第8卷 第6期 高能物理与核物理 Vol. 8, No. 6
1984年11月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Nov., 1984

分立对称性与 $SO(2n)$ 大统一模型

万陵德 鲁公儒 杜东生
(新乡师院) (中国科学院高能物理研究所)

摘要

本文应用分立对称性 S，对 $SO(2n)\times S$ 大统一模型进行了系统的分析. 我们的结论是: $SO(14)\times S$ 与 $SO(16)\times S$ 是比较好的代大统一规范群. 作为例子,本文给出 $SO(14)\times S$ 与 $SO(16)\times S$ 两个代大统一模型. 它们容纳了四代通常费米子，并保持 $SU(3)_c$ 渐近自由. 模型保留了 $SO(10)$ 模型中得到的全部好的结果.

一、引 言

$SU(5)$[1] 和 $SO(10)$[2] 大统一模型,以简洁的形式给出了强、弱电相互作用的统一描述. 但理论中还存在一些问题,其中之一就是"代"统一问题. 在上述模型中,不同代的费米子重复填入同样的表示中. 因此对"代"的重复填充不能做出任何解释.

为了解决"代统一"问题,文献[3—5]提出了几种方案. 而文献[6]则引用 $G\times S$ 作为大统一规范群，第一步破缺到 $G_1'=G_1\times S=SU(3)\times SU(2)\times U(1)\times S$. 其中 G 是 $SU(N)$ 或 $SO(2n)$ 群，S 为下述变换下的不变性，即当 $\phi_L\to i\phi_L$, $\phi_R\to -i\phi_R$, $A_\mu\to A_\mu$, $\chi\to\chi$, $\phi\to-\phi$,在此变换下,系统的 Lagrangian 具有不变性. $\phi_{L,R}$ 是群 G 下费米子的表示. χ 与 ϕ 是两类 Higgs 场，χ 场实现大能标的破缺，ϕ 场实现低能标的破缺.

由于 S 对称性禁戒了 χ 场同费米子场如下的 Yukawa 耦合: $\tilde{\phi}_L c^{-1}\Gamma\phi_L\chi$. 因此，模型中在由 χ 场所引起的第一步 10^{15} GeV 量级的破缺中左手费米子不会获得超重质量. 这样,由于引入了分立对称性 S，解决了实的旋量表示所带来的困难.

在文[7] 中，我们应用分立对称性，系统分析了 $SU(N)$ 代大统一模型. 本文引用 $SO(2n)\times S$ 作为大统一规范群,系统分析了 $SO(2n)$ 代大统一模型的各种方案. 我们要求模型既能实现代的统一，同时保持 $SU(3)_c$ 渐近自由. 我们发现 $SO(14)\times S$ 与 $SO(16)\times S$ 是比较好的代大统一规范群. 本文给出了 $SO(14)\times S$ 与 $SO(16)\times S$ 两个可能的代大统一模型.

二、模型分析

选择 $SO(2n)\times S$ 作为大统一规范群. 由于分立对称性 S 解决了实表示的困难，我

本文 1983 年 6 月 18 日收到.

们可以选取 $SO(2n)$ 群的实表示作为费米子表示。

对于 $n=6$，即 $SO(12)$ 群已有文章讨论[8]。选取 $SO(12)$ 群的两个不可约的 $\underline{32}$ 维旋量实表示作为费米子的表示。模型可容纳四代费米子，其中两代具有左手荷电弱流，称为通常费米子两代具有右手荷电弱流，称为重费米子。这样，模型中包含 8 味夸克，保持 $SU(3)_c$ 渐近自由。

对于 $n=9$，即 $SO(18)$ 群作为大统一规范群已有文章作了讨论[9]。对于更高秩的 $SO(2n)$ 群 $SU(3)_c$ 将遭到破坏，我们不再讨论它们。本文仅详细讨论 $n=7$，8 两种情况。

