第7卷 第1期　　高能物理与核物理　　Vol. 7, No. 1
1983年1月　　PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS　　Jan., 1983

$SU(5)$ 无色双子场中的费米子

马　中　骐
（中国科学院高能物理研究所）

汤　拒　非
（中国科学院研究生院）

摘　要

在 $SU(5)$ 大统一模型中找到了一组 P-S 型的、无色的、能量有限的双子解的解析形式，这是目前见到的唯一真正物理的双子解. 在 $SU(5)$ 的理论框架中，具体导出了费米子在这双子场中运动的 Dirac 方程，指出了求解此方程的具体数学方法，并讨论此方法的物理意义.

一、引　言

Cabrera[1] 观测到的一个可能的磁单极事例，大大增进人们研究费米子和双子 (dyon) 相互作用的兴趣. Rubakov[2] 和 Callan[3] 提出了磁单极作媒介导致质子衰变的机制，Drell 等人[4] 重新研究了磁单极和物质作用的电离曲线，这些工作都着眼于进一步精确地研究磁单极和物质的相互作用，从而指导寻找磁单极的实验.

但是，所有这些理论所用的磁单极解都很粗糙. 很多人直接用 Dirac 磁单极解，而置奇异弦于不顾. 当然，吴一杨[5] 的区域规范 (section gauge) 提供了解决奇异弦的方法，Kazama-杨-Goldhaber 等人[6]运用区域规范方法具体计算了费米子在磁单极场中 Dirac 方程的定态解，但这种计算还限于 Abelian 规范理论. 'tHooft 和 Polyakov[7]把 $U(1)$ 电磁场嵌入到 $SU(2)$ 规范场中，通过 Higgs 场的自发破缺，又回到 $U(1)$ 对称性，从而得到了全空间正则的能量有限的磁单极数值解. Julia-徐[8]得到了相应的双子数值解. Prasad-Sommerfield[9] 在保持真空破缺而让 Higgs 场自作用势趋于零的极限 (P-S 极限) 下得到了一组解析的能量有限的稳定的磁单极和双子解. 尽管这极限是一种近似，但它确实保留了 'tHooft-Polyakov 解的主要性质，重要的是它取解析形式，因此可以把它代入 Dirac 方程来具体求解费米子的运动. 汤等人[10] 研究了 P-S 极限下的双子场(通常称为 Julia-徐解，磁单极是它的电荷为零的特例)中，$SU(2)$ 二重态费米子的 Dirac 方程定态解，得到了束缚态、散射态的能级和波函数，特别有兴趣的是当把双子看作点源，把双子的内部结构折合成波函数在原点必须满足的边界条件[11] 后，发现双子会自发地辐射上费米子和下反费米子对(上和下是对 $SU(2)$ 二重态而言)，作为代价，双子减少了电荷和能量. 在这理论

本文 1982 年 12 月 7 日收到.

计算中还保留了一些没有解决的问题，更重要的是 $SU(2)$ 规范理论是非物理的，因此无法与真正的物理现象联系起来。

大家知道，$SU(2)\times U(1)$ 弱电统一理论[12] 没有磁单极解[13]，目前比较公认的有磁单极的规范理论是 $SU(5)$ 大统一模型[14]. $SU(5)$ 模型的磁单极解和双子解已经有了系统的研究[15,16]，但我们还没有见到类似 Prasad-Sommerfield 型的解析解. 当然可以把 $SU(2)$ 解嵌入到 $SU(5)$ 中去[15,2,3]，然后把 $SU(2)$ 的一整套计算搬过来，但是这里存在一个重大的原则困难，这样的磁单极和双子都是带颜色的，如果承认夸克禁闭的假说，这种磁单极和双子不能单独存在；它们辐射的费米子对也必然带有颜色，因此不能独立进行，不得不要求同时辐射两对带相反颜色的费米子对，这就使辐射几率大大下降. 这种嵌入的 $SU(2)$ 解破坏了颜色 $SU(3)$ 的对称地位，他们[2,3]讨论的质子衰变过程并非是真正无色的过程. 因此，寻找一组真正无色的 $SU(5)$ 双子（磁单极）解析解，把这一套理论建立在比较可靠的物理模型基础上，就成为十分迫切的任务.

