

# 为什么标准模型中 CP 破坏只是 个别的很小的效应?

吴 丹 迪

(中国科学院高能物理研究所)

## 摘 要

利用 KM 矩阵的非平庸相位变换不变量  $\Delta_{ia}$ , 我们讨论了标准模型中制约 CP 破坏大小的诸因素:  $I_m \Delta_{ia} / \gamma(KM)$ , 用来比较弱相位差的各量之间在数值上的差异, 强相因子的作用等等. 我们全都辅以具体例子加以说明.

弱作用是在四种相互作用中对称性最差的一种: 电荷共轭守恒及宇称守恒在大多数弱作用过程中都最大地破坏了; 味量子数(如奇异数, 同位旋等等)也不守恒. 然而只在少数弱作用过程中才能看到很小的 CP 破坏的现象. 这是为什么? 这些少数微小的 CP 破坏现象是否必须用另外一种特殊的相互作用来描写呢? 早在六十年代, 当从中性 K 介子的衰变中发现第一个 CP 破坏的现象<sup>[1]</sup>时, 这些问题就提出来了. Wolfenstein 曾提出超弱作用理论<sup>[2]</sup>, 认为 CP 破坏是由一种特殊的相互作用控制的, 它如此特殊, 以致 CP 破坏只存在于  $K^0$  的衰变中, 而且其表现方式也很特别. 九年以后, Kobayashi 和 Maskawa<sup>[3]</sup> 在假定 CP 破坏是规范的弱电作用中的一种现象的基础上, 对在费米子的规范作用部分中如何引入 CP 破坏的问题进行了普遍的讨论. 他们提出的模型之一 (KM 模型) 是把 Weinberg-salam 的弱电统一模型推广到有三代夸克的情形. 这是至今文献上讨论最多的所谓标准模型. 后来又出现了三个黑格斯二重态模型<sup>[4]</sup> 和强 CP 破坏的模型<sup>[5]</sup>. 这些讨论不仅激励了更多的实验研究, 而且对于弱电理论, QCD 理论及大统一、超对称理论的发展, 也都起了推波助澜的作用. 遗憾的是, 在实验方面虽然做了大量的工作, 但并未有本质性的新发现, 所以对于几种理论(包括超弱作用理论)孰是孰非的问题仍然不能下结论. 只不过强 CP 破坏理论似乎不足以作为唯象理论的基础, 因为它给出较大的中子电偶极矩和较小的  $K_L \rightarrow 2\pi$ , 而实验上只看到后者, 没有前者. 如何在 QCD 中抑制强 CP 破坏, 仍然是一个理论上尚待解决的问题.

我们在这篇文章里想要讨论的是: 既然在标准模型中 CP 破坏是包含在规范理论中的, 那么为什么 CP 破坏在弱作用中是个别的微弱现象呢? 决定 CP 破坏的因素有哪些呢?

众所周知, 在 KM 模型中同左手规范粒子耦合的弱流是

$$J_{\mu}^{-} = (u_1, u_2, u_3) \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix} \gamma_{\mu} \left( \frac{1 + \gamma_5}{2} \right) \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

这里  $u_1, u_2, u_3$  代表  $u, c, t$  等等. 矩阵  $K_{i\alpha}$  称为 KM 混合矩阵. CP 破坏的存在与这个矩阵的复数性有关. 为了使复数性的讨论有确定含义, 我们首先约定:  $\bar{\psi} = \psi^{\dagger} \gamma_0, \gamma^0[(1 + \gamma_5)\gamma_{\mu}]^{\dagger} \gamma_0 = +(1 + \gamma_5)\gamma_{\mu}$ . 如果所有  $K_{i\alpha}$  都是实的, 低能等效四费米作用  $J_{\mu}^{-} J_{\mu}^{+}$  就具有统一的正的 CP 宇称, 弱作用就没有 CP 破坏. 然而这个没有 CP 破坏的条件是太强了, 原因是每个粒子的场算符都可以自由地改变它们的相位. 物理效果应与这些任意相因子没有关系, 因此一个复的 KM 矩阵有可能借助重新规定场算符的相因子来改变成实的. 让我们用 KM 矩阵的任意一个二阶子矩阵中的矩阵元来定义如下一个四阶乘积<sup>[6]</sup>:

$$\Delta_{i\alpha} = K_{j\beta} K_{k\gamma} K_{j\gamma}^{*} K_{k\beta}^{*}, \quad (2)$$