1. $SO(14)\times S$ 代大统一模型

$SO(14)$ 群旋量表示的 γ 矩阵及对角生成元列在表 1 中

表 1　$SO(14)$ 旋量表示的 γ 矩阵和对角生成元

	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6	σ_7		σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6	σ_7
γ_1	x	y	1	1	x	1	1	$\gamma_{\bar{3}}$	x	1	y	x	y	1	1
γ_2	y	x	1	1	y	1	1	$\gamma_{\bar{4}}$	y	z	x	y	y	1	1
γ_3	x	y	1	1	z	1	1	$2I_{12}$	z	z	1	1	z	1	1
γ_4	y	y	1	1	1	1	1	$2I_{34}$	z	1	1	1	z	1	1
γ_5	x	1	1	y	y	y	z	$2I_{56}$	z	z	z	1	1	1	z
γ_6	y	z	z	y	y	y	1	$2I_{78}$	z	z	z	1	1	z	z
γ_7	x	1	1	y	y	y	x	$2I_{9\bar{0}}$	z	z	z	1	1	z	1
γ_8	y	z	z	y	y	x	y	$2I_{\bar{1}\bar{2}}$	z	z	1	z	1	1	1
γ_9	x	1	1	y	y	1	y	$2I_{\bar{3}\bar{4}}$	z	z	z	z	1	1	1
$\gamma_{\bar{0}}$	y	z	z	y	y	z	y	γ_2	z	1	1	1	1	1	1
$\gamma_{\bar{1}}$	x	1	y	z	y	1	1	B	x	1	z	1	1	1	1
$\gamma_{\bar{2}}$	y	z	y	1	y	1	1								

构造相互对易的物理量算符

$$T_3^c=\frac{1}{\sqrt{2}}(I_{56}+I_{78}),\qquad T_8^c=\frac{1}{\sqrt{2}}(-I_{56}+I_{78}+2I_{9\bar{0}}),$$

$$T_{15}^c=\frac{1}{\sqrt{3}}(I_{56}-I_{78}+I_{9\bar{0}});$$

$$T_3^L=\frac{1}{\sqrt{2}}(I_{12}+I_{34}),\qquad T_3^R=\frac{1}{\sqrt{2}}(I_{12}-I_{34}),$$

$$T_3^{L'}=\frac{1}{\sqrt{2}}(I_{\bar{1}\bar{2}}+I_{\bar{3}\bar{4}}),\qquad T_3^{R'}=-\frac{1}{\sqrt{2}}(I_{\bar{1}\bar{2}}-I_{\bar{3}\bar{4}}).$$

定义电荷算子

$$Q=\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\sqrt{\frac{3}{8}}\,T_3^L+\sqrt{\frac{3}{8}}\,T_3^R+\frac{1}{2}\,T_{15}^c\right)$$

$SO(14)$ 群有两个不可约 $\underline{64}$ 维旋量表示 ψ_{+L}，ψ_{-L}，合起来是实表示。我们选取

$$\psi_L=\begin{pmatrix}\psi_{+L}\\ \psi_{-L}\end{pmatrix}$$

作为费米子表示,同时引入两个 $SO(14)$ 右手单态 $p_R^c, p_R^{\prime c}$.

费米子表示 ψ_{+L}, ψ_{-L} 的内容为:

$$\tilde{\psi}_{+L} = (\mathrm{I}_a, \mathrm{II}_a, \mathrm{V}_b, \mathrm{VI}_b, \mathrm{I}_b, \mathrm{II}_b, \mathrm{V}_a, \mathrm{VI}_a)_L$$

$$\tilde{\psi}_{-L} = (\mathrm{VII}_b, \mathrm{VIII}_b, \mathrm{III}_a, \mathrm{IV}_a, \mathrm{VII}_a, \mathrm{VIII}_a, \mathrm{III}_b, \mathrm{IV}_b)_L$$

L 表示手征性,其中

$$\mathrm{I}_a = (u_1, u_2, u_3, \nu_e; d_1, d_2, d_3, e)$$

$$\mathrm{II}_a = (c_1, c_2, c_3, \nu_\mu; s_1, s_2, s_3, \mu)$$

$$\mathrm{I}_b = (u_1^c, u_2^c, u_3^c, p^c; d_1^c, d_2^c, d_3^c, e^c)$$

$$\mathrm{II}_b = (c_1^c, c_2^c, c_3^c, p'^c; s_1^c, s_2^c, s_3^c, \mu^c)$$

$$\mathrm{III}_a = (b_1, b_2, b_3, \tau; -t_1, -t_2, -t_3, -\nu_\tau)$$

$$\mathrm{IV}_a = (b_1', b_2', b_3', \tau'; -t_1', -t_2', -t_3', -\nu_{\tau'})$$

$$\mathrm{III}_b = (b_1^c, b_2^c, b_3^c, \tau^c; -t_1^c, -t_2^c, -t_3^c, -\nu_\tau^c)$$