当耦合常数 e 很小时，费米子对双子的反作用可以忽略，双子满足通常的杨-Mills 方程[17]. 本文在 $SU(5)$ 大统一模型中找到了一组 P-S 型无色的能量有限的双子解第二节，这是目前见到的唯一物理的解析的双子解. 按照标准方法从 Lagrangian 具体导出 $SU(5)$ 模型中费米子满足的 Dirac 方程第三节. 因为双子很重（$\sim 10^{16}$GeV），采用双子的经典解，并把双子看作固定不动，研究费米子的 Dirac 方程解，这种做法是允许的，而且进一步作二次量子化的计算也并不困难. 在双子内部势函数十分复杂，但正因为双子很重，双子线度很小，把双子近似看成点，计算双子外面费米子的运动是一种较好的近似. 这和氢原子问题中把氢核看成点粒子的近似是类似的. 如果得到的解在原点附近趋于零，则这是一组较好近似的解，反之如果解在原点不为零（也不发散），则可以把双子的影响折合成波函数在原点必须满足的边界条件[11]. 在第四节我们提出求解这种方程的具体数学方法，并讨论这种方法的物理意义. 有了这样的解，就提供了进行真正物理计算的基础，我们将陆续发表在 $SU(5)$ 大统一模型框架中费米子和双子相互作用的一系列物理结果，希望对寻找磁单极的实验有所帮助.

二、$SU(5)$ 模型中的 P-S 型双子解

本文所用符号同文献[16]，但为了便于和电动力学比较，把所有 e 改为 $-e$；在本文中重复指标代表求和.

$SU(5)$ 模型有两个 Higgs 场，在无穷远它们趋于 Higgs 真空，对任一确定方向，真空期望值都规范等价于

$$\langle\phi\rangle_{VE}=\mathrm{diag}[A\nu,\ A\nu,\ A\nu,\ B\nu,\ B\nu],\quad \langle\tilde{\chi}\rangle_{VE}=(0,0,0,0,\omega)$$

$$0<\nu\sim 10^{15}\mathrm{GeV},\quad 0<\omega\sim 10^{2}\mathrm{GeV} \tag{1}$$

$$A=\frac{1}{\sqrt{15}},\quad B=-\frac{3}{2\sqrt{15}}$$

与之相应的电荷算符形式为

$$Q=\frac{1}{\sqrt{24}}\operatorname{diag}(-1,\ -1,\ -1,\ 3,\ 0)\tag{2}$$

静态球对称的规范势和 Higgs 场的一般形式及其满足的常微分方程已在文献 [16] 中给出，本文只想寻找 P-S 型的特解，因此采用类似 Coleman 等人[18] 的方法．规范场和 Higgs 场的总能量为

$$\begin{aligned}\mathscr{H}_{WH}=\int d^3r\{&\mathrm{Tr}[\mathscr{E}^2+\mathscr{B}^2+(\boldsymbol{D}\phi)^2+(D^0\phi)^2]+D^0\chi^+D^0\chi\\&+\boldsymbol{D}\chi^+\cdot\boldsymbol{D}\chi+V(\phi,\chi)\}\end{aligned}\tag{3}$$

取 P-S 极限，$V=0$；找磁单极解，$W^0=0$，相应 $\mathscr{E}=0$，$D^0\phi=0$，$D^0\chi=0$，$\boldsymbol{W}$、ϕ 和 χ 都只是 $\boldsymbol{r}$ 的函数．取特解，让

$$\left.\begin{aligned}&\chi=\langle\chi\rangle_{VE}=\mathrm{const.}\\&\phi=\phi_0+\phi_1,\ \phi_0=\mathrm{const.}\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

和 $\boldsymbol{W}$ 的第五行(列)的元素全为零，于是 $\boldsymbol{D}\chi=0$，总能量为[16]：

$$\mathscr{H}_{WH}=\int d^3r\,\mathrm{Tr}[\mathscr{E}^2+(\boldsymbol{D}\phi)^2]\geqslant|g|\sqrt{\frac{5}{8}}\,v\tag{5}$$

等号仅在

$$\mathscr{B}=\pm\boldsymbol{D}\phi\tag{6}$$

时成立，借用 Wilkinson-Bais[19] 的方法，可得 P-S 型磁单极解，再用 Julia-徐对应，得到 $SU(5)$ 大统一模型中能量有限的解析的 P-S 型双子解，结果如下（$\hat{\boldsymbol{M}}_a^{ij}$、$N_a^{ij}$ 和 Γ_a^j 的形式见文献[16]）：

