

# Glauber 方法和高能下核-核非弹性散射

李扬国 刘渊 张禹顺

(北方工业大学) (中国科学院高能物理研究所)

## 摘要

在 Glauber 多次散射的框架下, 给出了高能下核-核非弹性散射振幅的严格表示式。以  $1.37\text{GeV}$  在  $\text{C}^{12}$  上的非弹性散射为例, 用硬球近似和严格方法分别计算了  $\text{C}^{12}$  的  $\alpha^+$  和  $3^-$  态的微分截面。在以这两种方法计算所得的微分截面之间, 存在着一定的差异, 在这一算例中, 这些差异反映了不同方法的物理图象。

## 一、引言

近二十年来, 一个新领域——中、高能核物理在逐渐形成。人们希望以新的、更多的高能探针揭示出更多的核现象, 从而获得更完整的核物理知识。为达此目的, 高能核-核碰撞展现了很好的前景。

为了分析高能核散射, Glauber 提出了高能势散射的几何模型<sup>[1]</sup>。由于这模型具有鲜明的物理图象和易于处理的优点, 它很快就被人们广泛用来分析质子-核, 介子-核因射, 并取得了很大的成功。同时, 人们还对这模型的基础进行了广泛的研究。研究表明: 当用这模型来研究强子-核散射时, 高次多重散射效应与核子-核子散射振幅的离壳效应相消<sup>[2]</sup>。所以它是讨论强子-核散射的一个很好的理论方法, 可以用它去探讨各物理因素。

由于高能轻离子-核散射的实验结果和高能强子-核的结果之间存在着很多相似之处, 人们很自然地推广 Glauber 方法去研究核-核散射。但由于炮弹是有结构的原子核, 显然, 其复杂大大增加。虽然在 Glauber 模型里不重复计算核子-核子碰撞, 但由于核中每一核子都存在与另一碰撞核中核子的多次作用, 使严格计算无法进行。只有在特殊情况下<sup>[3]</sup>, 对少数很轻原子核之间的弹性散射可进行严格计算。在一般情况下, 都采用近似方法求解, 如在弹性散射时, 广泛使用的硬球近似<sup>[4]</sup>、相移展开近似<sup>[5]</sup>等。

至于高能下核-核非弹性散射, 那就更为复杂。这里除去有核结构的因素外, 还有激发机制的问题。只有在一定的假设下, 才有可能算出核-核非弹性散射截面。在<sup>[6]</sup>中, 在一次非弹性近似下, 推广硬球近似, 具体计算了  $1.37\text{GeV}$  下  $\alpha + \text{C}^{12}$  的非弹性散射, 和实验结果相比, 计算是合理的。但在<sup>[6]</sup>中, 由于使用了硬球近似, 从而不对称地处理了炮弹核和靶核中核子的碰撞, 对硬球近似也缺少应有的讨论。本文就在这方面作了一些努力,

探讨了如何较严格地计算核-核非弹性散射振幅。通过具体计算一、二次核子-核子散射振幅,阐明了硬球近似结果和严格按 Glauber 计算的意义,并进行了必要的讨论。在第二节中,给出了一般情况下核-核非弹性散射振幅,第三、四节中,给出形状因子和一些积分以及严格解和硬球近似结果的比较,最后为分析和讨论。

## 二、核-核非弹性散射振幅

设非弹性散射的炮弹和靶核的质量数分别为  $A_p$  和  $A_T$ , 以下,标号  $p$ 、 $T$  分别代表炮弹和靶核。在 Glauber 框架下,核-核非弹性散射振幅为<sup>[1]</sup>:

