

$\sqrt{S}=540\text{GeV}$ $\bar{p}p$ 碰撞中 KNO 无标度性研究

李春显 王政之

(山东大学光学系)

摘 要

本文运用多火球独立产生模型^[1]计算了 $\sqrt{S} = 540\text{GeV}$ $\bar{p}p$ 碰撞中的 KNO 无标度性曲线和多次矩。理论计算结果与实验结果符合得很好，并揭示了其物理背景。

Koba、Nielsen 和 Olesen^[2] 指示，如果将带电多重数 n_{ch} 的几率 $P(n_{ch})$ 用平均多重数 $\langle n_{ch} \rangle$ 来标度(即以 $n_{ch}/\langle n_{ch} \rangle$ 为横坐标， $\langle n_{ch} \rangle P(n_{ch})$ 为纵坐标)，则所得的曲线将与能量无关，即

$$\langle n_{ch} \rangle P(n_{ch}) = \phi(n_{ch}/\langle n_{ch} \rangle).$$

但最近的 SPS 的多重产生实验结果表明：这与低能下的 KNO 无标度性发生严重偏离。SPS 的实验结果已引起人们的普遍关注。

本文作者之一曾在 1977 年对低能 ($\sqrt{S} = 63\text{GeV}$ 以下)下的 KNO 无标度性作过探讨^[3]。本文的目的试图对 $\sqrt{S} = 540\text{GeV}$ $\bar{p}p$ 碰撞中的 KNO 无标度性作一深入研究。

本文作者之一在 1977 年的黄山会议上为统一地解释 KNO 无标度性和 Wroblewski 规则曾提出多火球独立产生模型^[4]，其物理图象基于如下的物理假定：

1. 两个高速强子相互碰撞，当带头粒子飞去之后，剩下的能量形成 l 个火球，这些火球不带有碰撞前强子的任何量子数，在统计上是独立的。
2. 每个火球形成之后，再按指数分布衰变为可观察的强子。

实验发现，高能碰撞中产生的强子大多数是 π 介子，其他粒子是非常少的(例如 $\sqrt{S} = 53\text{GeV}$ $\bar{p}p$ 碰撞中 π^\pm 占 90%， $\sqrt{S} = 540\text{GeV}$ $\bar{p}p$ 碰撞 π^\pm 占 84%) 为了抓住矛盾的

主要方面,我们暂时只考虑 π 介子。 π 介子是玻色子,服从玻色分布,

$$P(n) = \frac{1}{1 + \bar{n}} \left(\frac{\bar{n}}{1 + \bar{n}} \right)^n. \quad (1)$$

(实际上这是二项式分布的特例)式中 n 是 π 介子的数目, \bar{n} 是一个火球里放出的平均 π 介子数, $P(n)$ 是放出 n 个 π 介子的几率。

设此分布的母函数是 $G(t)$

$$G(t) = \sum_{n=0}^{\infty} t^n P(n) = \left[(1 + \bar{n}) \left(1 - \frac{\bar{n}}{1 + \bar{n}} t \right) \right]^{-1}, \quad (2)$$

如果在给定能量下有 l 个火球独立产生出来(l 一般与能量相关),把 l 个火球放出 n 个粒子的几率记为 $P_l(n)$,则由概率论^[3]我们知道,它的母函数 $G_l(t)$ 是 $G(t)$ 的 l 次方

$$G_l(t) \equiv \sum_{n=0}^{\infty} t^n P_l(n) = [G(t)]^l. \quad (3)$$

由(2)、(3)借助母函数技术不难求出

$$P_l(n) = \frac{l! \langle n \rangle^n}{(l + \langle n \rangle)^{l+n}} \frac{\Gamma(l+n)}{\Gamma(l)\Gamma(n+1)}, \quad (4)$$

这是 Polya 分布。为写成 KNO 无标度形式,令 $n/\langle n \rangle \equiv Z$ 。

$$\begin{aligned} \langle n \rangle P_l(n) &= \frac{l!}{\Gamma(l)} \cdot \frac{\langle n \rangle^{n+1}}{(l + \langle n \rangle)^{l+n}} \cdot \frac{\Gamma(l+n)}{\Gamma(n+1)} \\ &= \frac{l!}{\Gamma(l)} Z^{l-1} \left(\frac{1}{\frac{l}{\langle n \rangle} + 1} \right)^n \frac{\left(1 + \frac{l-1}{n} \right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n} \right) \cdot 1}{\left(1 + \frac{l}{\langle n \rangle} \right)^l}. \end{aligned} \quad (5)$$