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{W}=\frac{1}{er}\sum_{a=-j+1}^{j}[\Gamma_a^j-v_a(r)]\,\hat{\boldsymbol{M}}_a^{ij},\\&W^0=+\frac{1}{er}\sum_{a=-j}^{j}p_a(r)N_a^{ij},\\&\phi=\phi_0+\phi_1,\ \ \phi_1=+\frac{1}{er}\sum_{a=-j}^{j}h_a(r)N_a^{ij}\end{aligned}\tag{7}$$

$\boldsymbol{W}$、W^0 和 ϕ_1 都是 $(2j+1)\times(2j+1)$ 矩阵，用一定方式嵌入 5×5 矩阵中去，其余部分用零补足．

$$\begin{aligned}&v_a=\Gamma_a^j\frac{r}{S_a}\sqrt{S_{a+1}S_{a-1}},\ \ S_{j+1}=S_{-j}=1\\&+\frac{1}{\tan\gamma}\sum_{b=a}^{j}\frac{p_b}{r}=\cos\gamma\sum_{b=a}^{j}\frac{h_b}{r}=\left[\frac{S'_a}{2S_a}-\frac{1}{2r}(\Gamma_a^j)^2\right]\end{aligned}\tag{8}$$

γ 是常参数，单位磁荷为

$$g_0=\frac{4\pi}{e}\sqrt{\frac{2}{3}}\tag{9}$$

(i) $SU(4)$ 嵌入解．$j=\dfrac{3}{2}$，把 4×4 矩阵嵌入 5×5 矩阵的前四行(列)，解的形式是：

$$\phi_0=\operatorname{diag}\left[-\frac{Bv}{4},\ -\frac{Bv}{4},\ -\frac{Bv}{4},\ -\frac{Bv}{4},\ Bv\right]$$

$$
\begin{aligned}
S_{3/2} &= \frac{3e^{\alpha r}}{\alpha-\beta}\left[\frac{2}{(\alpha-\beta)^2}-\frac{2r}{\alpha-\beta}+r^2\right]-\frac{6e^{\beta r}}{(\alpha-\beta)^3} \\
S_{1/2} &= \frac{6e^{2\alpha r}}{(\alpha-\beta)^2}\left[-\frac{2r}{\alpha-\beta}+r^2\right]+\frac{6e^{(\alpha+\beta)r}}{(\alpha-\beta)^2}\left[\frac{2r}{\alpha-\beta}+r^2\right] \qquad (10) \\
S_{-1/2} &= -\frac{3e^{(2\alpha+\beta)r}}{\alpha-\beta}\left[\frac{2}{(\alpha-\beta)^2}+\frac{2r}{\alpha-\beta}+r^2\right]+\frac{6e^{3\alpha r}}{(\alpha-\beta)^3}
\end{aligned}
$$

$$
\alpha = 2ev\left(A+\frac{B}{4}\right)\cos\gamma,\ \beta = 2ev\left(\frac{5B}{4}\right)\cos\gamma,\ 3\alpha+\beta=0
$$

$r \to 0$ 时取到 r 最低次项

$$
\frac{h_a}{er} = a\frac{1}{20}(A-B)^2v^2er\cos\gamma,\quad \frac{\Gamma_a^{3/2}-v_a}{er} \doteq \frac{\Gamma_a^{3/2}}{2}\cdot\frac{1}{20}(A-B)^2v^2er\cos^2\gamma \qquad (11a)
$$

$r \to \infty$ 时取到 r^{-2} 次项

$$
\begin{aligned}
\frac{h_{3/2}}{er} &= Av - \frac{1}{2er\cos\gamma} + \frac{1}{2(A-B)ve^2r^2\cos^2\gamma}, \\
\frac{h_{1/2}}{er} &= Av - \frac{1}{2er\cos\gamma} + 0 \\
\frac{h_{-1/2}}{er} &= Av - \frac{1}{2er\cos\gamma} - \frac{1}{2(A-B)ve^2r^2\cos\gamma} \\
\frac{h_{-3/2}}{er} &= Bv + \frac{3}{2er\cos\gamma} + 0 \\
v_{3/2} &= \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2(A-B)ver\cos\gamma} \\
v_{1/2} &= \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2(A-B)ver\cos\gamma} \\
v_{-1/2} &= 0
\end{aligned}
$$

