauer et al., *Phys. Rev.*, **C19** (1979), 1438.

HIGH ENERGY SCATTERING THEORY WITH COLLECTIVE COORDINATE

ZHANG YU-SHUN LI YANG-GUO

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

WANG WEI-WEI

(*Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica*)

RUAN TU-NAN

(*University of Science and Technology of China*)

ABSTRACT

In this paper, using collective coordinate of A. Bohr, the Scattering amplitude of two complex systems is given. Collective excitation for two complex systems in the scattering process are discussed.