

高能 p-D 弹性散射的 D-波影响

李扬国

卢遂现

(中国科学院高能物理研究所) (澳大利亚墨尔本大学)

摘 要

包含有 D 波的氘核波函数取谐振子基展开。由它导出高能量下 p-D 弹性散射振幅的解析形式。计算了微分截面并与实验比较,当包含了氘核结构的 D 波时能够与实验符合。

在高能量下,多次散射理论在研究质子与原子核的散射中获得很大的成功^[1]。氘核是最轻的原子核,它由 p、n 二个核子组成。按 Glauber 的多次散射理论^[2], p-D 散射振幅由一次和二次散射振幅叠加。由于振幅的相干性,微分截面出现二个极大及一个谷。然而,若像质子-核散射常用的那样取一个球对称的形状因子来处理 p-D 弹性散射,发现微分截面的理论值与实验有偏离,特别在第一谷附近,实验只有一个浅谷或近乎一平台,而理论却是一深谷。这个偏离猜想主要由氘核基态结构所引起。R. J. Glauber^[3] 早期曾在中能区粗略地指出 p-D 散射过程 D-波的重要性。氘核的基态自旋为 1,有较大的四极矩分布。因此 D-波有一定的重要性。自旋为 1,磁分量有 0, ± 1, 三个态。因此氘核散射振幅构成 3 × 3 矩阵。若氘核只有 S 波,这个 3 × 3 矩阵退化为只有一个对角元 $F_{ii}(\mathbf{q})$ 。只当 D-波存在时,才出现非对角元,同时对角元也不同量。为了对 p-D 过程的 D 波效应有更深一层的认识,我们希望能导出一个清晰的散射振幅。它是解析表示式,从而看清楚 D 波所起的作用。为此,取包含 D 波的谐振子基为氘核的波函数,即取

$$\phi_{\mu}(\mathbf{r}) = \sin \lambda \phi_{000}(\mathbf{r}) x_M + \cos \lambda \sum_m C_{2m1M-m}^{1M} \phi_{02M}(\mathbf{r}) x_{M-m} \quad (1)$$

其中 $\phi_{nlm}(\mathbf{r})$ 为谐振子基, x_M 为氘核自旋为 1 的自旋波函数。 $\sin^2 \lambda$, $\cos^2 \lambda$ 为 S 波, D 波的几率。按照 Glauber 多次散射理论, p-D 弹性散射振幅可以表示为:

$$F_{M_f, M_i}(\mathbf{q}) = 2f(\mathbf{q}) S_{M_f, M_i}(\mathbf{q}) + \frac{i}{2\pi} \int d^2 q' f\left(\frac{1}{2} \mathbf{q} - \mathbf{q}'\right) f\left(\frac{1}{2} \mathbf{q} + \mathbf{q}'\right) S_{M_f, M_i}(\mathbf{q}') \quad (2)$$

其中

$$S_{M_f, M_i}(\mathbf{q}) = \langle \phi_{M_f}(\mathbf{r}) | e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} | \phi_{M_i}(\mathbf{r}) \rangle \quad (3)$$

$f(\mathbf{q})$ 为核子-核子散射振幅。 $S_{M_f, M_i}(\mathbf{q})$ 是氘核的形状因子。注意,它构成一个 3 × 3 矩阵。其中 $\phi_{M_i}(\mathbf{r})$ 是(1)式。在进一步化简(2)式时,取忽略自旋打翻项的 $f(\mathbf{q})$, 即

$$f(\mathbf{q}) = \frac{i\sigma(1-i\rho)}{4\pi} e^{-\frac{1}{2}\beta^2 q^2} = f(0)e^{-\frac{1}{2}\beta^2 q^2} \quad (4)$$