$$\begin{aligned} F_{LM}(\mathbf{q}) &= -\frac{iK}{2\pi} \int d^2 q e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} \left\langle (\varphi^p \varphi^T)_{LM} \left| \prod_{m=1}^{A_p} \prod_{n=1}^{A_T} [1 - \Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_m^p + \mathbf{s}_n^T)] \right. \right| (\varphi^p \varphi^T)_0 \rangle \\ &= -\frac{iK}{2\pi} \int d^2 q e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} f_{LM}(\mathbf{b}) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f_{LM}(\mathbf{b}) &= \left\langle (\varphi^p \varphi^T)_{LM} \left| \prod_{m=1}^{A_p} \prod_{n=1}^{A_T} [1 - \Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_m^p + \mathbf{s}_n^T)] \right. \right| (\varphi^p \varphi^T)_0 \rangle \\ &= \sum_{n=1}^{A_p A_T} f_{LM}^{(n)}(\mathbf{b}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_m^p + \mathbf{s}_n^T) = \frac{1}{2\pi i k} \int d^2 q e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{s}_m^p + \mathbf{s}_n^T)} f(q)$$

两核子散射振幅  $f(q)$  为

$$f(q) = \frac{ik\sigma(1-i\rho)}{4\pi} e^{-\frac{1}{2}\alpha q^2} = f(0) e^{-\frac{1}{2}\alpha q^2} \quad (3)$$

其中  $K$ 、 $k$  分别是质心系中炮弹核的动量和核子的动量,  $\mathbf{q}$  为动量传递,  $\mathbf{b}$  为碰撞参数,  $\mathbf{s}_m^p$ 、 $\mathbf{s}_n^T$  核子坐标在碰撞参数平面上的投影、下标  $LM$  表示了在非弹性散射过程中, 靶核角动量的转移。

式(2)的意义是非常明显的, 它将  $S$  矩阵函数展成了各次碰撞下  $S$  矩阵函数之和。通式  $f_{LM}^{(n)}(\mathbf{b})$  为

$$f_{LM}^{(n)}(\mathbf{b}) = (-1)^n \sum_{m_1, \dots, m_n=1}^{A_p} \sum_{n_1, \dots, n_n=1}^{A_T} \langle f | \underbrace{\Gamma_{m_1 n_1} \cdots \Gamma_{m_n n_n}}_n | 0 \rangle \quad (4)$$

其中“ $\sum$ ”表示对不同  $m$ 、 $n$  的所有  $\Gamma_{mn}$  进行求和, 而  $|f\rangle = |(\varphi^p \varphi^T)_{LM}\rangle$ ,  $|0\rangle = |(\varphi^p \varphi^T)_0\rangle$ 。当  $n = 1$  时

$$f_{LM}^{(1)}(\mathbf{b}) = - \sum_{m=1}^{A_p} \sum_{n=1}^{A_T} \langle f | \Gamma_{mn} | 0 \rangle \quad (5)$$

当  $n = 2$  时,

$$f_{LM}^{(2)}(\mathbf{b}) = \sum_{m_1 \neq m_2} \sum_{n_1 \neq n_2} \langle f | \Gamma_{m_1 n_1} \Gamma_{m_2 n_2} | 0 \rangle$$

勾核与因立数之，中情似激在实弹丁，

$$+ \sum_m \sum_{m_1+m_2} \langle f | T_{mn_1} T_{mn_2} | 0 \rangle + \sum_{m_1+m_2} \sum_n \langle f | T_{m_1n} T_{m_2n} | 0 \rangle \quad (6)$$

由上可见,只要求出所有的  $f_{LM}^{(n)}(\mathbf{b})$ ,便可严格算出非弹性散射振幅。但由于  $f_{LM}^{(n)}(\mathbf{b})$  是一个  $n$  体算符且与核结构密切联系在一起。为此,引入基态核形状因子

$$S_0^v(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{A_v}) = \int \prod_{j=1}^{A_v} d\mathbf{r}_j e^{i \sum_{l=1}^{A_p} \mathbf{q}_l \cdot \mathbf{r}_l} |\varphi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{A_v})|^2, \quad v = p, T \quad (7)$$