在 z 轴上广义场强为($r \to \infty$)

$$
\frac{1}{\tan\gamma}\mathscr{E} = \mathscr{B} \to \frac{\hat{r}}{2er^2}\operatorname{diag}(-1,\ -1,\ -1,\ 3,\ 0) \qquad (11c)
$$

它们正比于电荷算符，因此这双子解只有通常的电荷和磁荷，没有色荷．磁荷 $g = 3g_0$，电荷 $q = 3g_0\tan\gamma$．这是真正物理的无色双子解，下面我们着重讨论这组解．

还有一组负磁荷 $g = -3g_0$ 的解：把上式中 α、β、h 和 v 反号，并把矩阵的第一行(列)移到第四行(列)去．这组解也没有色荷．

(ii) $SU(3)$ 嵌入解．$j = 1$，把 3×3 矩阵嵌入到 5×5 矩阵的 2，3，4 行(列)，解的形式是：

$$
\begin{aligned}
\phi_0 &= \operatorname{diag}\left[Av,\ -\frac{A+B}{3}v,\ -\frac{A+B}{3}v,\ -\frac{A+B}{3}v,\ Bv\right] \\
S_1 &= \frac{e^{\alpha r}}{\alpha-\beta}\left[-\frac{2}{\alpha-\beta}+2r\right]+\frac{2e^{\beta r}}{(\alpha-\beta)^2} \\
S_0 &= -\frac{2e^{(\alpha+\beta)r}}{\alpha-\beta}\left[\frac{1}{\alpha-\beta}+r\right]+\frac{2e^{2\alpha r}}{(\alpha-\beta)^2}
\end{aligned}
$$

$$\alpha = \frac{2}{3} e v(4A + B)\cos\gamma, \quad \beta = \frac{2}{3} e v(A + 4B), \cos\gamma \ \ 2\alpha + \beta = 0 \tag{12a}$$

$r \to \infty$ 时，广义场强在 z 轴上为

$$\frac{1}{\tan\gamma}\mathscr{E} = \mathscr{B} \to \frac{\hat{r}}{2er^2}\operatorname{diag}[0, -1, -1, 2, 0] \tag{12b}$$

它不正比于电荷算符，可见这双子解是带色的．这解的磁荷和电荷为

$$g = 2g_0, \quad q = 2g_0 \tan\gamma \tag{12c}$$

同理可得 $g = -2g_0$ 的解．

(iii) $SU(2)$ 嵌入解．$j = \frac{1}{2}$，把 2×2 矩阵嵌入到 5×5 矩阵的 3，4 行(列)，解的形式是：

$$\phi_0 = \operatorname{diag}\left[Av, Av, \frac{A+B}{2}v, \frac{A+B}{2}v, Bv\right]$$

$$S_{1/2} = \frac{e^{\alpha r} - e^{\beta r}}{\alpha - \beta}, \quad \alpha = -\beta = ev(A - B) \tag{13a}$$

在无穷远处，z 轴上广义场强为

$$\frac{1}{\tan\gamma}\mathscr{E} = \mathscr{B} \to \frac{\hat{r}}{2er^2}\operatorname{diag}[0, 0, -1, 1, 0]\cos\gamma \tag{13b}$$

这组双子解也是带色的．磁荷和电荷为

$$g = g_0, \quad q = g_0 \tan\gamma \tag{13c}$$

这组解正是文献[2，3，15]中所用的解．同理也可以得到 $g = -g_0$ 的解．

三、Dirae 方 程

与费米子有关的 Lagrangian 为

$$\mathscr{L}_F = \frac{i}{2}\bar{\phi}_L\gamma_\mu D^\mu\phi_L + i\bar{\phi}_R\gamma_\mu D^\mu\phi_R + f_1\bar{\phi}_{Lab}\chi^a\phi_R^b + f_1\bar{\phi}_{Rb}\bar{\chi}_a\phi_L^{ab}$$
$$+ \frac{f_2}{8}\tilde{\phi}_L^{ab}C^{-1}\phi_L^{cd}\chi^e\epsilon_{abcde} + \frac{f_2}{8}\bar{\chi}_e\phi_{Lcd}^{+}C\phi_{Lab}^{*}\epsilon^{abcde} \tag{14}$$