其中 σ 为核子-核子散射总截面; ρ 为实、虚比值; β^2 为斜率参数, 经过一些演算, 不难求得各类形状因子, 再对 $d^2\mathbf{q}'$ 积分, 经过整理后, (2) 式各个分量可有如下表示:

$$F_{0,0}(\mathbf{q}) = 2f(0)e^{-\frac{(1+4\alpha^2\beta^2)}{8\alpha^2}q^2} \left[1 - \left(2\sqrt{\frac{2}{15}} \sin\lambda \cos\lambda + \frac{13}{15} \cos^2\lambda \right) \frac{q^2}{8\alpha^2} + \frac{2}{15} \cos^2\lambda \left(\frac{q^2}{8\alpha^2} \right)^2 \right] + \frac{i}{2\beta^2} (f(0))^2 B_0(\alpha, \beta) e^{-\frac{1}{4}\beta^2 q^2} \quad (5)$$

$$F_{1,1}(\mathbf{q}) = F_{-1,-1}(\mathbf{q}) = 2f(0)e^{-\frac{(1+4\alpha^2\beta^2)}{8\alpha^2}q^2} \left[1 + \left(2\sqrt{\frac{1}{30}} \sin\lambda \cos\lambda - \frac{47}{30} \cos^2\lambda \right) \frac{q^2}{8\alpha^2} + \frac{1}{3} \cos^2\lambda \left(\frac{q^2}{8\alpha^2} \right)^2 \right] + \frac{i}{2\beta^2} (f(0))^2 B_1(\alpha, \beta) e^{-\frac{1}{4}\beta^2 q^2} \quad (6)$$

$$F_{1,-1}(\mathbf{q}) = F_{-1,1}(\mathbf{q}) = 2f(0)e^{-\frac{(1+4\alpha^2\beta^2)}{8\alpha^2}q^2} \cdot \left[\left(-2\sqrt{\frac{3}{10}} \sin\lambda \cos\lambda + \frac{7}{10} \cos^2\lambda \right) \frac{q^2}{8\alpha^2} - \frac{1}{5} \cos^2\lambda \left(\frac{q^2}{8\alpha^2} \right)^2 \right] \quad (7)$$

其中:

$$B_0(\alpha, \beta) = \sin^2\lambda \frac{2\alpha^2\beta^2}{(1+2\alpha^2\beta^2)} - 2\sqrt{\frac{2}{15}} \sin\lambda \cos\lambda \frac{2\alpha^2\beta^2}{(1+2\alpha^2\beta^2)} + \cos^2\lambda \left(\frac{2}{15} \frac{2\alpha^2\beta^2(1+(2\alpha^2\beta^2)^2)}{(1+2\alpha^2\beta^2)^3} + \frac{3}{5} \frac{(2\alpha^2\beta^2)^2}{(1+2\alpha^2\beta^2)^2} + \frac{4}{15} \frac{2\alpha^2\beta^2}{(1+2\alpha^2\beta^2)} \right) \quad (8)$$

$$B_1(\alpha, \beta) = \sin^2\lambda \frac{2\alpha^2\beta^2}{(1+2\alpha^2\beta^2)} + 2\sqrt{\frac{1}{30}} \sin\lambda \cos\lambda \frac{2\alpha^2\beta^2}{(1+2\alpha^2\beta^2)^2} + \cos^2\lambda \left(\frac{1}{30} \frac{(2\alpha^2\beta^2) + 19(2\alpha^2\beta^2)^3}{(1+2\alpha^2\beta^2)^3} + \frac{3}{10} \frac{(2\alpha^2\beta^2)^2}{(1+2\alpha^2\beta^2)^2} + \frac{1}{15} \frac{2\alpha^2\beta^2}{(1+2\alpha^2\beta^2)} \right) \quad (9)$$

α 为谐振子基参数, 由氙核大小确定. (5)–(9) 是解析的式子, 可以清楚地了解与动量传递 \mathbf{q} 的函数关系. 最后, p-D 的微分截面为:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi}{3} \sum_{M_i M_f} |F_{M_i, M_f}(\mathbf{q})|^2 \quad (10)$$

$F_{M_i, M_f}(\mathbf{q})$ 是(5)–(7)式. 用上面导出的结果计算 $\sqrt{s} = 5 - 65\text{GeV}$ 能区中三个不同能量的 p-D 弹性散射的微分截面. 结果画在图 1–3 中. 氙核的 D 波贡献取 6.7%. 分别计算了存在 D 波和不存在 D 波 (即 $\cos\lambda = 0$) 的情况. 在我们的计算公式中没有任何自由可调参数. 而 $f(\mathbf{q})$ 中的参数及 α^2 值列于表 1 中.