及靶核跃迁形状因子

$$\begin{aligned} S_{LM}^T(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{A_T}) &= \int \prod_{j=1}^{A_T} d\mathbf{r}_j e^{i \sum_{l=1}^{A_T} \mathbf{q}_l \cdot \mathbf{r}_l} \varphi_{LM}^T(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{A_T}) \varphi_0^T(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{A_T}) \\ &= \int \prod_{j=1}^{A_T} d\mathbf{r}_j e^{i \sum_{l=1}^{A_T} \mathbf{q}_l \cdot \mathbf{r}_l} \rho_{LM}^T(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{A_T}) \end{aligned} \quad (8)$$

便能直接把  $f_{LM}^{(n)}(\mathbf{b})$  与可测量的形状因子及跃迁形状因子联在一起。

在独立粒子模型下,假定靶核为单核子的一次非弹性激发<sup>[7]</sup>,这时

$$S_0^v(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{A_v}) = S_0^v(\mathbf{q}_1) \dots S_0^{A_v}(\mathbf{q}_{A_v}) = \prod_{j=1}^{A_v} S_0^v(\mathbf{q}_j) \quad v = p, T \quad (9.1)$$

$$S_{LM}^T(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{A_T}) = \sum_{l=1}^{A_T} S_{LM}^T(\mathbf{q}_l) \prod_{j \neq l}^{A_T} S_0^T(\mathbf{q}_j) \quad (9.2)$$

及

$$S_0^v(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = S_0^v(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{A_v - 2}) = S_0^v(\mathbf{q}_1) S_0^v(\mathbf{q}_2) \quad v = p, T \quad (10.1)$$

$$\begin{aligned} S_{LM}^T(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) &= S_{LM}^T(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, 0, \dots, 0) \\ &= S_{LM}^T(\mathbf{q}_1) S_0^T(\mathbf{q}_2) + (\mathbf{q}_1 \leftrightarrow \mathbf{q}_2) \end{aligned} \quad (10.2)$$

$S_0^v(q)$ ,  $S_{LM}^T(q)$  为单体形状因子,并有  $S_0^{p,T}(0) = 1$ 。即多体形状因子可用单体形状因子来表示。

为使计算不过分复杂且可与硬球近似的结果相比较,假定在整个非弹过程中,炮弹核不激发,始终为基态 ( $\varphi_l^p = \varphi_0^p$ )。将式(9)、(10)代入(5)、(6)有

$$f_{LM}^{(1)}(\mathbf{b}) = -A_p A_T I_{LM}^{(1)}(\mathbf{b}) \quad (11.1)$$

$$\begin{aligned} f_{LM}^{(2)}(\mathbf{b}) &= A_p A_T [(A_p - 1)(A_T - 1) I_{LM}^{(2,1)}(\mathbf{b}) + (A_T - 1) I_{LM}^{(2,2)}(\mathbf{b}) \\ &\quad + (A_p - 1) I_{LM}^{(2,3)}(\mathbf{b})] \end{aligned} \quad (11.2)$$

三次碰撞项为

$$\begin{aligned} f_{LM}^{(3)}(\mathbf{b}) &= -A_p A_T \{(A_p - 1)(A_p - 2)(A_T - 1)(A_T - 2) I_{LM}^{(3,1)}(\mathbf{b}) \\ &\quad + 3(A_p - 1)(A_T - 1)[(A_T - 2) I_{LM}^{(3,2)}(\mathbf{b}) + (A_p - 2) I_{LM}^{(3,3)}(\mathbf{b})] \\ &\quad + 6(A_p - 1)(A_T - 1) I_{LM}^{(3,4)}(\mathbf{b}) + (A_T - 1)(A_T - 2) I_{LM}^{(3,5)}(\mathbf{b}) \\ &\quad + (A_p - 1)(A_p - 2) I_{LM}^{(3,6)}(\mathbf{b})\} \end{aligned} \quad (11.3)$$

