

# 考虑对相互作用的粘滞系数的微观计算

冯仁发 张锡珍 吴锡真 卓益忠

(中国科学院原子能研究所)

## 摘 要

本文应用线性响应理论<sup>[1,2]</sup>,在准粒子表象中导出了考虑对相互作用的粘滞系数的微观计算公式.以<sup>235</sup>U裂变为例,用尼尔逊(Nilsson)单粒子能级和波函数讨论了对相互作用对粘滞张量 $\gamma_{\mu\nu}$ 的影响.

## 一、前 言

研究核动力学过程(如重离子深度非弹性散射、核裂变过程等),考虑集体自由度和内禀自由度的耦合,粘滞张量 $\gamma_{\mu\nu}$ 是一个基本物理量.在[3]中我们用尼尔逊单粒子能级和波函数对粘滞张量进行了微观计算并讨论了它对形变、能级宽度和温度的依赖关系.众所周知,在不太高的温度下,对相互作用是重要的基本剩余相互作用,所以对效应对粘滞张量的影响是应当进行考虑的.本文从线性响应理论出发,在准粒子表象中导出了考虑对相互作用影响的粘滞张量的微观表达式.并以<sup>235</sup>U裂变为例,用 Nilsson 单粒子能级和波函数计算了有对相互作用时各种温度和形变(从基态到鞍点)下的粘滞张量.

## 二、基本物理公式

在线性响应理论中,集体自由度与内禀自由度耦合的响应函数<sup>[1,2]</sup> $\tilde{\chi}''$ 由下式给出:

$$\tilde{\chi}''_{\mu\nu}(t) = -\frac{1}{2} \sum_{mn} \frac{e^{-E_m/T}}{Z(T)} \langle m | F_\mu | n \rangle \langle n | F_\nu | m \rangle (e^{i\Omega_{nm}t} - e^{-i\Omega_{nm}t}), \quad (1)$$

这里 $|m\rangle$ 、 $|n\rangle$ 是核体系的多体态波函数, $E_m$ 、 $E_n$ 是相应的体系能量. $Z(T)$ 是配分函数. $\Omega_{nm}$ 为体系处于 $|n\rangle$ 态和 $|m\rangle$ 态的能量差, $\Omega_{nm} = E_n - E_m$ .

在独立粒子模型中,波函数可写成:

$$|m\rangle = \prod_j (a_j^\dagger)^{n_j(m)} |0\rangle \quad (2)$$

这里 $a_j^\dagger$ 是粒子产生算符, $n_j(m)$ 是单粒子态 $|j\rangle$ (相应的单粒子能量为 $\epsilon_j$ )在多体态 $|m\rangle$ 中的占有数,可取0或1. $|0\rangle$ 是粒子真空态.因此,对任何多体态 $|m\rangle$ , $n_j(m)$ 的和必须等于费米子的数目.公式(1)中的单体算符(形状因子)可以写成:

$$\hat{F}_\mu = \sum_{kj} \langle j | F_\mu | k \rangle a_j^\dagger a_k = \sum_{k,j>0} \langle j | F_\mu | k \rangle (a_j^\dagger a_k + a_j^\dagger a_{\bar{k}}), \quad (3)$$

这里  $|j\rangle$  是  $|j\rangle$  的时间反演态。

从响应函数 (1) 由关系式<sup>[4]</sup>:

$$\gamma_{kl} = i \sum_{\mu\nu} \frac{\partial A_\mu}{\partial \alpha_k} \frac{\partial A_\nu}{\partial \alpha_l} \int_{-\infty}^{\infty} dt \chi_{\mu\nu}^{rr}(t), \quad (4)$$

分离能级  $\delta$  函数采用罗伦兹形式代替, 即:

$$\delta_{(e_j - e_k)} \rightarrow \frac{\Gamma}{\pi [(e_j - e_k)^2 + \Gamma^2]}, \quad (5)$$

这里  $\Gamma = \frac{1}{2} (\Gamma_j + \Gamma_k)$ , 若取  $\Gamma$  为平均能级宽度, 可以得到粘滞张量的微观表达式:

$$\gamma_{\mu\nu} = 4\hbar\Gamma \sum_{i,k>0} N_{ik}(\lambda, T) \frac{(e_j - e_k) \langle j | F_\mu | k \rangle \langle k | F_\nu | i \rangle}{((e_j - e_k)^2 + \Gamma^2)^2}, \quad (6)$$

其中

$$N_{ik}(\lambda, T) = \frac{1}{2} \left( \tanh \frac{e_j - \lambda}{2T} - \tanh \frac{e_k - \lambda}{2T} \right) \quad (7)$$

这里  $\lambda$  是核的费米能,  $T$  是核温度.  $F_\mu$  是单粒子哈密顿量  $H_{sp}$  对集体广义坐标  $\alpha_\mu$  的偏导数.

$$F_\mu = \frac{\partial H_{sp}}{\partial \alpha_\mu}, \quad (8)$$

单粒子哈密顿  $H_{sp}$  对不同的物理问题可采用不同的形式 (如尼尔逊模型, 双中心模型) 给出.