我们的计算结果很清楚地看到只有包含了氙核的 D 波之后才能够与实验的结果^[4] 符合. 当只考虑 S 波的时候, 看到在 $t = 0.2-0.3(\text{GeV}/c)^2$ 处有一个很深的谷. 为了更好地了解散射振幅各个分量所起的作用及贡献的强弱, 在图 1 中还给出一些更为细致的结果. 即分别考虑了只有 S 波的贡献. 包含 D 波, 但只有 $F_{0,0}(\mathbf{q})$ 项的贡献. 包含 D 波, 但只由对角矩阵 $F_{M,M}(\mathbf{q})$ 的贡献. 包含有所有项的贡献等四种情况. 从这一些结果看到前三

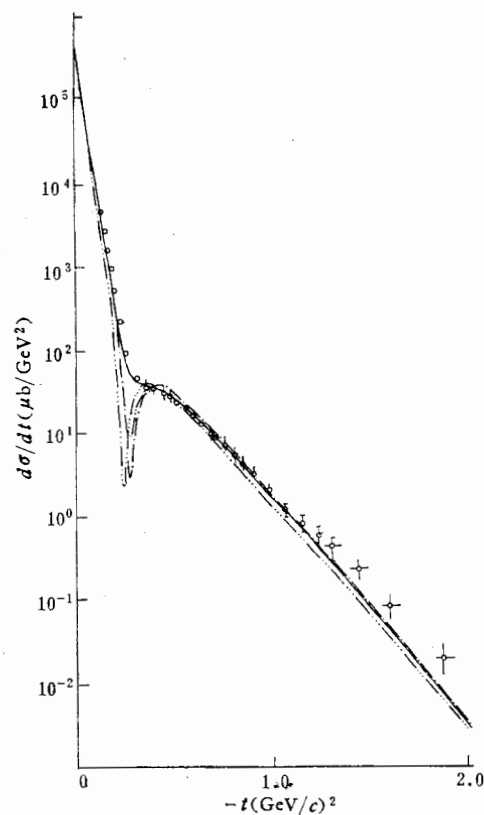


图 1 p-D 弹性散射的理论计算, $\sqrt{s} = 63\text{GeV}$.

-----只有 S 波. - · - · - 包含 D 波, 但只计算对角元. · · · · · 包含 D 波, 但只计算 $F_{0,0}(q)$. — 包含全部. Φ 实验.

种情况, 即只有 S 波或虽然包含了氘核的 D 波而忽略非对角矩阵元的散射振幅, 仍然不能够把深谷填平. 只有进一步考虑了非对角矩阵元的散射振幅之后, 谷的位置才被填为一平台, 并与实验吻合.

表 1 计算中所用参数

\sqrt{s} GeV	α^2 (GeV/c) ²	β^2 (GeV/c) ²	σ mb	ρ	D 波 %
5	0.01514	9	39.1	0.2	6.7
53	0.01514	12	41.5	0.2	6.7
63	0.01514	12.3	42.	0.15	6.7

从(5)–(7)式可以清楚地看到, 在散射振幅中除了得到 q 随指数下降的因子 $\exp(- (1 + 4\alpha^2\beta^2)q^2/8\alpha^2)$ 外, 由于氘核含有 D 波, 出现 q^2 的多项式, 它使得振幅强度当 t 增大时的贡献比只有 S 波时更大. 此外, D 波的存在, 使得散射振幅存在非对角矩阵元 $F_{\pm 1, \mp 1}(q)$, 即 D 波引起磁分量跃迁的散射振幅. 它的贡献同样有 q^2 的多项式项. 这样, D 波的存在, 特别由于 $F_{\pm 1, \mp 1}(q)$ 的贡献, 使得在谷处微分截面大大增加了. 关于二次项