$$I_{LM}^{(1)}(\mathbf{b}) = \frac{1}{2\pi i k} \int d^2 q e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} S_0^p(\mathbf{q}) S_{LM}^T(-\mathbf{q}) f(\mathbf{q}) \quad (11.4)$$

$$I_{LM}^{(2,i)}(\mathbf{b}) = \left( \frac{1}{2\pi i k} \right)^2 \int d^2 q_1 d^2 q_2 e^{-i(\mathbf{q}_1+\mathbf{q}_2)\cdot\mathbf{b}} f(\mathbf{q}_1) f(\mathbf{q}_2) T_{LM}^{2,i}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \quad (11.5)$$

$$T_{LM}^{1,1}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = S_0^p(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) S_{LM}^T(-\mathbf{q}_1, -\mathbf{q}_2)$$

$$T_{LM}^{1,2}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = S_0^p(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) S_{LM}^T(-\mathbf{q}_1, -\mathbf{q}_2)$$

$$T_{LM}^{2,3}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = S_0^p(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) S_{LM}^T(-\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)$$

至于  $I_{LM}^{3,i}(\mathbf{b})$  由于表示式较长, 这里不再给出。由此可清楚地看到,  $I_{LM}^{(n)}(\mathbf{b})$  直接和一体、二体、…… $A_{T(p)}$  体形状因子  $S_0^p(\mathbf{q})$ ,  $S_{LM}^T(\mathbf{q})$ ,  $S_0^p(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$ ,  $S_{LM}^T(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$ , ……联系在一起, 而在推导过程中, 对碰撞方式也没有作任何规定, 从而对称地处理了二核中核子的碰撞。并可严格算出多次非弹振幅  $F_{LM}(\mathbf{q})$ 。

### 三、形状因子和 $I_{LM}^{(n)}(\mathbf{b})$

单粒子的形状因子  $S_0(\mathbf{q})$  一般可写成:

$$S_0(\mathbf{q}) = L_n(\mathbf{q}) e^{-\alpha_0 q^2} \quad (12)$$

$L_n(\mathbf{q})$  为  $\mathbf{q}$  的多项式。若取单粒子密度为高斯型, 即  $L_n(q) = 1$ ,

$$S_0(\mathbf{q}) = e^{-\alpha_0 q^2} \quad (13)$$

而单体跃迁形状因子和传递的角动量  $LM$  有关, 一般可写成:

$$\begin{aligned} S_{LM}(\mathbf{q}) &= \left( \frac{4\pi}{2L+1} \right)^{1/2} S_L(q) Y_{LM}^*(\hat{\mathbf{q}}) \\ &= B'_{LM} S_L(q) e^{-iM\varphi_q}. \end{aligned} \quad (14)$$

而

$$S_L(q) = B_L q^L (1 - e_L q^2) e^{-\alpha_L q^2} \quad (15)$$

称为非弹性约化跃迁形状因子。 $B_L$ 、 $e_L$ 、 $\alpha_L$  为参数, 均可由电子散射实验来定。

有了上述结果, 利用 (13) 和 (14), 这时式 (11) 便可能被积出。

$$\begin{aligned} I_{LM}^{(1)}(\mathbf{b}) &= \frac{1}{2\pi i k} \int d^2 q e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} S_0^p(\mathbf{q}) S_{LM}^T(-\mathbf{q}) f(\mathbf{q}) \\ &= (-i)^M B_L B'_{LM} f(0) \frac{b^M \Gamma \left[ \frac{1}{2}(L+M+2) \right]}{2^{M+1} \Gamma(M+1) G_L^{\frac{1}{2}(L+M+2)}} e^{-iM\varphi_q} - \frac{b^2}{4G_L} \\ &\quad \times \left\{ {}_1F_1 \left( \frac{M-L}{2}, M+1, \frac{b^2}{4G_L} \right) - C_L \frac{L+M+2}{2G_L} \right. \\ &\quad \left. \times {}_1F_1 \left( \frac{M-L-2}{2}, M+1, \frac{b^2}{4G_L} \right) \right\} \\ &\equiv C_{LM}(b, G_L) \end{aligned} \quad (16.1)$$

