

# 用分离线圈实现无铁线圈边缘场的成形与调整

李增海 茅乃丰 孙亲仁

(中国科学院原子能研究所)

## 摘 要

本文给出了用线圈参量(几何参量和电流参量)表示的各种无铁载流线圈磁场分布的表达式,提出了用不同参量的分离线圈实现边缘场成形与调整的方法,并用最小二乘优化实现了参量优化选择.文章以无铁环形磁 $\beta$ 谱仪边缘场的成形与调整为例,说明了上述方法的应用.

## 一、引 言

许多仪器设备离不开磁场,其中有不少用无铁载流线圈作为场源,如:等离子体磁约束装置<sup>[1,2]</sup>,带电粒子偏转系统,带电粒子分析系统<sup>[3,4,5]</sup>等.一些简单的无铁线圈就能产生某种特定的场分布(如均匀场<sup>[6,7]</sup>).无铁线圈也常用于场的垫补<sup>[8,9]</sup>.无铁载流线圈的磁场与线圈参量之间的关系比较容易得到,从而可以对磁场系统进行最优化设计.不同仪器对场的要求不同,有些仪器只对场内部某区域的场有要求,而有些还对场的边缘分布有很高的要求.为此希望对场源能灵活地加以调整以实现某种场分布.对内部场的分布人们一般比较注意,因此对它的调整、垫补人们已经做了比较多的工作,但却很少讨论无铁载流线圈边缘场的调整.在带电粒子光学中,边缘场对光学系统的光学性质有很大的影响.例如,在利用氡 $\beta$ 衰变测定中微子静止质量的实验中,环形磁 $\beta$ 谱仪(图1)的边缘场效应就很突出,要消除高级象差提高谱仪分辨率,边缘场的调整是一个关键.无铁载流线圈与其场之间的参量关系将给这些调整带来很大方便.本文给出了用线圈参量表示的各种载流线圈场分布的表达式,提出了用不同参量的分离线圈调整边缘场的方法,并用最小二乘优化实现了参量的优化选择.文章以无铁环形磁 $\beta$ 谱仪边缘磁场的成形为例,说明了上述方法的应用.

## 二、分离线圈及其参量化

两极磁铁的边缘场往往采用磁屏蔽套或磁调整条(“蛇条”)进行调整<sup>[10]</sup>.但对无铁线

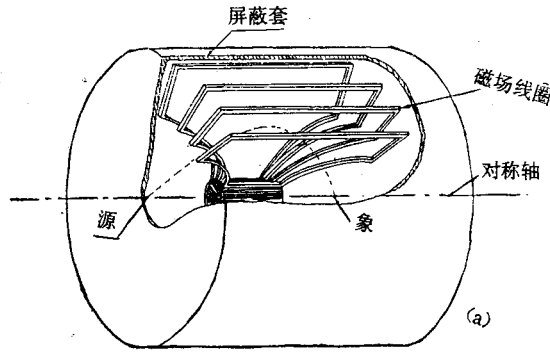


图 1(a) 环形磁  $\beta$  谱仪模型示意图, 36 组线圈绕对称轴沿辐角方向均匀排列, 图中只画出了其中 4 组线圈。

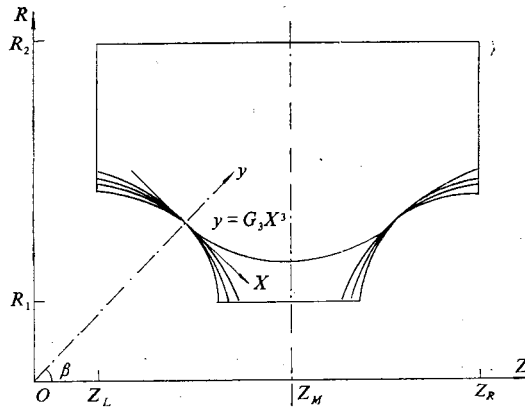


图 1(b) 谱仪磁场线图, 粒子入口出口处采用分离线圈。

圈来说, 它们的引入将会影响到内部场的分布, 并使场的计算变得复杂起来。本文提出用分离线圈, 即若干具有不同形状、载有不同电流的线圈(如图 1) 来实现无铁载流线圈边缘场的调整。由于不同形状的线圈在空间产生的场分布不同, 再进一步调整各个线圈的场在总场中所占的比例(调节电流等), 就可以得到不同的场分布。