ϕ_R 和 ϕ_L 分属 $SU(5)$ 的 $\underline{5}_R$ 和 $\underline{10}_L$ 表示．通过 Higgs 机制破缺后，费米子获得质量

$$m_d = m_e \equiv m_1 = f_1\omega, \quad m_u \equiv m_2 = f_2\omega, \quad m_\nu = 0 \tag{15}$$

假定 $W_{5a}^\mu = W_{a5}^\mu = 0$，$\chi = \langle\chi\rangle_{VE}$，相应 Lagrangian 方程为

$$(i\gamma_\mu D^\mu - m_1)\Psi_1' = 0, \quad (i\gamma_\mu D^\mu - m_2)\Psi_2' = 0.$$
$$i\gamma_\mu\partial^\mu\phi_{\nu L} = 0 \tag{16}$$

$$\Psi_1' = \begin{pmatrix} d_1' \\ d_2' \\ d_3' \\ \phi_e^{c\prime} \end{pmatrix} \qquad \Psi_2' = \begin{pmatrix} 0, & u_3^{c\prime}, & -u_2^{c\prime}, & u_1' \\ & 0, & u_1^{c\prime}, & u_2' \\ & & 0, & u_3' \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

注意除了 $\phi_{\nu L}$ 外，其余粒子刚好左右手相加，合成四维 Dirac 旋量。u_a' 和 $u_a^{c\prime}$ 不独立，但容

易证明把 u_a' 的方程取电荷共轭变换刚好得到 $u_a^{c\prime}$ 的方程，因此上式是自洽的．中微子不带电，与上述形式规范场不发生作用．

当
$$r \gg \frac{1}{(A-B)\nu e\cos\gamma} \sim 10^{-28}\mathrm{cm} \tag{17}$$
时，可以略去渐近形式(11b)最后一项．这一近似实际上就是把双子质量看成无穷大，线度看成零，这样，除原点以外整个区域双子的势取简单形式，而双子内部规范势的复杂形式的影响折合成波函数满足的边界条件．

四、费米子的定态解

现在来求解双子场(11)中费米子的 Dirac 方程(16)式．首先要设法让方程退耦．仿照文献[5]定义区域 $R_\pm$，它们分别是挖掉包括原点的负(正) z 轴所得的区域，在这两区域内分别作变换
$$\left.\begin{aligned}
&\Psi_1' = U\Psi_1,\ \Psi_2' = (U\times U)\Psi_2\\
&U = \mathscr{D}^{3/2}(R_1^{-1})\mathscr{D}^1(R_1) = \mathscr{D}^{3/2}(R^{-1})\mathscr{D}^1(R)\exp[\pm i\varphi(J_z^{3/2} - J_z^1)]\\
&R_1 = R(\varphi,\theta,\mp\varphi) = R(z,\mp\varphi)R\\
&R = R(\varphi,\theta,0)
\end{aligned}\right\} \tag{18}$$
其中 $\mathscr{D}^1$ 理解为 $\mathscr{D}^1\oplus\mathscr{D}^0$，即 $\mathscr{D}^1$ 嵌入到 4×4 矩阵的前三行(列)中[1)]．$J_z^{3/2}$ 和 J_z^1 分别为 $\mathscr{D}^{3/2}$ 和 $\mathscr{D}^1$ 的生成元．直接计算可证，这变换对 u' 和 $u^{c\prime}$ 也是自洽的．它相当于一种规范变换，它能把各粒子的 Dirac 方程完全分解开，化成单粒子在双子场中运动的 Dirac 方程．这方程中出现费米子与双子磁场、电场的作用能，费米子的质量项，以及能级移动，后者代表费米子在无穷远处相对原点的势能差．

方程求解和 $SU(2)$ 情况一样，可以参考文献[6, 10]，它存在三种类型的解，但每一类型都包含磁单极球谐函数的因子[5]，用我们的符号为
$$Y_{qlm}(\theta,\varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}}\,\mathscr{D}^l_{-qm}(\varphi,\theta,\mp\varphi) \tag{19}$$
它包含因子 $\exp(\pm iq\varphi)$，刚好和(18)式因子 $\exp[\pm i\varphi(J_z^{3/2} - J_z^1)]$ 相消，因此由 $R_\pm$ 把 Ψ 变到 Ψ' 去时，Ψ' 的形式相同，与 $R_\pm$ 无关，这就是说，存在统一的 Ψ' 解满足方程(16)．变换 U 可以理解为仅仅是一种数学技巧．