$$\mathrm{IV}_b = (b_1'^c, b_2'^c, b_3'^c, \tau'^c; -t_1'^c, -t_2'^c, -t_3'^c, -\nu_{\tau'}^c)$$

$$\mathrm{V}_a = (D_1, D_2, D_3, {}^{(1)}L; -U_1, -U_2, -U_3, -{}^{(1)}N)$$

$$\mathrm{VI}_a = (S_1, S_2, S_3, {}^{(2)}L; -C_1, -C_2, -C_3, -{}^{(2)}N)$$

$$\mathrm{V}_b = (D_1^c, D_2^c, D_3^c, {}^{(1)}L^c; -U_1^c, -U_2^c, -U_3^c, -{}^{(1)}N^c)$$

$$\mathrm{VI}_b = (S_1^c, S_2^c, S_3^c, {}^{(2)}L^c; -C_1^c, -C_2^c, -C_3^c, -{}^{(2)}N^c)$$

$$\mathrm{VII}_a = (T_1, T_2, T_3, {}^{(3)}N, B_1, B_2, B_3, {}^{(3)}L)$$

$$\mathrm{VIII}_a = (T_1', T_2', T_3', {}^{(4)}N; B_1', B_2', B_3', {}^{(4)}L)$$

$$\mathrm{VII}_b = (T_1^c, T_2^c, T_3^c, {}^{(3)}N^c; B_1^c, B_2^c, B_3^c, {}^{(3)}L^c)$$

$$\mathrm{VIII}_b = (T_1'^c, T_2'^c, T_3'^c, {}^{(4)}N^c; B_1'^c, B_2'^c, B_3'^c, {}^{(4)}L^c).$$

其中 u_i, d_i, e, ν_e; C_i, S_i, μ, ν_μ; t_i, b_i, τ, ν_τ; $t_i', b_i', \tau', \nu_{\tau'}$ 分别表示从第一代到第四代的通常费米子场. $U_i, D_i, {}^{(1)}L, {}^{(1)}N$; $C_i, S_i, {}^{(2)}L, {}^{(2)}N$; $T_i, B_i, {}^{(3)}L, {}^{(3)}N$; $T_i', B_i', {}^{(4)}L, {}^{(4)}N$ 分别表示从第一代到第四代重费米子场. $P_L^c, P_L'^c$ 为两个中性粒子场. 上标 c 代表电荷共轭, 下标 i 是色指标. 上述表示使我们可以得到四代具有左手荷电弱流的通常费米子,同时保证 ν_e, ν_μ 无质量.

我们分两步将 $SO(14) \times S$ 破缺到 $SU(3)_c \times U(1)_{em}$. 令 χ_{ij} 是 $SO(14)$ 的 $\underline{91}$ 维反对称表示 Higgs 场, χ^1, χ^2, χ^3 是三个 $\underline{128}$ 维旋量表示 Higgs 场.取如下非零真空期待值:

$$\langle \chi_{12} \rangle = -\langle \chi_{34} \rangle = a,$$

$$\langle \chi_{56} \rangle = -\langle \chi_{78} \rangle = \langle \chi_{9\bar{0}} \rangle = b,$$

$$\langle \chi_{\bar{1}\bar{2}} \rangle = c, \ \langle \chi_{\bar{3}\bar{4}} \rangle = d,$$

$$\langle (\chi^1)_{36} \rangle = f_1, \ \langle (\chi^2)_{44} \rangle = f_2,$$

$$\langle (\chi^3)_{120} \rangle = f_3,$$

$a, b, c, d, f_1, f_2, f_3$ 均在 10^{15}GeV 量级,且 a, b, c, d 均不相等.

上述自发破缺使 $SO(14)$ 的 91 个规范场中的 79 个获得超重质量, 但仍保持了 $SU(3) \times SU(2) \times U(1) \times S$ 对称性.