当 $\frac{l}{\langle n \rangle} \ll 1$ 时

$$\left(\frac{1}{\frac{l}{\langle n \rangle} + 1} \right)^n \simeq e^{-lZ}.$$

由于 $\left(1 + \frac{l-1}{n} \right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n} \right) \leq \left(1 + \frac{l-1}{n} \right)^l$,

当 $n \geq \frac{l-1}{l} \langle n \rangle$ 时, $\frac{\left(1 + \frac{l-1}{n} \right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n} \right)}{\left(1 + \frac{l}{\langle n \rangle} \right)^l} \rightarrow 1$ 。

于是当 $\frac{l}{\langle n \rangle} \ll 1$ 时,(5)式可近似为

$$\langle n \rangle P_l(n) \rightarrow \frac{l!}{\Gamma(l)} Z^{l-1} e^{-lZ}. \quad (6)$$

(6)式就是 KNO 无标度形式。

若我们以信度 0.05 来观察,当 $\langle n \rangle = 11$ 时, l 取 6,当 $n \geq 4$ 时,由(4)式与(6)计算出的几率便相差无几。

测量
(6):

(7)

度性

量级

同位

能

从

成

的

重

的

的

的

的

的

的

的

的

的

的

的

的

的

的

的

的

的

的

的

1)

 π

1. 在 $\sqrt{s} = 540\text{GeV}$ 的 $\bar{p}p$ 对撞全快度区间非衍多重分布 KNO 无标度性已由 UA5 测量出^[4]. 实验测量结果是归一化为 2, 并且测量的粒子数 n 是带电的. 为与实验比较, (6)式也必须归一化为 2. 将(6)式中的 n 换为 n_{ch} 于是可与实验结果比较的(6)式须改为

2)

$$\langle n_{ch} \rangle P(n_{ch}) = 2\phi(Z), \quad (7)$$

个

$$\phi(x) = \frac{l^l}{\Gamma(l)} Z^{l-1} e^{-lZ},$$

3)

(7) 式中的 $Z \equiv n_{ch}/\langle n_{ch} \rangle$. 在(7)式中令 $l = 3$, 所得曲线与 UA5 测得的 KNO 无标度性曲线符合得很好, (如图 1). 我们也计算了 $P(n_{ch})$ 随 n_{ch} 的变化, 并与 UA5 的测量结果作了比较(见图 3). 在 $\sqrt{s} = 540\text{GeV}$ 时, $\langle n_{ch} \rangle = 28.9 \pm 0.4$ 考虑到 π 介子的同位旋为 1, $\langle n \rangle = 43.4$, $l/\langle n \rangle = 0.023 \ll 1$ 的条件是满足的. 为了与低能^[5]下(关于低能下的 KNO 无标度性我们将专题讨论)的 KNO 无标度性进行比较, 我们也计算了 $\sqrt{s} = 23.6-62.8\text{GeV}$ 的 KNO 无标度性, 在(7)式中令 $l = 6$ 就能与实验很好符合(图 2). 从理论与实验比较中容易发现, KNO 无标度性发生偏离的原因是高能与低能碰撞所形成的火球数目不同, 随着能量的升高, 火球的数目将减少.

4)

5)

2. 实验表明^[6], 在给定的“快度窗口”里, 无标度性的多重分布 $\phi(n_w/\langle n_w \rangle) \equiv \langle n_w \rangle P(n_w)$ ($P(n_w)$ 是在快度窗口观察到的 n_w 个荷电强子的几率, $\langle n_w \rangle$ 是 n_w 的平均值)明显地依赖于“快度窗口”的大小. UA5 测量了赝快度 $|\eta| < 5, 3, 1.5$ 和 0.5 的无标度性的多重分布, 即“快度窗口”事件. 实验发现“快度窗口”事件有如下特点:

(1) 对于小的“快度窗口”, 无标度性多重分布的极值位置 Z_{\max} 向 $Z \equiv n_{ch}/\langle n_{ch} \rangle$ 小的方向移动, 当 $|\eta| < 5$ 时, $Z_{\max} = 0.6$; 当 $|\eta| < 3, 1.5$ 和 0.5 时, Z_{\max} 分别为 $0.5, 0.3$ 和 0.2 .