$$I_{LM}^{(2,i)}(\mathbf{b}) = \left( \frac{1}{2\pi i k} \right)^2 \int d^2 q_1 d^2 q_2 e^{-i(\mathbf{q}_1+\mathbf{q}_2)\cdot\mathbf{b}} f(\mathbf{q}_1) f(\mathbf{q}_2) \cdot S_0^p(\mathbf{q}_1)$$

$$\begin{aligned} & S_0^p(q_2) S_{LM}^T(q_1) S_0^T(q_2) + (q_1 \leftrightarrow q_2) \\ & \equiv C_0(b, G_0) C_{LM}(b, G_L) \end{aligned} \quad (16.2)$$

$$\begin{aligned} f_{LM}^{(2,2)}(\mathbf{b}) &= \left(\frac{1}{2\pi i k}\right)^2 \int d^2 q_1 d^2 q_2 e^{-i(\mathbf{q}_1+\mathbf{q}_2)\cdot \mathbf{b}} f(q_1) f(q_2) S_0^p(q_1) S_0^p(q_2) \cdot S_{LM}^T(-q_1-q_2) \\ &= \frac{f(0)}{8(a+2\alpha_0^p)} C_{LM}(b, G_L') \end{aligned} \quad (16.3)$$

$$\begin{aligned} I_{LM}^{(2,3)}(\mathbf{b}) &= \left(\frac{1}{2\pi i k}\right)^2 \int d^2 q_1 d^2 q_2 e^{-i(\mathbf{q}_1+\mathbf{q}_2)\cdot \mathbf{b}} f(q_1) f(q_2) S_0^p(q_1+q_2) \\ &\quad \cdot S_{LM}^T(q_1) S_0^T(q_2) + (q_1 \leftrightarrow q_2) \\ &= C_0(b, G_0) C_{LM}(Vb, G_L'') \end{aligned} \quad (16.4)$$

$$C_0(b, G_0) = \frac{1}{2G_0} f(0) e^{-b^2/4G_0}$$

$$G_0 = \alpha_0^p + \alpha_0^T + a/2, \quad G_L = \alpha_0^p + \alpha_L^T + a/2$$

$$G_L' = \alpha_L^T + \alpha_0^p/2 + a/4, \quad G_L'' = G_L - \alpha_0^{p2}/G_0$$

$$V = 1 - \alpha_0^p/G_0$$

原则上,更大  $n$  的  $I_{LM}^{(n,i)}(\mathbf{b})$  都可求得,即所有的  $f_{LM}^{(n)}(\mathbf{b})$  均可求得。这样,在上述假定下,按 Glauber 方法,便可求得严格的非弹性散射振幅  $F_{LM}^G(q)$ :

$$\begin{aligned} F_{LM}^G(q) &= -\frac{iK}{2\pi} \int d^2 b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} [f_{LM}^{(1)}(\mathbf{b}) + f_{LM}^{(2)}(\mathbf{b}) + \dots] \\ &= iK \int b db J_M(qb) [d_{LM}^{(1)}(\mathbf{b}) + d_{LM}^{(2)}(\mathbf{b}) + \dots] \end{aligned} \quad (17)$$

$$f_{LM}^{(n)}(\mathbf{b}) = (-i)^M e^{-iM\varphi_q} d_{LM}^{(n)}(q)$$

至此,在形式上,我们给出了严格解 Glauber 方法描述的核-核非弹性散射振幅。

#### 四、严格解与硬球近似的比较

计算所有  $f_{LM}^{(n)}(\mathbf{b})$  是一繁琐的工作,当  $n$  增大时,要进行很复杂的多重积分计算,这是很不合算的。为此,提出了一个易于处理所有高次项的办法就是硬球近似(也称刚性炮弹近似),它认为炮弹核中所有核子先和靶核中一核子进行碰撞,然后再对所有靶核子进行积分。故需先求得入射核  $A_p$  与靶核中一个核子的多次弹性散射振幅。在以  $\alpha$  入射时,其振幅为<sup>[4]</sup>:

$$\begin{aligned} f_\alpha(q) &= \frac{i\lambda}{2} \sum_{n=1}^4 F_n e^{-f_n q^2} \\ F_n &= (-1)^{n+1} \frac{4!}{n!(4-n)!} \frac{D^n}{n\lambda} \\ f_n &= \frac{1}{4n\lambda}, \quad \lambda = \frac{1}{2(a+2\alpha_0^p)} \\ D &= \frac{\sigma(1-i\rho)}{4\pi(a+2\alpha_0^p)} \end{aligned}$$

这样,在一次非弹性碰撞假设下<sup>[7]</sup>,用硬球近似得核-核非弹性散射振幅为<sup>[6]</sup>

$$F_{LM}^R(\mathbf{q}) = i A_T K \int b db J_M(qb) \Gamma_{LM}(b) [1 - \Gamma_0(b)]^{4T-1} \quad (18)$$

其中

$$\Gamma_{LM}(b) = \sum_{n=1}^4 F_n C_{LM}(b, g_{Ln}) = \sum_{n=1}^4 \Gamma_{LM}^{(n)}(b)$$

$$\Gamma_0(b) = \sum_{n=1}^4 \Gamma_0^{(n)}(b) = \frac{1}{4} \sum_{n=1}^4 \frac{1}{g_{0n}} F_n e^{-b^{3/4} g_{0n}}$$

$$g_{Ln} = \alpha_L + f_n$$

有关硬球近似的详细讨论见[6].

为了比较  $F_{LM}^G(\mathbf{q})$  与  $F_{LM}^R(\mathbf{q})$  的差异, 我们具体计算了  $A_p = 4$  的  $\alpha$  粒子与  $C^{12}$  的非弹性散射。 $\alpha$  能量为  $1.37\text{GeV}$ . 为减小结果与所用核模型的依赖性, 我们所用参数均为自由电子散射所定出的<sup>[8]</sup>. 它们分别是:  $\sigma = 2.84\text{fm}^2$ ,  $\rho = 0.26$ ,  $\beta^2 = 0.045\text{fm}^2$ ,  $\alpha_0^2 = 0.3\text{fm}^2$

$d\sigma/d\Omega$  (mb/sr)

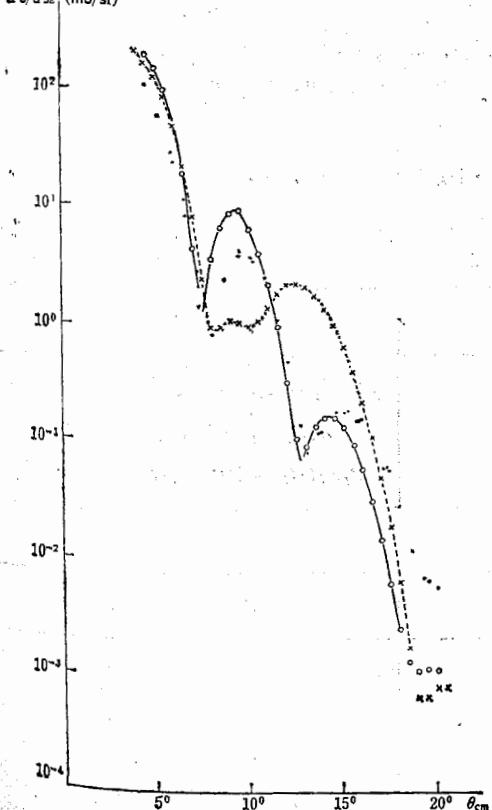


图1  $\alpha-^{12}\text{C}$  非弹性散射( $2^+$ 态)微分截面。 $E_\alpha = 1.37\text{GeV}$   
—x—线, 部分严格 Glauber 解结果。  
—○—线, 硬球近似结果。·实验实。