线圈的场分布与线圈的几何形状和载流大小相对应, 这种对应可以通过线圈的几个参量反映出来。例如直线段的场分布只与线段长度和电流有关, 线段的长度和电流就是直线段电流元的两个参量。用线圈的参量来描述源和场的性质是分析复杂线圈场的一种行之有效的方法。我们把这种方法称为线圈的参量化。以无铁环形磁  $\beta$  谱

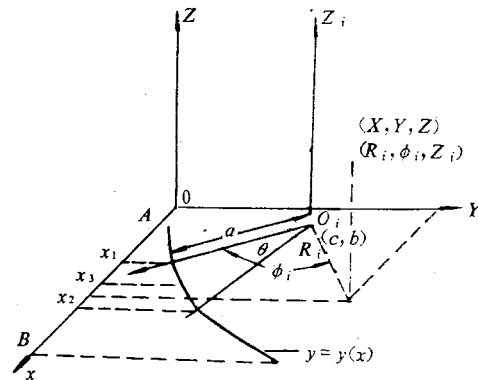


图 2 高次曲线电流元及其各参量。

仪磁场线圈为例,如果选取谱仪参量  $k = 0.5$ , 则场等效边界近似于圆弧<sup>[11,12]</sup>, 所以我们取主线圈在粒子入口、出口处的形状为圆弧形; 为便于参量化, 其它分离线圈在谱仪入口、出口处为  $n$  次曲线。这些线圈都可以用有限的几个参量来表示。例如: 圆弧有三个参量: 圆弧半径  $a$ , 圆心角  $\theta$  和电流  $I$ ; 高次曲线  $Y = G_n X^n$  有四个参量(图2): 系数  $G_n$ , 端点坐标  $A$ 、 $B$  和电流  $I$ ; 直线段有两个参量: 线段长度  $L$  和电流  $I$ 。

### 三、各种电流元的场

由于不存在磁介质, 所以各种无铁线圈的场可以线性迭加。据此, 这里先来推导各种曲线电流元, 包括直线、圆弧和任意平面曲线电流元场分布的表达式。

#### 1. 任意空间直线段电流元的场

设空间直线段电流元两端点在  $X, Y, Z$  坐标系中坐标为  $A(X_1, Y_1, Z_1), B(X_2, Y_2, Z_2)$ 。电流由  $A$  流向  $B$ 。  $L = [(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2]^{1/2}$  为线段长度。经下列变换可求得线段  $AB$  的空间场分布:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \\ Z_2 - Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & -M_2 \cdot M_3 & M_4 \cdot M_3 \\ M_3 & M_2 \cdot M_1 & -M_4 \cdot M_1 \\ 0 & M_4 & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_1 \\ Y - Y_1 \\ Z - Z_1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中:

$$M_1 = -(Y_2 - Y_1) \cdot [(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2]^{-1/2}, \quad M_2 = (Z_2 - Z_1)/L,$$

$$M_3 = (X_2 - X_1) \cdot [(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2]^{-1/2},$$

$$M_4 = [(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2]^{1/2}/L.$$

磁场可表示为:

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = [M]^T \begin{bmatrix} -v \cdot B_0 / [u^2 + v^2]^{1/2} \\ u \cdot B_0 / [u^2 + v^2]^{1/2} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中:

$$\begin{aligned} B_0 = -\frac{I[u^2 + v^2]^{1/2}}{c} \{ & 1 / [(u^2 + v^2 + (w - L)^2)^{1/2} + L - w] \\ & \cdot [u^2 + v^2 + (w - L)^2]^{1/2} - 1 / [(u^2 + v^2 + w^2)^{1/2} - w] \\ & \cdot [u^2 + v^2 + w^2]^{1/2} \}, \end{aligned} \quad (3)$$