考虑到对关联, 质子-质子, 中子-中子可以结合成角动量  $J = 0$  的对. 采用准粒子表象, 体系的波函数  $|m\rangle$  可写成:

$$|m\rangle = \prod (b_j^\dagger)^{n_j(m)} |0\rangle \quad (9)$$

这里  $|0\rangle$  是 BCS 真空态,  $b_j^\dagger$  是准粒子产生算符. 利用准粒子变换公式<sup>[4]</sup>:

$$\begin{aligned} b_j^\dagger &= u_j a_j^\dagger + v_j a_j \\ b_j &= u_j a_j^\dagger - v_j a_j \end{aligned} \quad (10)$$

逆变换为:

$$\begin{aligned} a_j^\dagger &= u_j b_j^\dagger - v_j b_j \\ a_j &= u_j b_j^\dagger + v_j b_j \end{aligned} \quad (11)$$

可得单体算符 (3) 为:

$$\begin{aligned} \hat{F}_\mu &= 2 \sum_{j>0} \langle j | F_\mu | j \rangle v_j^\dagger \\ &+ \sum_{i,k>0} \langle j | F_\mu | k \rangle (u_i u_k - v_i v_k) (b_i^\dagger b_k + b_i^\dagger b_{\bar{k}}) \\ &+ \sum_{i,k>0} \langle j | F_\mu | \bar{k} \rangle (u_i v_k + v_i u_k) (b_i^\dagger b_{\bar{k}} + b_i b_{\bar{k}}), \end{aligned} \quad (12)$$

我们经过推导得到有对相互作用的粘滞张量的微观计算表达式为:

$$\begin{aligned}
 \gamma_{\mu\nu} = & 4\hbar\Gamma \left[ \sum_{j>k>0} \frac{(E_j - E_k) \langle j|F_\mu|k\rangle \langle k|F_\nu|i\rangle}{((E_j - E_k)^2 + \Gamma^2)^2} (u_j u_k - v_j v_k)^2 \right. \\
 & * \left( \tanh\left(\frac{E_j}{2kT}\right) - \tanh\left(\frac{E_k}{2kT}\right) \right) \\
 & + \sum_{j>k>0} \frac{(E_j + E_k) \langle j|F_\mu|k\rangle \langle k|F_\nu|i\rangle}{((E_j + E_k)^2 + \Gamma^2)^2} (u_j v_k + v_j u_k)^2 \\
 & \left. * \left( \tanh\left(\frac{E_j}{2kT}\right) + \tanh\left(\frac{E_k}{2kT}\right) \right) \right] \quad (13)
 \end{aligned}$$

这里  $E_j$  为准粒子的能量,  $E_j, u_j, v_j$  可由下列关系式求出:

$$E_j = \sqrt{(e_j - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (14)$$

$$u_j = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{e_j - \lambda}{E_j} \right)} \quad (15)$$

$$v_j = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{e_j - \lambda}{E_j} \right)} \quad (16)$$

费米能(对质子  $\lambda_N$ , 对质子  $\lambda_Z$ ) 和能隙  $\Delta(\Delta_N, \Delta_Z)$  可通过解下列联立超越方程组得到<sup>[7]</sup>:

$$A = \sum_{i>0} \left[ 1 - \frac{e_i - \lambda}{E_i} \tanh\left(\frac{E_i}{2kT}\right) \right] \quad (17)$$

$$\frac{2}{G} = \sum_{i>0} \frac{\tanh\left(\frac{E_i}{2kT}\right)}{E_i} \quad (18)$$

$A$  为核子数,  $A_N = N$  (中子数),  $A_Z = Z$  (质子数).  $G$  为对相互作用强度. 由于中子和质子的费米能  $\lambda_N, \lambda_Z$  不一样, 所以有效相互作用  $G$  也不一样. 中子因为具有较高的动能, 故  $G_N$  比  $G_Z$  为小. 对  $^{236}\text{U}$  我们取  $G_N = 0.0846\text{MeV}$ ,  $G_Z = 0.0941\text{MeV}$ .