最后应该指出，由于在无弦规范中，电荷算符 Q 仅在 z 轴上是对角化的，在其它空间点并不对角化，因此在 $\underline{5}_R$ 和 $\underline{10}_L$ 中填充的粒子并不是电荷确定的状态．只有在所讨论的区域内，例如 R_+ 或 R_- 区域内，作变换 U，使 Q 算符对角化后，在 Ψ 态中填充的粒子才是电荷确定的状态，即通常意义上的夸克或轻子．

作者感谢朱洪元教授、胡宁教授的关心和鼓励．

1) 对后两组解相应的 U 为 $\mathscr{D}^1(R_1^{-1})\mathscr{D}^{1/2}(R_1)$ 和 $\mathscr{D}^{1/2}(R_1^{-1})$，分别嵌入在 4×4 矩阵的后三行(列)或后两行(列)。

参　考　文　献

[1] B. Cabrera, *Phys. Rev. Lett.*, **48** (1982), 1378.
[2] Rubakov, V., *JETP Lett.*, **33**(1981), 644; *Nucl. Phys.*, B. to be published.
[3] Callan, Jr. C. G., *Phys. Rev.*, **D25**(1982), 2141; *ibid.*, to be published.
[4] Drell, S. D., et al. SLAC-PUB-3012, 1982.
[5] Wu, T. T. & Yang, C. N., *Nucl. Phys.*, **B107** (1976), 760.
[6] Kazama, Y., Yang, C. N. & Goldhaber, A. S., *Phys. Rev.*, **D15** (1977), 2287; Kazama, Y. & Yang, C. N., *ibid.*, D15 (1977), 2300.
[7] 'tHooft, G., *Nucl. Phys.*, **B79** (1974), 194; Polyakov, A. M., *JETP Lett.*, **20** (1974), 194.
[8] Julia, B. & Zee, A., *Phys. Rev.*, **D11** (1975), 2227.
[9] Prasad, M. K. & Sommerfield, C. M., *Phys. Rev. Lett.*, **35** (1975), 760.
[10] Tang, J. F., *Phys. Rev.*, **D26** (1982), 510; Blaer, A. S., Christ, N. H. & Tang, J. F., *Phys. Rev. Lett.*, 47(1981), 1364; *Phys. Rev.*, **D25** (1982), 2128.
[11] Goldhaber, A. S., *Phys. Rev.*, **D16** (1977), 1815. *Callias, C. J.*, *Phys. Rev.*, **D16** (1977) 3068.
[12] Glashow, S. L., *Nucl. Phys.*, **22** (1961), 579; Weinberg, S., *Phys. Rev. Lett.*, **19** (1967), 1264; Salam, A., Proceedings of the 8th Nobel Symposium, Stockholm, (Ed. Svartholm, N.), 1968, 367.
[13] Actor, A., *Rev. Mod. Phys.*, **51** (1979), 461.
[14] Georgi, H. & Glashow, S. L., *Phys. Rev. Lett.*, **32**(1974), 438.
[15] Dokos, C. P. & Tomaras, T. N., *Phys. Rev.*, **D21** (1980), 2940; Daniel, M., Lazarides, G. & Shafi, Q., *Nucl. Phys.*, **B170** (1980), 156.
[16] Ma, Z. Q., BIHEP-TH-82-13. 1982.
[17] Yang, C. N. & Mills, R. L., *Phys.* Rev., **96** (1954), 191.
[18] Coleman, S., Parke, S., Neveu, A. & Sommerfield, C. M., *Phys. Rev.*, **D15** (1977), 544.
[19] Wilkinson, D. & Bais, F. A., *Phys. Rev.*, **D19** (1979), 2410.

FERMIONS IN $SU(5)$ COLORLESS DYON FIELD

MA ZHONG-QI

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

TANG JU-FEI

(*The Graduate School, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The Prasad-Sommerfield-like, colorless anl finite-mass dyon anolytic solution in $SU(5)$ grond unified model is found. It is the only physical dyon solution so far. In the $SU(5)$ model the Dirac equation of fermions in the dyon field is derived concretely, and the mathematic method for solving the equation is pointed and discussed.