$[M]^T$  表示  $[M]$  的转置(此处  $[M]^T = [M]^{-1}$ )。

#### 2. 圆弧电流元的场

考虑在圆柱坐标系中  $Z = 0$  平面上, 圆心在原点, 半径为  $a$ ,  $\phi$  从  $0$  到  $\theta$  (即圆弧圆心角) 分布的圆弧电流元的场。设电流强度为  $I$ , 经过复杂推导可得柱坐标系中磁感应强度三个分量表达式为:

$$\left\{ \begin{aligned} B_R &= \frac{Iakz}{2c(Ra)^{3/2}} \left\{ [B] + \frac{k^2(R^2 + a^2 + z^2)}{[(R-a)^2 + z^2]} [D] - \frac{(R^2 + a^2 + z^2)}{[(R-a)^2 + z^2]} [A] \right\} \\ B_\phi &= \frac{Iz}{cR} [(R^2 + a^2 + z^2 - 2Ra \cos \phi)^{-1/2} - (R^2 + a^2 + z^2 - 2Ra \cos(\phi - \theta))^{-1/2}] \\ B_z &= \frac{Ia}{c} \left\{ \frac{1}{a[(R+a)^2 + z^2]^{1/2}} \left( \frac{R^2 - a^2 + z^2}{(R-a)^2 + z^2} [A] - [B] \right) \right. \\ &\quad + \frac{2R(a^2 - z^2 - R^2)}{[(R-a)^2 + z^2] \cdot [(R+a)^2 + z^2]} \cdot \left( \frac{\sin \phi}{(R^2 + a^2 + z^2 - 2Ra \cos \phi)^{1/2}} \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\sin(\phi - \theta)}{[R^2 + a^2 + z^2 - 2Ra \cos(\phi - \theta)]^{1/2}} \right) \right\}. \end{aligned} \right. \quad (4a)$$

当场点坐标  $R \rightarrow 0$  时

$$\left\{ \begin{aligned} B_R &= \frac{Iza}{c[a^2 + z^2]^{3/2}} [[A] - [B] + 2[D]] \\ B_\phi &= \frac{Iza}{c[a^2 + z^2]^{3/2}} [\cos \phi - \cos(\phi - \theta)] \end{aligned} \right. \quad (4b)$$

式中:  $k = 2(Ra)^{1/2} / [(R+a)^2 + z^2]^{1/2}$

$$[D] = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin \phi}{(1 - k^2 \cos^2 \phi/2)^{1/2}} - \frac{\sin(\phi - \theta)}{\left(1 - k^2 \cos^2 \frac{(\phi - \theta)}{2}\right)^{1/2}} \right\},$$

$$[A] = \int_{(\phi-\pi)/2}^{(\phi+\pi-\theta)/2} (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{1/2} d\phi,$$

$$[B] = \int_{(\phi-\pi)/2}^{(\phi+\pi-\theta)/2} (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{-1/2} d\phi.$$

$[A]$  和  $[B]$  可用椭圆积分来表示。设  $F = \int_0^\phi (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{-1/2} d\phi$  (讨论同样适用于

$$\int_0^\phi (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{1/2} d\phi).$$

(1)  $\phi > 0$ ,  $[\phi/2]_{\text{取整}} = N$ .

i)  $N$  为偶数,  $F = N \cdot K(k) + F\left(k, \phi - N \cdot \frac{\pi}{2}\right)$ .

ii)  $N$  为奇数,  $F = (N+1) \cdot K(k) - F\left(k, (N+1) \frac{\pi}{2} - \phi\right)$ .

(2)  $\phi < 0$ ,  $[|\phi|/2]_{\text{取整}} = N$

i)  $N$  为偶数,  $F = -\left[N \cdot K(k) + F\left(k, |\phi| - N \cdot \frac{\pi}{2}\right)\right]$ .

ii)  $N$  为奇数,  $F = -\left[(N+1) \cdot K(k) - F\left(k, (N+1) \frac{\pi}{2} - |\phi|\right)\right]$ .

其中  $K(k)$  和  $F(k, \phi)$  分别为第一类完全和非完全椭圆积分。

### 3. 任意平面曲线段电流元的场

任意平面曲线电流元的场很难直接积分求得。本文采用了二次曲线近似——圆弧近似法得到了任意平面曲线电流元场分布表达式。处理任意平面曲线时采用了直角坐标

系。

所谓圆弧近似法就是用曲线段元上的三个点确定一个圆弧,求出该圆弧的参量  $a, \theta$ , 借助于(4)式求出圆弧段的场作为该小曲线元场的近似。

如图2所示,圆弧参量:

$$\left\{ \begin{aligned} a &= [(x_1 - c)^2 + (y_1 - b)^2]^{1/2}, \\ \theta &= 2 \arcsin \left( \frac{1}{2a} [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^{1/2} \right), \\ c &= A/\Delta, \\ b &= B/\Delta, \\ A &= \begin{vmatrix} x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 & 2(y_1 - y_2) \\ x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2 & 2(y_1 - y_3) \end{vmatrix}, \\ B &= \begin{vmatrix} 2(x_1 - x_2) & x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 \\ 2(x_1 - x_3) & x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2 \end{vmatrix}, \\ \Delta &= 4 \cdot [(x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (y_1 - y_2)(x_1 - x_3)]. \end{aligned} \right. \quad (5a)$$

图2中圆柱坐标系  $(R_i, \phi_i, z_i)$  是为了求圆弧电流元场的方便而引入的,场点  $(X, Y, Z)$  在该坐标系中坐标为:

$$\left\{ \begin{aligned} R_i &= [(x - c)^2 + (y - b)^2]^{1/2} \\ \phi_i &= \arccos \left\{ \frac{(x_1 - c)(x - c) + (y_1 - b)(y - b)}{[(x_1 - c)^2 + (y_1 - b)^2]^{1/2} \cdot [(x - c)^2 + (y - b)^2]^{1/2}} \right\}, \\ z_i &= z. \end{aligned} \right. \quad (5b)$$

有了上述关系式(5),则可借助于坐标变换及(4)式求出该小曲线元在  $(X, Y, Z)$  坐标系中场的表达式:

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{1}{R} [(x - c)B_{R_i} - (y - b)B_{\phi_i}], \\ B_y &= \frac{1}{R} [(y - b)B_{R_i} + (x - c)B_{\phi_i}], \\ B_z &= B_{z_i}. \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $R = [(x - c)^2 + (y - b)^2]^{1/2}$ ,  $B_{R_i}$ ,  $B_{\phi_i}$ ,  $B_{z_i}$  分别是小曲线元场在圆柱坐标系中的  $R_i, \phi_i, z_i$  分量。

把曲线段分成若干小曲线元,用(4),(5),(6)式求出每一小线元的场,迭加可得整个曲线段电流元的场。

--段小线元用圆弧近似后产生场的相对误差为:

$$\sigma = \frac{1}{B_0} \frac{I s^2}{c a r_1^2 (1 + y'^2(x_1))} \left[ (x_1 - c) - \frac{y'(x_1)(2x_1 - 2c + d)}{(2y'(x_1) + y''(x_1)d)} \right]$$

式中  $a$  为圆弧半径,  $r_1$  是场点到小线元的最短距离;  $s$  是小线元的弦长;  $d = x_2 - x_1$ ,  $B_0$  为场点总场强。  $\sigma$  与  $r_1^2$  成反比,说明一曲线段电流元分成若干小线元后,圆弧近似法引进的误差主要由场点附近的几个小线元产生。如果  $r_1$  不算太小,适当选取  $s$  可使  $\sigma$  满足精度要求。

在 VAX11/780 和 PDP11/70 机上利用 FORTRAN 语言编写了计算各种曲线电流元

的场分布的程序 SPECT, 并进行了无铁环形谱仪磁场的计算。所考虑的谱仪由 36 组线圈组成, 这 36 组线圈绕一轴沿辐角方向均匀排列, 每一组线圈形状如图 1。

谱仪中场边界的调整主要是指粒子入口、出口处的场边界调整, 所以在入口、出口处磁场线圈采用分离式线圈, 这些分离线圈的形状取为圆弧、二次、三次和四次曲线。显然, 每组线圈可以分解成若干直线段、圆弧和高次曲线段。因此, 利用计算各种曲线电流元场的子程序, 以及坐标变换和场迭加原理不难求出整个谱仪的场分布。