$d\sigma/d\Omega$  (mb/sr)

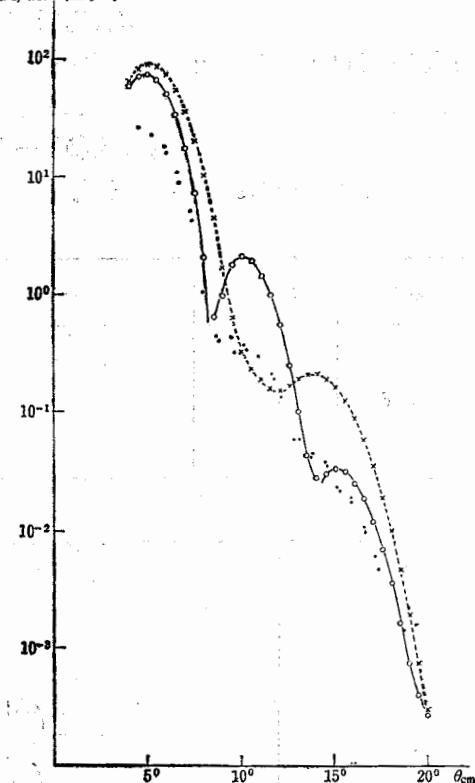


图2  $\alpha-^{12}\text{C}$  非弹性散射( $3^-$ 态)  
微分截面。解释同图1.

$C^{12}$  的约化跃迁形状因子为<sup>[8]</sup>:

$L^*$	$T(E)$	$B_L(\text{fm}^L)$	$C_L(\text{fm}^2)$	$\sigma_L(\text{fm}^2)$
$2^+$	$0(4.43)$	0.24	0.130	0.574
$3^+$	$0(9.64)$	0.132	0	0.767
$0^+$	$0(0)$	1	0	0.681

不再有任何其它可调参数。

由于  $f_{LM}^{(n)}(\mathbf{b})$  的计算是很繁的。为便于讨论, 我们只给出了部分的严格解  $F_{LM}^G(q)$ , 即  $f_{LM}^{(1)}(\mathbf{b}), f_{LM}^{(2)}(\mathbf{b})$  均由式 (11)、(16) 给出, 而其它高次项均用硬球近似来代替, 计算结果如图所示。

## 五、分析和讨论

由图 1,2 可见, 对于  $\alpha + C^{12}$  非弹性散射, 按 Glauber 方法和硬球近似的结果, 不论  $2^+$  或  $3^-$  态, 它们在小角度 ( $< 8^\circ$ ) 基本上是一致的。当角度稍大时, 两种结果的差异是明显的, 角度再大时, 它们的形状又趋于接近, 且严格解要略强些。为了说明这种差异, 我们以核子-核子碰撞为单位, 进一步分析各次碰撞下的特点。首先, 一次碰撞下, 硬球近似的振幅(在  $b$  一表象)为

$$A_T \Gamma_{LM}^{(1)}(\mathbf{b}) = A_p A_T C_{LM}(\mathbf{b}, G_L)$$

与严格解 (11.1) 完全一致。这也是很显然的。它们都是冲量近似项。至于二次碰撞项, 在硬球近似下, 共有两项, 根据式 (18), 它们为

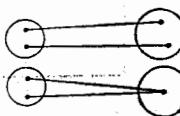
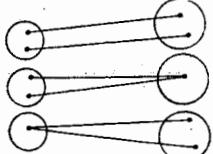
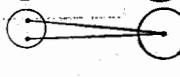
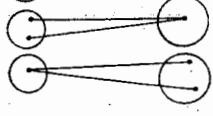
$$A_T [\Gamma_{LM}^{(2)}(\mathbf{b}) - (A_T - 1)\Gamma_0^{(1)}(\mathbf{b})\Gamma_{LM}^{(1)}(\mathbf{b})]$$