由于 S 对称性的存在,使得除 P, P' 以外的其它费米子场不会获得 10^{15} GeV 的超重质量,即模型中的费米子都是"轻"的.

由于引入了 $SO(14)$ 单态 P_R^c，$P_R^{c'}$，利用 $\underline{128}$ 维旋量 Higgs 场 χ^1，χ^2 产生下列耦合：

$$\bar{\Phi}_L\chi^1P_R^c,\ \bar{\Phi}_L\chi^2P_R^{c'}.$$

在第一步破缺后，使 P,P' 获得 10^{15}GeV 的大质量．在第二部破缺中产生的 $\nu_{eL}-P_L^c$ 及 $\nu_{\mu L}-P_L^{c'}$的混合都在 10^2GeV 量级，因此可略去不计．这样模型中 $\nu_{eL},\nu_{\mu L}$ 实际上为零质量．

第二步破缺发生在 10^2 GeV 的能区，适当选取 Higgs 场中的真空期望值，将 $SU(3)\times SU(2)\times U(1)\times S$ 破缺到 $SU(3)_c\times U(1)_{em}$，并给出 $W_\mu^\pm$，Z_μ 及全部费米子质量．适当选取耦合常数，可能使右手流费米子较通常费米子获得更大的质量．

给出费米子质量的 Yukawa 耦合为：

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_Y = & A_1(\tilde{\phi}_{+L}c^{-1})B^{-1}\hat{\phi}^3\phi_{+L} + A_2(\tilde{\phi}_{+L}c^{-1})B^{-1}\hat{\phi}^7\phi_{+L} \\ & + B_1(\tilde{\phi}_{-L}c^{-1})B^{-1}\hat{\phi}^3\phi_{-L} + B_2(\tilde{\phi}_{-L}c^{-1})B^{-1}\hat{\phi}^7\phi_{-L} \\ & + c(\tilde{\phi}_{-L}c^{-1})B^{-1}\hat{\phi}^4\phi_{+L} + h.c.\end{aligned}$$

费米子场与规范场的耦合为：

$$g\bar{\Phi}_{\pm L}\gamma_\mu\hat{A}^\mu\phi_{\pm L},\ \text{其中，}\ \hat{A}^\mu=\frac{1}{2}I_{ab}A_{ab}^\mu.$$

光子场为：

$$A_\mu=\sqrt{\frac{3}{8}}A_{3\mu}^L+\sqrt{\frac{3}{8}}A_{3\mu}^R+\frac{1}{2}A_{15\mu}^c$$

弱中间玻色子场为：

$$Z_\mu=-\sqrt{\frac{5}{8}}A_{3\mu}^L+\frac{3}{2\sqrt{10}}A_{3\mu}^R+\frac{\sqrt{15}}{10}A_{15\mu}^c$$

$$W_\mu^\pm=\frac{1}{\sqrt{2}}(A_{1\mu}^L\mp iA_{2\mu}^L)$$

$$A_{1\mu}^L=\frac{1}{\sqrt{2}}(A_{14}+A_{23})_\mu$$

$$A_{2\mu}^L=\frac{1}{\sqrt{2}}(A_{31}+A_{24})_\mu,$$

由上述表达很易求得中性与荷电弱流． 将弱中性流与 Weinberg-Salam 模型的中性流比较可得，在大统一点，Weinberg 角为

$$\sin^2\theta_w(M)=\frac{3}{8},\qquad M\sim 10^{15}\,\text{GeV}.$$

由荷电弱流可知，模型中包含四代左手流通常费米子，是 $V-A$ 型弱作用；四代右手流重费米子，是 $V+A$ 型弱作用．本模型包含 16 味夸克，保持 $SU(3)_c$ 渐近自由，实现了四代通常费米子的统一．