当忽略对关联时(即取  $\Delta = 0$  时), 粘滞张量的微观计算式(13)可退化到公式(6), 这与计算重离子反应中粘滞张量的式子<sup>[5]</sup>是相一致的.

### 三、计算结果与讨论

我们以  $^{236}\text{U}$  裂变(从基态到鞍点)过程为例, 计算了在不同的形变参数下考虑对关联时粘滞张量的数值. 用形变参数  $\delta_2$  (拉长变形),  $\delta_3$  (质量不对称变形),  $\delta_4$  (颈部变形)来表征原子核的形变. 单粒子能级和波函数用尼尔逊模型计算得到<sup>[6]</sup>. 并把所得结果与不考虑对相互作用时所得的结果进行比较, 可以得到如下几个结论:

(1) 对相互作用在低温时(对  $^{236}\text{U}$  来讲,  $T_c$  约为  $0.55\text{MeV}$ ), 对粘滞张量有明显的影响, 而在核温度大于  $T_c$  以后, 对关联的影响即行消失(见图1). 这可由表征对作用的能隙  $\Delta$  随核温度  $T$  的变化曲线(见图2)看出. 对  $^{236}\text{U}$  在核温度大于  $0.55\text{MeV}$  时, 核在各种拉长变形(从基态到鞍点态)下质子和中子的能隙  $\Delta$  均已为零. 这是因为随着核温度的升高, 大量的粒子对遭到破坏, 对效应也就随之而消失. 所以在核激发能较低时, 对相互作用

用是需要考虑的;在核激发能较高时,可以不考虑对关联以简化计算.

(2) 对相互作用的影响是减弱壳效应,使粘滞张量随形变的变化趋于平缓(见图 3 和表 1). 由 [3] 已知粘滞系数对核的形变有很强的依赖关系,即很强的壳效应. 这是由于粘滞张量主要是由费米表面附近的少数能级之间的粒子跃迁所贡献. 当核的形变不同时,单粒子能级的排列和能级之间的间距随之变化,形成新的壳结构,粘滞张量反映出了这种壳效应的变化. 当考虑对相互作用时,在准粒子表象中,由于能隙的存在,费米表面附近能级间距拉大了,稍远一点的能级密集一些,离费米表面远的能级变化很小. 从粒子

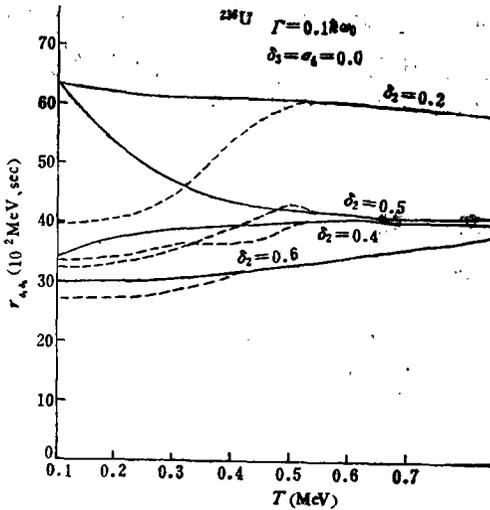


图 1 粘滞系数  $\gamma_{\delta_2, \delta_2}$  随核温度  $T$  的变化

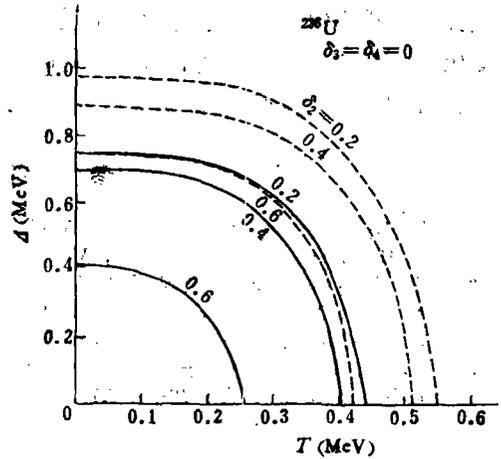


图 2  $^{236}\text{U}$  的能隙  $\Delta$  随核温度  $T$  的变化

—— 不加对作用      —— 考虑对作用      ——  $\Delta_N$  (中子能隙)      ——  $\Delta_Z$  (质子能隙)