而严格解, 由式 (11.2), 共有三项。为明瞭起见, 将它们的比较列于表 1。

表 1

碰撞次数	类型	硬球近似解	严格的 Glauber 解
二	I	$A_T(A_T - 1)\Gamma_{LM}^{(1)}\Gamma_0^{(1)}$	$A_p A_T(A_p - 1)(A_T - 1)C_0(b, G_0)C_{LM}(b, G_L)$
	II	$-A_T\Gamma_{LM}^{(2)}(\mathbf{b})$	$A_T A_p(A_p - 1)f(0)C_{LM}(b, G_L')$
	III		$A_p A_T(A_T - 1)C_0(b, G_0)C_{LM}(Vb, G_L'')$

表 2

类型	硬球近似	严格解
I	炮弹 —— 靶核	炮弹 —— 靶核
II		
III		

对上表中各函数稍加整理后便可发现,一、二两类,在两种计算方法下,除常系数外,其函数形式是一样的。但硬球近似的第一类项比严格解的强,而第二类项的强度是一样的。但第三类项,只有严格解时才存在。它的强度正好是第一类项硬球近似多出的部分。用图形表示,它们分别的情况见表2。由表2可清楚地看到,严格解的第三类图正是第二类图的对称图,也正是对称地处理炮弹和靶核的结果。

至于三次碰撞项,在硬球近似下,只有三类图形,而严格解,由对称考虑,共有五类图形,硬球近似比严格解少两类图形、缺少的两类图形用已有的图形来代替,但各种图形数的总和不变。更高次项也可类推。

至此,可清楚地看到,硬球近似实际上把某些图形用另一些图形来代替,以便于处理。

在图(1)、(2)中所出现的差别,正是反映了上述两种不同计算方法的结果。在具体计算中,我们没有算出所有严格的高次项,所得的结果仅是反映了低于二次碰撞的差别。如能算出三、四次碰撞的严格结果,由于振幅相消的原因,很可能会使目前 $8^{\circ}$ — $15^{\circ}$ 间的理论结果和实验更接近。在核-核非弹性散射的情况下,通过核子-核子一、二次碰撞项的讨论和对比,对进一步研究核-核非弹性散射以及探讨核-核非弹性的处理方法将是有益的。

### 参 考 文 献

- [1] R. J. Glauber, *Lectures in theor. Phys.*, vol. 1(1959), 315.
- [2] D. R. Harrington, *Phys. Rev.*, **184**(1969), 1745.
- [3] W. Czyz and L. C. Maximon, *Ann. of Phys.*, **52**(1969), 59.
- [4] G. D. Alkhazov et al., *Nucl. Phys.*, **A294**(1975), 465.
- [5] V. Franco and G. K. Varma, *Phys. Rev.*, **C18**(1978), 349.
- [6] 刘渊、李扬国, 高能物理与核物理, **9**(1985), 283.
- [7] K. M. Watson, *Nucl. Phys.*, **3**(1957), 35.
- [8] C. Wilkin, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **24**(1974), 341.
- [9] A. Chaumeaux et al., *Nucl. Phys.*, **267**(1976), 413.

## GLAUBER'S METHOD AND NUCLEUS-NUCLEUS INELASTIC SCATTERING AT HIGH ENERGY

LI YANG-GAO

(North China University of Technology)

LIU YUAN ZHANG YU-SHUN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

In the framework of Glauber's multiple scattering theory, the exact expressions of the amplitude for nucleus-nucleus inelastic scattering at high energy are derived. Taking inelastic scattering of 1.37 GeV  $\alpha$  on  $C^{12}$  as an example, the differential cross sections for  $2^+$  and  $3^-$  states of  $C^{12}$  have been calculated by the rigid projectile approximation and exact method respectively. There are some differences between the differential cross sections obtained by these two methods. These differences show the characters of these methods.