2. $SO(16)\times S$ 模型

构造下列相互对易的物理量算符

表 2 $SO(16)$ 群旋量表示的 γ 矩阵及对角生成元

	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6	σ_7	σ_8		σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6	σ_7	σ_8
γ_1	x	1	1	1	y	x	1	1	$\gamma_{\bar 4}$	y	z	x	y	z	y	1	1
γ_2	y	z	1	1	x	y	1	1	$\gamma_{\bar 5}$	y	x	1	1	1	1	1	1
γ_3	x	1	1	1	y	z	1	1	$\gamma_{\bar 6}$	y	y	1	1	1	1	1	1
γ_4	y	z	1	1	y	1	1	1	$2I_{12}$	z	z	1	1	z	z	1	1
γ_5	x	1	1	y	1	y	y	z	$2I_{34}$	z	z	1	1	1	z	1	1
γ_6	y	z	z	y	z	y	y	1	$2I_{56}$	z	z	z	1	z	1	1	z
γ_7	x	1	1	y	1	y	y	x	$2I_{78}$	z	z	z	1	z	1	z	z
γ_8	y	z	z	y	z	y	x	y	$2I_{9\bar 0}$	z	z	z	1	z	1	z	1
γ_9	x	1	1	y	1	y	1	y	$2I_{\bar 1\bar 2}$	z	z	1	z	z	1	1	1
$\gamma_{\bar 0}$	y	z	z	y	z	y	z	y	$2I_{\bar 3\bar 4}$	z	z	z	z	z	1	1	1
$\gamma_{\bar 1}$	x	1	y	z	1	y	1	1	$2I_{\bar 5\bar 6}$	1	z	1	1	1	1	1	1
$\gamma_{\bar 2}$	y	z	y	1	z	y	1	1	γ_χ	z	1	1	1	1	1	1	1
$\gamma_{\bar 3}$	x	1	y	x	1	y	1	1	B	1	x	z	1	1	1	1	1

$$T_3^c = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_{56} + I_{78}),$$

$$T_8^c = \frac{1}{\sqrt{6}}(-I_{56} + I_{78} + 2I_{9\bar 0}),$$

$$T_{15}^c = \frac{1}{\sqrt{3}}(I_{56} - I_{78} + I_{9\bar 0}),$$

$$T_3^L = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_{12} + I_{34}),$$

$$T_3^R = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_{12} - I_{34}),$$

$$T_3^{L'} = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_{\bar 1\bar 2} + I_{\bar 3\bar 4}),$$

$$T_3^{R'} = \frac{-1}{\sqrt{2}}(I_{\bar 1\bar 2} - I_{\bar 3\bar 4}),$$

$$T^U = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{\bar 5\bar 6}.$$

定义电荷算子

$$Q = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\sqrt{\frac{3}{8}}\, T_3^L + \sqrt{\frac{3}{8}}\, T_3^R + \frac{1}{2} T_{15}^c\right)$$

$SO(16)$ 群有两个不可约的 128 维旋量表示，它们都是实表示，由于 S 对称性解决了实表示的困难，我们选取其中之一，ϕ_+，作为费米子表示，其内容如下：

$$\tilde{\Phi}_+ = (\mathrm{I}_a, \mathrm{I}_b, \mathrm{II}_a, \mathrm{II}_b, \mathrm{V}_b, \mathrm{V}_a, \mathrm{VI}_b, \mathrm{VI}_a; \mathrm{VII}_b, \mathrm{VII}_a, \mathrm{VIII}_b, \mathrm{VIII}_a, \mathrm{III}_a, \mathrm{III}_b, \mathrm{IV}_a, \mathrm{IV}_b)_L$$