谱仪参量取下列值:

$$R_1 = 6.000\text{cm}, \quad R_2 = 30.000\text{cm}$$

$$Z_L = 7.000\text{cm}, \quad Z_R = 37.000\text{cm}$$

$$R_0 = 18.000\text{cm}, \quad BATA = 45^\circ$$

$$G_{20} = -0.080, \quad G_{30} = 0.009, \quad G_{40} = -0.001$$

各参量见图 1(b), 其中  $G_{20}, G_{30}, G_{40}$  分别为 2、3、4 次曲线的系数(几何参量)。

#### 四、参量优化和边缘场的成形与调整

边缘场的成形与调整最主要的是等效边界的成形与调整。所谓等效边界是指以归一化场强  $B_0(R)$  归一后场的边界, 即:

$$L(R) = \frac{1}{B_0(R)} \int B(R, z) dz. \quad (7)$$

对于谱仪来说,  $B_0(R)$  为谱仪中央平面 ( $z = z_M$ ) 处的场值。

表 1 给出了电流为 1A 时各电流线圈等效边界相对于中央平面的位置

$$L_n(R) = z_M - z_{\text{等效}},$$

以及  $G_n = G_{n0}$  时等效边界对  $G_n$  的偏导数  $PG_n$ , 非密绕情况下等效边界与密绕的理想场

表 1  $I_n = 1\text{A}$  时, 各次线圈等效场边界  $L_n(R) = z_M - z_{\text{等效}}$ , 及  $G_n = G_{n0}$  处等效场边界对  $G_n$  的偏导数  $PG_n$

| $L_n$ 和 $PG_n$ | N | 2      |        | 3      |        | 4      |        | 场值(高斯) |        |
|----------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                |   | 圆 弧    | $L_2$  | $PG_2$ | $L_3$  | $PG_3$ | $L_4$  |        | $PG_4$ |
| R              |   |        |        |        |        |        |        |        |        |
| 7              |   | 5.427  | 7.091  | 2.235  | —      | —      | 5.943  | 1.393  | 1.0246 |
| 8              |   | 5.887  | 7.188  | 1.752  | —      | —      | 6.016  | 0.985  | 0.9000 |
| 9              |   | 6.428  | 7.366  | 1.237  | 0.193  | -2.772 | 6.304  | 0.578  | 0.8000 |
| 10             |   | 7.057  | 7.657  | 0.843  | 3.631  | -5.541 | 6.846  | 0.255  | 0.7200 |
| 11             |   | 7.781  | 8.078  | 0.405  | 7.134  | -0.660 | 7.629  | 0.058  | 0.6545 |
| 12             |   | 8.623  | 8.719  | 0.141  | 8.507  | -0.066 | 8.569  | 0.008  | 0.6000 |
| 13             |   | 9.611  | 9.732  | 0.224  | 9.589  | 0.045  | 9.574  | 0.023  | 0.5538 |
| 14             |   | 10.766 | 11.462 | 1.256  | 10.779 | 0.192  | 10.632 | 0.085  | 0.5143 |
| 15             |   | 12.150 | 13.826 | 2.661  | 12.518 | 1.224  | 11.953 | 0.480  | 0.4800 |
| 16             |   | 13.674 | 14.844 | 1.115  | 14.343 | 1.524  | 13.721 | 1.230  | 0.4500 |
| 17             |   | 14.689 | 14.986 | 0.171  | 14.915 | 0.402  | 14.764 | 0.610  | 0.4235 |

表中  $PG_n$  为相对偏导数  $PG_n = \Delta Z / \left( \frac{\Delta G_n}{G_{n0}} \right)$ ,  $\Delta Z = Z - Z_0$ ,  $\Delta G_n = G_n - G_{n0}$ .