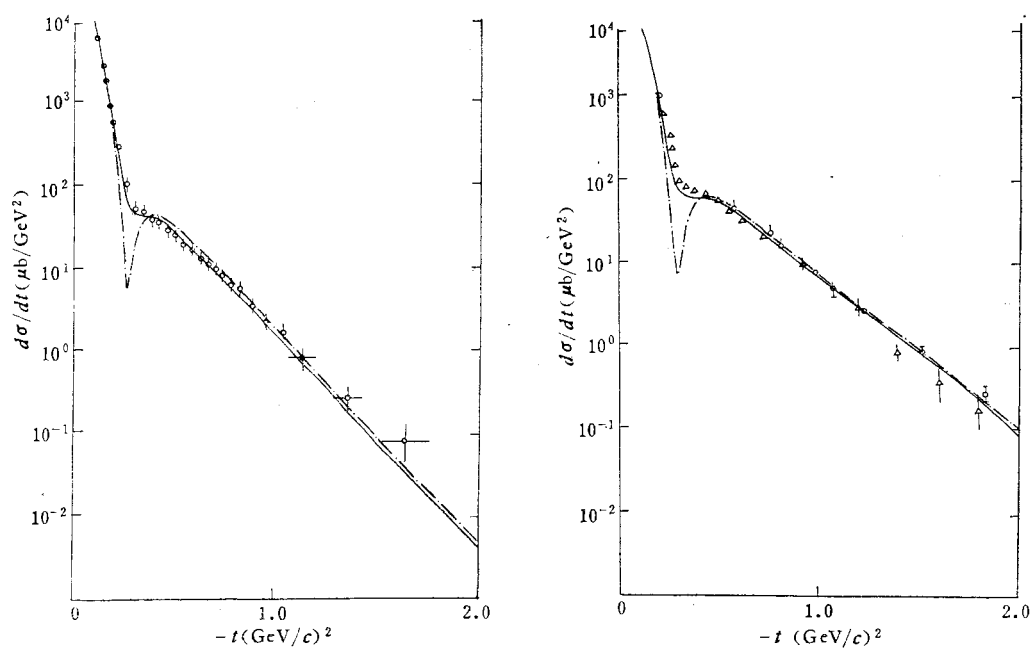


图2 p-D 弹性散射的理论计算. $\sqrt{s} = 53\text{GeV}$. 图3 p-D 弹性散射的理论计算. $\sqrt{s} = 5\text{GeV}$.
 - - - - 只有 S 波. — 包含全部. Φ 实验. 说明同图 2.

与 q 的依赖关系,从(5),(6)式看出只出现于指数因子 $e^{-\frac{1}{4}\beta^2 q^2}$. β^2 是核子-核子散射振幅的斜率参数. 这个指数因子与核结构(即 α^2)无关. 因此这一项随 q^2 下降速度只有核子-核子的一半. 这样,随 q^2 的增大,下降缓慢. 这一项基本上决定了在 $|t| > 0.5(\text{GeV}/c)^2$ 处微分截面的行为. 核结构对此项的影响表现在(8),(9)式的 $B_1(\alpha, \beta)$ 和 $B_0(\alpha, \beta)$ 中. 它随结构的变化不显著. 由于我们清晰的给出了散射振幅的各分量并分析了它在各 q 值的贡献,看到氘核 D 波对 p-D 散射的影响是重要. 特别它在散射过程中引起磁分量跳跃是最重要的贡献.

参 考 文 献

- [1] S. J. Wallace, *Nucl. Phys.*, **A374** (1982), 203; "Advance in Nuclear Physics," Vol. 12 (1981), 135.
- [2] R. J. Glauber in "Lectures in Theoretical Physics" ed. W. E. Brittin et al., Vol. 1 (1959), 315.
- [3] V. Franco and R. J. Glauber, *Phys. Rev. L.*, **22** (1968), 370. R. J. Glauber and V. Franco, *Phys. Rev.*, **157** (1967), 1685.
- [4] G. Goggi et al., *Nucl. Phys.*, **B149** (1979), 381. Bradamente et al., *Phys. Lett.*, **32** (1970), 303.

THE D-WAVE EFFECT OF p-D HIGH ENERGY ELASTIC SCATTERING

LI YANG-GUO

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

LO SHUI-YIN

(School of Physics, University of Melbourne, Australia)

ABSTRACT

Using the harmonic oscillator wave function with D-wave component to describe the internal wave function of deuteron, an analytic solution in closed form the p-D high energy elastic scattering amplitude is derived. The calculated differential cross section can fit experimental data if include the D-wave of deuteron.