L 标示手征性，其中

$$\mathrm{I}_a = (u_1, u_2, u_3, \nu_e; d_1, d_2, d_3, e)$$

$$\mathrm{I}_b = (u_1^c, u_2^c, u_3^c, \nu^c; d_1^c, d_2^c, d_3^c, e^c)$$

$$\mathrm{II}_a=(c_1,\ c_2,\ c_3,\ \nu_\mu;\ s_1,\ s_2,\ s_3,\ \mu)$$
$$\mathrm{II}_b=(c_1^c,\ c_2^c,\ c_3^c,\ p'^c;\ s_1^c,\ s_2^c,\ s_3^c,\ \mu^c)$$
$$\mathrm{III}_a=(b_1,\ b_2,\ b_3,\ \tau;\ -t_1,\ -t_2,\ -t_3,\ -\nu_\tau)$$
$$\mathrm{III}_b=(b_1^c,\ b_2^c,\ b_3^c,\ \tau^c;\ -t_1^c,\ -t_2^c,\ -t_3^c,\ -\nu_\tau^c)$$
$$\mathrm{IV}_a=(b_1',\ b_2',\ b_3',\ \tau';\ -t_1',\ -t_2',\ -t_3',\ -\nu_{\tau'})$$
$$\mathrm{IV}_b=(b_1'^c,\ b_2'^c,\ b_3'^c,\ \tau'^c;\ -t_1'^c,\ -t_2'^c,\ -t_3'^c,\ -\nu_{\tau'}^c)$$
$$\mathrm{V}_a=(D_1,\ D_2,\ D_3,\ {}^{(1)}L;\ -U_1,\ -U_2,\ -U_3,\ -{}^{(1)}N)$$
$$\mathrm{V}_b=(D_1^c,\ D_2^c,\ D_3^c,\ {}^{(1)}L^c;\ -U_1^c,\ -U_2^c,\ -U_3^c,\ -{}^{(1)}N^c)$$
$$\mathrm{VI}_a=(S_1,\ S_2,\ S_3,\ {}^{(2)}L;\ -C_1,\ -C_2,\ -C_3,\ -{}^{(2)}N)$$
$$\mathrm{VI}_b=(S_1^c,\ S_2^c,\ S_3^c,\ {}^{(2)}L^c;\ -C_1^c,\ -C_2^c,\ -C_3^c,\ -{}^{(2)}N^c)$$
$$\mathrm{VII}_a=(T_1,\ T_2,\ T_3,\ {}^{(3)}N;\ B_1,\ B_2,\ B_3,\ {}^{(3)}L)$$
$$\mathrm{VII}_b=(T_1^c,\ T_2^c,\ T_3^c,\ {}^{(3)}N^c;\ B_1^c,\ B_2^c,\ B_3^c,\ {}^{(3)}L^c)$$
$$\mathrm{VIII}_a=(T_1',\ T_2',\ T_3',\ {}^{(4)}N;\ B_1',\ B_2',\ B_3',\ {}^{(4)}L)$$
$$\mathrm{VIII}_b=(T_1'^c,\ T_2'^c,\ T_3'^c,\ {}^{(4)}N^c;\ B_1'^c,\ B_2'^c,\ B_3'^c,\ {}^{(4)}L^c)$$

其中各标号的意义与 $SO(14)$模型相同．另外还要引入两个 $SO(16)$单态 P_R^c，$P_R'^c$．由上述表示可得四代左手流费米子，且 ν_e，ν_μ 无质量．

我们分两步将 $SO(16)\times S$ 破缺到 $SU(3)_c\times U(1)_{em}$．令 χ_{ij} 是 $SO(16)$ 的 $\underline{120}$ 维反对称表示 Higgs 场，χ^1, χ^2, χ^3, χ^4 是四个 $\underline{128}$ 维旋量表示 Higgs 场．取如下非零真空期待值：

$$\langle\chi_{12}\rangle=-\langle\chi_{34}\rangle=a,$$
$$\langle\chi_{56}\rangle=-\langle\chi_{78}\rangle=\langle\chi_{9\bar{0}}\rangle=b,$$
$$\langle\chi_{\bar{1}\bar{2}}\rangle=c,\ \langle\chi_{\bar{3}\bar{4}}\rangle=d,$$
$$\langle\chi_{\bar{5}\bar{6}}\rangle=e,$$
$$\langle(\chi^1)_{12}\rangle=f_1,\ \langle(\chi^2)_{28}\rangle=f_2,$$
$$\langle(\chi^3)_{112}\rangle=f_3,\ \langle(\chi^4)_{128}\rangle=f_4.$$

a, b, c, d, e, f_i, 均在 10^{15} GeV 量级，且 a, b, c, d, e 皆不相等．

这第一步自发破缺使 $SO(16)$ 的 120 个规范场中的 108 个获得超重质量． 仅有 12 个规范场仍保持为零质量，它们是相应于 $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ 的 12 个生成元的规范场．即在大能标破缺后，保持了 $SU(3)\times SU(2)\times U(1)\times S$ 对称性．