(6)

计算

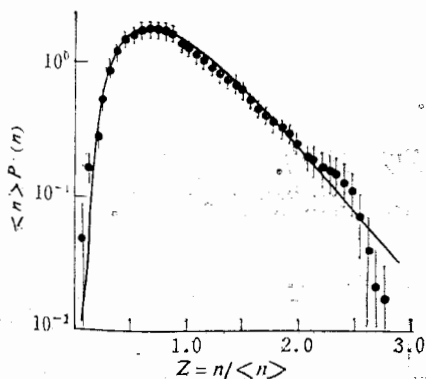


图 1 ● UA5

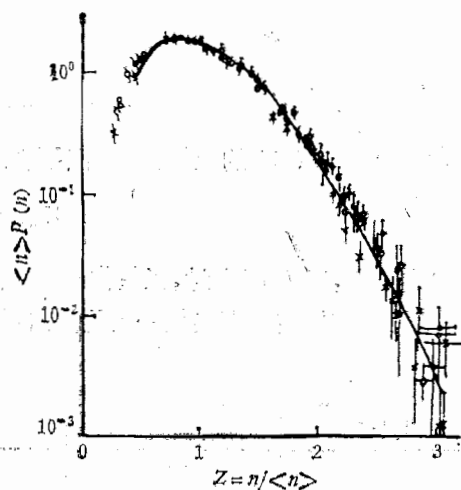
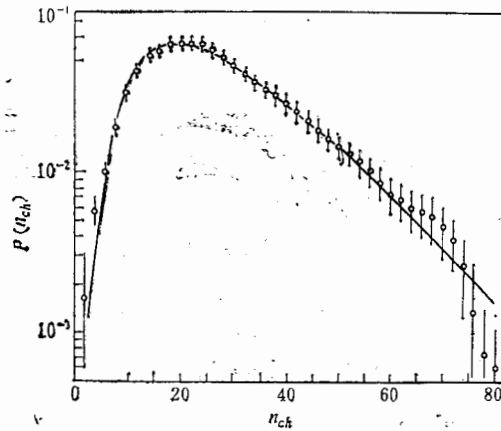


图 2 ○ ISR * FNAL and SERPUKHOV

图 3 ϕ UA5

(2) 当“快度窗口”的尺寸减少时, 随 $Z_w = n_w / \langle n_w \rangle$ 增大 $\phi(Z_w)$ 曲线变得越来越平坦。

我们按照多火球模型解释“快度窗口”事件。在给定的碰撞能量下有 l 个火球在全快度区间作贡献。不难想象当在某一个快度 $|\eta| < a$ 的区间内, 只能有 l' 个火球对观察作出贡献 ($l' < l$), 因为这时观察到的并非是整个实验的全貌, l' 可为分数。当“快度窗口”开得越大, 就可能有越多的火球作出贡献; 当“快度窗口”开到全区间, 就有 l 个火球作出贡献。(见图 4)

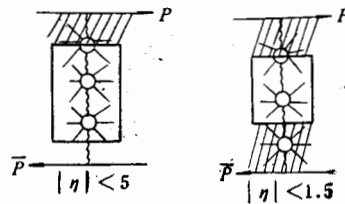


图 4 “快度窗口”事件的物理图象。
阴影部分是实验上观察不到的部分

由(7)式, $\phi(Z)$ 的极值位置由下式决定:

$$Z_{\max} = \frac{l' - 1}{l'} \quad (8)$$

由(8)式可见, 当 l' 减少时, 极值位置 Z_{\max} 向 Z 减少的方向移动。由于 $l' > 0$, $\therefore Z_{\max} < 1$, 这是与目前的实验事实相一致的。这样就解释了“快度窗口”的第一个特点。为符合实

表 1

$ \eta <$	5	3	1.5	0.5
l'	2.5	2	1.43	1.25
Z_{\max}	0.6	0.5	0.3	0.2

验结果,算得的火球数目与 Z_{\max} 列于表 1.