表 1  $^{236}\text{U}$  粘滞系数  $\gamma_{\delta_2, \delta_2}$  随颈部变形  $\delta_2$  的变化

$\delta_2 = 0.2, T = 0.2\text{MeV}, \Gamma = 0.1\hbar\omega_0, \gamma_{\delta_2, \delta_2} (\times 10^{-21} \text{MeV} \cdot \text{sec})$

$\delta_2$		-0.025	-0.0125	0.0	0.0125	0.025
$\gamma_{\delta_2, \delta_2}$	不考虑对效应	56.28	56.35	61.58	67.83	77.42
	考虑对效应	41.17	41.05	40.57	41.75	42.99

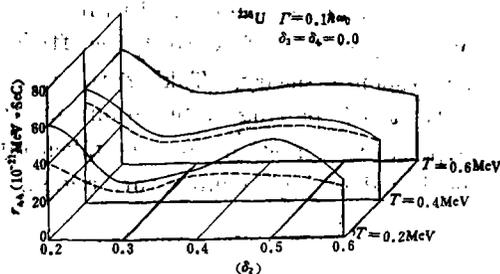


图 3 粘滞系数随形变  $\delta_2$  的变化

—— 不加对修正      —— 加对修正

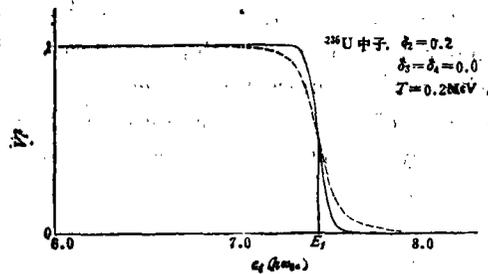


图 4 粒子的几率分布

—— 不考虑对效应(费米分布)      —— 考虑对效应

数表象来看,由于对相互作用改变了粒子的几率分布,使粒子分布在费米表面附近弥散开(见图4)。这些因素使壳效应强的地方粘滞系数降低得多些,壳效应弱的地方粘滞系数降低得少些,结果使壳效应减弱了。

#### 四、结 束 语

以上讨论了对相互作用对粘滞系数  $\tau_{\mu}$  的影响和对  $^{238}\text{U}$  裂变过程进行了具体计算。经过计算表明所得到的考虑对关联的粘滞系数的微观表达式是正确的,所得结果在物理上是合理的。但由于模型的限制和对一些基本物理量(如单粒子能级宽度  $\Gamma$ , 对相互作用强度  $G$ ) 随核的形变和激发能的变化规律还不很清楚,所以虽然用我们导出的公式(13)来计算粘滞系数既反映了壳效应也反映了对效应,但是否能完全反映出核动力学过程中集体自由度和内禀自由度的耦合的耗散过程,仍有待于进一步从理论上和实验上进行验证,以期对核动力学过程的研究深入一步。

#### 参 考 文 献

- [1] H. Hofmann and P. J. Siemens, *Nucl. Phys.*, A257(1976), 165.
- [2] H. Hofmann et al., *Nucl. Phys.*, A288(1977), 152.
- [3] 冯仁发等, 高能物理与核物理, 5(1981), 346.
- [4] A. Bohr, *Nuclear structure*, Vol. 2(1975), 648.
- [5] K. I. Sato, A. Iwamoto et al., JAERI-MEMO, 7596(1978).
- [6] 冯仁发, 吴锡真等, 原子能科学技术, 6(1981), 703.
- [7] L. G. Moretto, *Nucl. Phys.*, A185—186(1972), 145.

## VISCOSITY COEFFICIENT WITH THE PAIRING INTERACTION

FENG REN-FA ZHANG XI-ZHEN WU XI-ZHEN ZHUO YI-ZHONG

(*Institute of Atomic Energy, Academia Sinica*)

#### ABSTRACT

In the study of the dynamic process (for example, the deep inelastic scattering of heavy ion, the nuclear fission), the viscosity which describes the coupling between the intrinsic degrees of freedom and the collective one is a basic quantity. In this paper, under BCS approximation we derive microscopic expression of viscosity coefficient with pairing interaction by means of the linear response theory. Taking the fission process of  $^{238}\text{U}$  as an example, we discuss the effect of pairing interaction on the viscosity coefficient. The results show that the pairing interaction must be taken into account at the lower temperature and can be neglected at high temperature region.