边界有一些差别。从图3可以看出,  $R$ 比较大时等效边界偏离  $n$  次曲线比较大, 这表明非密绕情况下边缘场效应随线圈间距增大而增大。

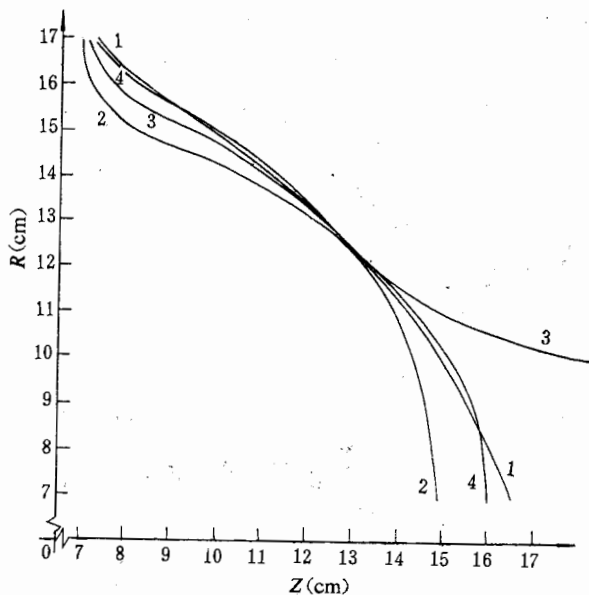


图3 各次线圈产生的等效场边界, 1, 2, 3, 4 分别为圆弧, 2, 3, 4 次线圈的场边界。

磁场强度在磁场线圈中的电流调整时应保持不变, 即总电流值不变。我们用主线圈中电流的变化来补偿次线圈中的电流变化, 所以当  $I_n$  有增量  $\Delta I_n$  时, 引起等效边界的变化为:

$$\Delta L(R) = \frac{1}{I} \left[ L_A(R) \cdot \left( -\sum_n \Delta I_n \right) + \sum_n L_n(R) \Delta I_n \right].$$

线圈参量的优化: 等效边界的成形, 就是要确定各个线圈的线圈参量。这里我们采用了最小二乘优选法。设给定场边界为  $F(R)$ , 参量的优化选择归结为求下列问题的值:

$$\min \sum_{i=1}^M \left[ F(R_i) - \frac{1}{I} \sum_{k=1}^N (L_k(R_i) + PG_k(R_i) \Delta G_k) I_k \right]^2, \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} & \min \sum_{i=1}^M \left[ F(R_i) - \frac{1}{I} \sum_{k=1}^N L_k(R_i) I_k \right]^2 \\ & \sum_{k=1}^N I_k = I. \end{aligned} \right\} \quad \text{(约束条件)} \quad (11)$$

对于环形磁  $\beta$  谱仪,  $L_k(R_i)$  和  $PG_k(R_i)$  ( $k = \text{圆弧}, 2, 3, 4$ ) 由表1给出。我们对给定的一个等效场边界函数作为目标函数, 利用(10)式和(11)式及谱仪的  $L_k(R_i)$  和  $PG_k$  对谱仪线圈参量进行了优化计算。表2给出了优化后边界和最优线圈参量。图4为给定的和优化得到的等效场边界, 图中虚线为单独圆弧线圈时的场边界。从以上结果可见, 通过对线圈参量的优化选择, 可以实现给定场边界的成形, 并且, 线圈参量不同的取值可以得到不同的等效场边界, 实现了对等效边界的调整。

记  $L_n(R)$  为第  $n$  个线圈在  $R$  处的等效场边界。对于谱仪的  $n$  次线圈,  $L_n(R)$  由表1给出。设线圈总电流  $I = \sum_n I_n$ ,  $I_n$  对场边界的贡献为  $L_n(R) \cdot I_n / I$  (式中除  $I$  是因为此时归一化磁场值为  $I$  安培时的中央平面场值)。

$n$  个磁场线圈形成的等效场边界为:

$$L(R) = \sum_n L_n(R) \cdot I_n / I, \quad (8)$$

由(8)式可求得等效边界对  $I_n$  的偏导数:

$$\frac{\partial L(R)}{\partial I_n} = L_n(R) / I. \quad (9)$$

表 2 给定等效边界, 对线圈参量进行优化选择后结果

| 边界 $L$ ,<br>$R$ | 线圈参量  |                                    |                                    |  |
|-----------------|---|------------------------------------|------------------------------------|--|
|                 | $I_1 = 31.4295A$<br>$I_4 = -8.9730A$<br>$G_2 = -0.0793$ | $I_2 = 16.7193A$<br>$G_3 = 0.0069$ | $I_3 = 0.8243A$<br>$G_4 = -0.0010$ |  |
|                 | FP (要求边界)   | OP (优化后边界)                         | FP - OP                            |  |
| 7               | 5.9200  | 5.8969                             | 0.0231                             |  |
| 8               | 6.2900  | 6.2834                             | 0.0066                             |  |
| 9               | 6.7000  | 6.7198                             | -0.0198                            |  |
| 10              | 7.2600  | 7.2841                             | -0.0241                            |  |
| 11              | 7.9000  | 7.9268                             | -0.0268                            |  |
| 12              | 8.6500  | 8.6730                             | -0.0230                            |  |
| 13              | 9.6800  | 9.6699                             | 0.0101                             |  |
| 14              | 11.1500   | 11.0908                            | 0.0592                             |  |
| 15              | 12.9000   | 12.9098                            | -0.0098                            |  |
| 16              | 14.1500   | 14.1662                            | -0.0162                            |  |