我们再计算 $\phi(Z)$ 随 Z 变化的斜率. (7)式对 Z 求导:

$$\frac{\partial}{\partial Z} \phi(Z) = \frac{l''}{\Gamma(l')} [(l' - 1) - l'Z] Z^{l''-2} e^{-l'Z}. \quad (9)$$

当 $Z < (l' - 1)/l'$ 时(在极值位置左边) $\frac{\partial \phi}{\partial Z} > 0$. 设对于两个大小不同的“快度窗口”, 所观察到的火球数目分别为 l'_1 和 l'_2 , 且 $l'_1 > l'_2$, 则当 Z 取同一值时 $\frac{\partial \phi(Z, l'_1)}{\partial Z} > \frac{\partial \phi(Z, l'_2)}{\partial Z}$. 当 $Z > (l' - 1)/l'$ 时(在极值位置右边), $\frac{\partial \phi}{\partial Z} < 0$, 当 Z 取同一个值时, 则 $\frac{\partial \phi(Z, l'_1)}{\partial Z} < \frac{\partial \phi(Z, l'_2)}{\partial Z}$. 这表明“快度窗口”开得越小的 KNO 无标度性曲线越平坦. 由图(5)可见, $|\eta| < 0.5$ 的是最平坦的一条曲线. 这就是“快度窗口”多重分布的第二个特点.

我们计算了不同“快度窗口”的 KNO 无标度性,并与 UA5 的实验结果作了比较(见图(5)). 从比较中可见,理论计算结果与实验结果符合得相当好. 于是我们得出结论,衰变成可观察到粒子的火球数目与“快度窗口”的大小有密切的关系.

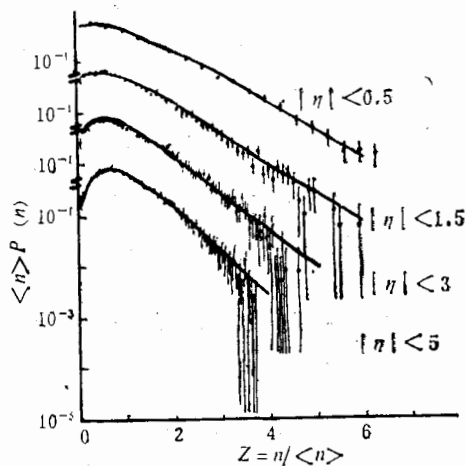


图 5

三

对 KNO 无标度性的研究,通常还要对矩进行讨论. 我们知道,

$$\langle n^q \rangle = C_q \langle n \rangle^q, \quad (10)$$

$$C_q = \int_0^\infty Z^q \phi(Z) dZ,$$

q 为整数, C_q 为 q 次矩系数. 由(7)、(10)式算得

$$C_q = \frac{(q + l - 1)!}{(l - 1)! l^q}. \quad (11)$$

如果 KNO 无标度性是严格成立的,则矩不随能量变化。按照我们的模型 l 一般与能量有关,所以 C_q 也是能量的函数。

实验上发现^[4],矩随能量的增高而增大,最高次矩增长得最快。我们计算了 $\sqrt{S} = 540\text{GeV}$ 的矩。为显示 KNO 无标度性对低能的偏离,我们也计算了 $\sqrt{S} = 62.8\text{GeV}$ 的矩,其计算结果列于表 2:

表 2

	$\sqrt{S} = 540\text{GeV}$		$\sqrt{S} = 62.8\text{GeV}$	
	理论值	实验值	理论值	实验值
C_2	1.33	$1.31 \pm 0.01 \pm 0.03$	1.17	1.20 ± 0.01
C_3	2.22	$2.12 \pm 0.03 \pm 0.11$	1.56	1.67 ± 0.03
C_4	4.44	$4.05 \pm 0.10 \pm 0.30$	2.33	2.63 ± 0.09
C_5	10.4	$8.8 \pm 0.4 \pm 0.9$	3.89	4.6 ± 0.2

从上表看出,对 $\sqrt{S} = 540\text{GeV}$ 的矩,理论计算结果与实验结果符合得相当好。

按照我们的模型讨论最高次矩随能量变化的特点。如前所述,随能量增高,火球的数目减少,因而 $\frac{\Delta l}{\Delta \sqrt{S}} < 0$ 。我们定义 $\frac{\Delta C_q}{\Delta \sqrt{S}}$ 为 q 次矩相对于能量的变化速度:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta C_q}{\Delta \sqrt{S}} = & [(q+l-2) \cdots l + (q+l-1)(q+l-3) \cdots l \\ & + (q+l-1) \cdots (l+1) - q(q+l-1) \cdots \\ & (l+1)] l^{-q} \frac{\Delta l}{\Delta \sqrt{S}}. \end{aligned}$$