由于 S 对称性的存在，使得除 P, P' 以外的其它费米子场不会获得 10^{15} GeV 的超重质重，即模型中的费米子都是"轻"的．

由于引入了 $SO(16)$ 单态 P_R^c, $P_R'^c$，利用 $\underline{128}$ 维旋量 Higgs 场 χ^1, χ^2 产生如下耦合

$$\bar{\Phi}_L\chi^1P_R^c,\quad \bar{\Phi}_L\chi^2P_R'^c.$$

在第一步破缺后，使 P, P' 获得 10^{15}GeV 的大质量．在第二步破缺中产生的 $\nu_{eL}-P_L^c$ 及 $\nu_{\mu L}-P_R'^c$ 的混合都在 10^2 GeV 量级，因此可以略去不计．这样模型中 ν_{eL}, $\nu_{\mu L}$ 实际上为零质量．

第二步破缺发生在 10^2GeV 能区． 适当选取 Higgs 场 ϕ 的真空期待值，将 $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ 破缺到 $SU(3)_c\times U(1)_{em}$，并给出 $W_\mu^\pm$, Z_μ 及全部费米子(除

ν_{eL}, $\nu_{\mu L}$ 外)的质量. 适当调节耦合常数可使右手流费米子较通常费米子获得更大的质量.

给出费米子质量的 Yukawa 耦合为:

$$\mathscr{L}_Y = A_1(\tilde{\phi}_+ c^{-1})B^{-1}\hat{\phi}^4\phi_+ + A_2(\tilde{\phi}_+ c^{-1})B^{-1}\hat{\phi}^8\phi_+ + \mathrm{h\cdot c.}$$

费米子场与规范场的耦合,光子场,弱中间玻色子场等与 $SO(14)$ 模型相同.

同样很易求得中性与荷电弱流. 将弱中性流与 Weinberg-Salam 模型中的中性流比较,可得在大统一点, Weinberg 角为

$$\sin^2\theta_w(M) = \frac{3}{8}, \qquad M \sim 10^{15}\,\mathrm{GeV}.$$

由荷电弱流可知,模型中包含四代左手流通常费米子,是 $V-A$ 型弱作用; 四代右手流重费米子,是 $V+A$ 型弱作用. 本模型包含 16 味夸克, 保持 $SU(3)_c$ 渐近自由,实现了四代通常费米子的统一.

3. 关于 $\sin^2\theta_w$ 的重正化

上述两模型中,在大统一点 $\sin^2\theta_w(M) = \frac{3}{8}$. 我们应用重正化群方程计算 $\sin^2\theta_w(M_w)$ 的值. 其中 $M \sim 10^{15}$GeV 量级, $M_w \sim 10^2$GeV 量级,它们分别是第一步与第二步破缺的能标.

应用耦合常数的重正化群方程,在单圈近似下有:

$$\mu\frac{dg_i(\mu)}{d\mu} = b_i g_i^3(\mu) + o(g_i^5)$$

积分得

$$\frac{1}{g_i^2(M_w)} - \frac{1}{g_i^2(M)} = 2b_i \ln M/M_w$$

其中,

$$b = \frac{1}{32\pi^2}\left[-\frac{22}{3}c_2(G) + \frac{4}{3}\sum_{\mathrm{Fermi}} T(R)\right]$$

由于本文破缺机制为

$$G\times S \xrightarrow{M} SU(3)\times SU(2)\times U(1)\times S \xrightarrow{M_w} SU(3)_c\times U(1)_{em}.$$

我们有

$$b_2 = \frac{1}{32\pi^2}\left[-\frac{22}{3}C_2(SU(2)) + \frac{2}{3}f_2\right],$$

$$b_3 = \frac{1}{32\pi^2}\left[-\frac{22}{3}C_2(SU(3)) + \frac{2}{3}f_3\right].$$

此中 f_2 表示第一步破缺后无质量费米子 $SU(2)$ 二重态的数目, f_3 表示第一步破缺后无质量费米子 $SU(3)$ 三重态数目.

$$b_1 = \frac{1}{24\pi^2}\sum Y^2 = \frac{1}{24\pi^2}c^{-2}[\mathrm{Tr}Q^2 - \mathrm{Tr}I_3^2] = \frac{1}{48\pi^2}f_1$$

其中 $c^2 = g_1^2/g'^2$, g' 是 Weinberg-Salam 模型中与 $U(1)$ 规范场相应的耦合常数.