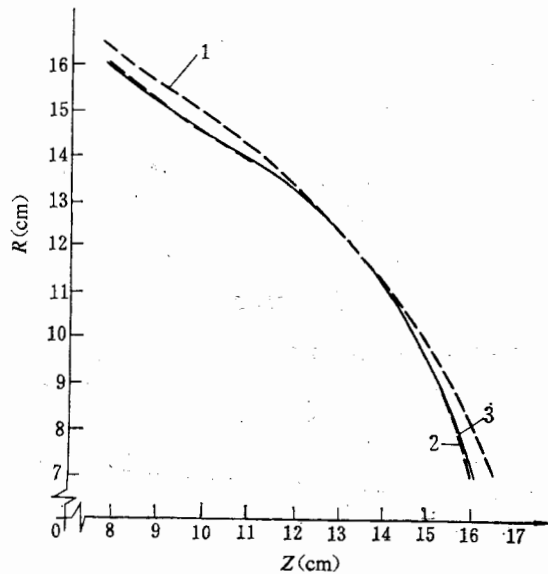


图 4 优化选择参量实现场边界的成形, 1. 单独圆弧线圈的场边界, 2. 给定的场边界, 3. 优化结果

$$I_1 = 31.4295A, I_2 = 16.7193A, I_3 = 0.8243A, I_4 = -8.9730A$$

$$G_2 = -0.0793, G_3 = 0.0069, G_4 = -0.0010$$

## 五、结 束 语

本文介绍了利用不同参量的分离线圈实现场的成形与调整的方法。必须指出, 这种方法不仅仅适用于边缘场, 也同样适用于内部场的设计。这种方法使得仪器在设计加工之后能在不改变任何几何形状的前提下, 通过调整分离线圈的电流分布进一步改善仪器的性能。



## 参 考 文 献

- [1] W. A. Perkins and J. C. Brown, *J. Appl. Phys.*, **35**(1964), 3337.
- [2] K. UO, *J. Phys. Soc. Japan*, **16**(1961), 1380.
- [3] C. de Vries and A. H. Wapstra, *Nucl. Instr. and Meth.*, **8**(1960), 121.
- [4] K. Siegbahn et al., *Nucl. Instr. and Meth.*, **27**(1964), 173.
- [5] K. Siegbahn and K. Edvarson, *Nucl. Phys.*, **1**(1956), 137.
- [6] R. Grisenti and A. Zecca, *Rev. Sci. Instr.*, **52**(1981), 1097.
- [7] R. Merritt et al., *Rev. Sci. Instr.*, **54**(1983), 879.
- [8] M.Sauzade, *分析仪器*, **1** (1974), 44.
- [9] 唐甫南, *分析仪器*, **2** (1983), 19.
- [10] 茅乃丰, *带电粒子光学系统设计和计算机程序*, 北京电机学会加速器委员会专题讲座讲义, 1981年, 北京.
- [11] Milorad Mladjenovic, *Development of magnetic  $\beta$ -ray spectroscopy*, (Lecture Notes in Physics Vol. 52), Berlin, Springer, 1976.
- [12] 茅乃丰等, *无铁环形磁 $\beta$ 谱仪方案及磁场成形计算*, 中国科学院原子能研究所1983年年报, 原子能出版社, 1984年.

## SHAPING AND ADJUSTING THE FRINGING FIELD OF IRON-FREE COILS BY USE OF SEPARATED COILS

LI ZENG-HAI MAO NAI-FENG SUN QEN-REN

(*Institute of Atomic Energy*)

### ABSTRACT

Magnetic field distribution, expressed in terms of coil parameters (geometric and current), of various kind of ironfree current wire elements is derived. A method for shaping and adjusting fringing field profile by the use of separated current wires which have different coil parameters is suggested, and the optimization of coil parameters is realized by the use of the method of least square. As an example, magnetic field profile of an iron-free magnetic  $\beta$ -ray spectrometer is shaped and adjusted to illustrate the use of this method.