由于 $[(q+l-2) \cdots l + (q+l-1)(q+l-3) \cdots l + \cdots + (q+l-1) \cdots (l+1) - q(q+l-1) \cdots (l+1)] < 0$,

$\therefore \frac{\Delta C_q}{\Delta \sqrt{S}} > 0$, 即 q 次矩随 \sqrt{S} 增高而增大。

我们再讨论 q 次矩随 \sqrt{S} 的增长速度。由于我们还不清楚 l 与 \sqrt{S} 的定量关系,因而我们讨论各次矩相对于二次矩的速度比:

$$\frac{\frac{\Delta C_q}{\Delta \sqrt{S}}}{\frac{\Delta C_2}{\Delta \sqrt{S}}} = \frac{\Delta C_q}{\Delta C_2} = \frac{C_{q;540} - C_{q;62.8}}{C_{2;540} - C_{2;62.8}},$$

$C_{q;540}$ 、 $C_{q;62.8}$ 分别为 $\sqrt{S} = 540\text{GeV}$ 、 62.8GeV 时的 q 次矩。理论结果与实验结果^[4]列于表 3。

表中第二列为用实验中心值计算的结果。第三列中计算 $\Delta C_2 = C_{2;540} - C_{2;62.8}$ 。在 $\sqrt{S} = 540\text{GeV}$ 时用的是实验最大值,即 $C_{2;540} = 1.31 + 0.01 + 0.03 = 1.34$, $C_{2;62.8}$ 是

用了 6
的 q 次
是最优
围。
球按
火球数
离。不
探讨。

[1]
[2]
[3]
[4]
[5]
[6]

GeV
Expe
Grou

表 3

	理 论	实 验	
$\frac{\Delta C_3}{\Delta C_2}$	2.61	4.09	1.75
$\frac{\Delta C_4}{\Delta C_2}$	7.17	12.9	5.81
$\frac{\Delta C_5}{\Delta C_2}$	21.4	38.2	16.9

用了 62.8GeV 的最小值 $C_{2;62.8} = 1.20 - 0.01 = 1.19$. 而 $C_{q;540}$ 是用了 $\sqrt{S} = 540\text{GeV}$ 的 q 次矩的最小值, $C_{q;62.8}$ 是用了 62.8GeV q 次矩的最大值, 因而算出的矩的速度比值是最低的. 由表中可见, 理论计算值位于实验最小值与中心值之间, 不超出实验误差范围.

总结以上的讨论, 我们认为 KNO 无标度性的物理背景是多火球独立产生与每个火球按指数规律放出粒子的自然结果. 由于火球数目与能量有一定的关系, 随着能量升高火球数目将发生变化, 从而导致了 $\sqrt{S} = 540\text{GeV}$ 与低能下的 KNO 无标度性发生偏离. 在我们的模型中火球数目对能量、快度间隔的定量依赖关系尚不清楚, 有待于进一步探讨.

感谢去病同志所给予的热情帮助.

参 考 文 献

- [1] 王政之, 高能物理与核物理, 1(1977), 90. 王政之, 墨文川, 高能物理与核物理, 3(1979), 523.
- [2] Z. Koba, H. B. Nielson and P. Olesen, *Nucl. Phys.*, B40(1972), 317.
- [3] W. Feller, *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, New York-London, 1950.
- [4] Alner et al., *Phys. Lett.*, 138B(1984), 304.
- [5] 参考文献 [4] 所引的文献 [13] 和 [21].
- [6] UA5 Collaboration, Invited talk at the IVth International Workshop on $\bar{p}p$ Collider Physics, Bern, 5—8th March, 1984.

THE STUDY OF KNO SCALING IN THE $\bar{p}p$ COLLISION

$$\sqrt{S}=540\text{GeV}$$

LEE CHUN-HSIEN WANG CHENG-CHIH

(Shandong University)

ABSTRACT

The curve of KNO scaling and the multiplicity moments in $\bar{p}p$ collision $\sqrt{S}=540\text{GeV}$ are calculated by independently-produced-many-fire ball model. Comparison with experiments shows a good agreement between the data and theory. The physical background the model is analysed.