对于 $SO(14)\times S$ 模型及 $SO(16)\times S$ 模型，经过计算可知均有下述关系

$$f_1=f_2=f_3=32.$$

在大统一点，$g_1(M)=g_2(M)=g_3(M)=g$.

应用

$$\alpha(M_w)=\frac{e^2(M_w)}{4\pi}=\frac{g_2^2(M_w)}{4\pi}\sin^2\theta_w(M_w)$$

$$\sin^2\theta_w(M_w)=\frac{g_1^2}{g_1^2+g_2^2c^2},$$

$$\alpha_s(M_w)=\frac{g_3^2(M_w)}{4\pi}.$$

可得，

$$\sin^2\theta_w(M_w)=\frac{1}{6}+\frac{5}{9}\frac{\alpha(M_w)}{\alpha_s(M_w)}$$

$$\frac{\alpha(M_w)}{\alpha_s(M_w)}=\frac{3}{8}-\frac{33}{8\pi}\alpha(M_w)\ln M/M_w$$

应用 $\alpha_s(30\text{GeV})\sim 0.18$, $\alpha(100\text{GeV})\sim\frac{1}{128.5}$，计算数据列于表 3 中.

表 3

α_s	0.16	0.17	0.18	0.19	0.20
$\sin^2\theta_w(M_w)$	0.20	0.20	0.19	0.19	0.19
M(GeV)	7.4×10^{15}	9.8×10^{15}	1.3×10^{16}	1.6×10^{16}	1.9×10^{16}

与实验值 $\sin^2\theta_w(100\text{GeV})\sim 0.215\pm 0.009$ 接近．若想改善理论值，可改变破缺机制，引入适应的中间质量标度来达到目的．

在我们的模型中，$b_3=\frac{1}{48\pi^2}[-33+32]<0$，即 $\beta<0$，模型保持 $SU(3)_c$ 渐近自由．

三、结　论

上述分析表明，$SO(12)\times S$ 模型仅能容纳二代通常费米子，不能统一地概括现今实验上认为已发现三代费米子这一事实．

对于 $SO(14)\times S$ 与 $SO(16)\times S$ 模型，既实现了四代费米子的统一描述，又保持 $SU(3)_c$ 渐近自由这一重要性质．理论给出了与实验值基本符合的 $\sin^2\theta_w$ 之值．它们是比较理想的“味统一”的大统一模型．

模型中还存在 $V+A$ 型弱作用的费米子．适当的 Higgs 机制，可使它们获得较通常费米子更大的质量．可以认为重费米子是现今实验观测不到的．

作者感谢周咸建同志有益的讨论．万陵德、鲁公儒感谢王勉、薛晓舟两位教授对本工作的支持．

参 考 文 献

[1] H. Gerogi, S. L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.*, **32**(1974), 438.
[2] Fritzsch, H. Minkowski, P., *Ann. Phys.*, **93**(1975), 193.
[3] 马中骐，杜东生，岳宗五，薛丕友，中国科学，**4**(1981)，415.
[4] 马中骐，杜东生，周咸建，薛丕友，高能物理与核物理，**5**(1981)，664.
[5] 杜东生，马中骐，薛丕友，*Scientia Sinica* (*Series A*) **25**(1982), 51.
[6] 章义朋，周咸建，薛丕友，中国科学，(**A**)**1** (1983)，48.
[7] 万陵德，杜东生，鲁公儒，高能物理与核物理，**8**(1984)，556.
[8] 查朝正，分立对称性和 *SO*(12) 大统一模型，将发表在"高能物理与核物理".
[9] Dong Fang-xiao, Tu Tung-sheng, Xue Pei-you and Zhou, Xian-jian *Ann. Phys.*, (N. Y.) **145** (1983), 1.

DISCRETE SYMMETRY AND *SO* (2*n*) GRAND UNIFIED MODEL

WAN LING-DE LU GONG-RU
(*Xinxiang Normal College*)

TU TUNG-SHENG
(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

A systematic analysis of $SO(2n)\times S$ GUT models with discrete symmetry S is presented. It is found that $SO(14)\times S$ and $SO(16)\times S$ are the satisfactory gauge groups of flavor unification. In addition, $SO(14)\times S$ and $SO(16)\times S$ models are discussed in detail. Both of them can accommodate four generation light fermions and preserve the asymptotic freedom of $SU(3)$.