这里  $i, j, k$  和  $\alpha, \beta, \gamma$  都是循环指标. 可以证明九个  $\Delta_{i\alpha}$  的数值对于重新定义场的整体相位是不变的. 如果一个子矩阵是么正的, 则  $\Delta_{i\alpha}$  是实的. (当然, 如果 KM 矩阵是实的,  $\Delta$  也是实的) 由于  $3 \times 3$  矩阵的么正性, 所有  $\Delta_{i\alpha}$  的虚部相同

$$\text{Im} \Delta_{i\alpha} = t. \quad (3)$$

此外, 如果任何两个下夸克质量相同, 则这两个夸克之间的任意  $SU(2)$  转动不改变物理; 借助这个  $SU(2)$  转动可将 KM 矩阵一个相应的子矩阵变成实的, 这意味着 KM 矩阵本质上是实的 ( $t = 0$ ). 两个上夸克质量相同也出现同样的情况. 但当一个上夸克和一个下夸克质量相等时 (例如  $m_d = m_u$ ), 只会减少一些衰变道, 而不影响  $t$  的值. 量  $t$  的所有这些性质表明, 它是 KM 矩阵 CP 破坏的特征量. 按照 KM 的参数化方式<sup>[3]</sup>, 我们求出  $t$  的表达式为<sup>[5,7]</sup> ( $C_i = \cos \theta_i, S_i = \sin \theta_i$ )

$$t = S_1^2 S_2 S_3 C_1 C_2 C_3 \sin \delta. \quad (4)$$

当改用其他参数化方式时,  $t$  的表达式虽然改变, 但是数值不变. 我们看到, 由于  $S_1^2, S_2, S_3$  都很小,  $t$  是非常小的. 这里小是与任何夸克的宽度中出现的 KM 矩阵元  $\gamma(\text{KM})$  来比较的<sup>[8]</sup>

$$t/\gamma(\text{KM}) \ll 1. \quad (5)$$

对  $b$  夸克, (5) 式左边大约是  $S_1^2 \sin \delta$ , 对其他夸克, (5) 式左边则更小. 这是造成 CP 破坏小的一个主要原因. 即使对  $b$  粒子, 我们最多也只能在其主要衰变道中发现  $S_1^2 \sin \delta$  量级的 CP 破坏, 或者在 Cabibbo 压制的衰变道中发现  $\sin \delta$  量级的 CP 破坏. 从 (2)、(3) 两式也可看出, 如果一个过程不包含四个以上 KM 矩阵元, 或者虽有四个, 但它们不构成一个子矩阵, 或者构成了  $2 \times 2$  子矩阵, 但不具有 (2) 式那样的正确相乘方式, 这些过程都没有 CP 破坏<sup>[9]</sup>. 因此很多过程没有 CP 破坏. 然而当谈到一个过程是否有 CP 破坏以及有多大 CP 破坏时, 还有一些与 KM 矩阵无关的因素也要考虑, 而这些因素往往造成 CP 破坏效应进一步地压低.

我们谈了一些关于相因子的事, 这使我们想到场论里普遍存在的一种相因子, 它是来自传播子例如  $\Delta(p) = \frac{1}{p^2 + i\epsilon}$  的解析性质, 并可由如下公式表达<sup>[10]</sup>:  $1/(a+i\epsilon) = P(1/a) - i\pi\delta(a)$ , 这里  $a$  是同圈图中传播子的动量的积分有关的, 往往表达为外动量和费曼

参数的函数。经过对费曼参数的积分,  $a = 0$  的区域就给出有关振幅的吸收部分(虚部)来。我们把这样造成的相因子称作强相因子, 它与耦合常数的虚实性无关; 而把  $\Delta_{i\alpha}$  的相因子称为弱相因子。表 1 给出两种相因子在 C. P. T 变换下的性质

表 1

	C	P	T
弱相因子	-	+	-
强相因子	+	+	-

注意, 电荷共轭变换虽然不包括对 C 数(耦合常数)取复共轭, 但是粒子的过程如果与拉氏量中  $g$  为耦合系数的项有关, 反粒子的过程则与  $g^*$  的项有关。弱电作用圈图的虚部是可计算的, 而强作用的圈图(胶子及夸克构成的圈)的相因子(其中很大一部分被称为末态相互作用)则是难以计算的, 往往需要依靠实验资料。

在许多 CP 破坏的计算中要比较两个明显不同的量  $A$  与  $B$  的相位差, CP 破坏则正比于  $\text{Im}AB^*$ 。  $A$  与  $B$  可以有相同的量纲, 也可以有不同的量纲, 有时  $A$ 、 $B$  还可以各为若干量的乘积。下面我们举例说明这三种情况。

1)  $A$  与  $B$  是简单量且量纲相同。例如在  $K_L$  到  $2\pi$  衰变中的  $\epsilon'$

$$\epsilon' \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \exp i \left( \frac{\pi}{2} + \delta_2 - \delta_0 \right) \frac{I_m a_2 a_0^*}{|a_0^2|} \sim \left| \frac{a_2}{a_0} \right| \frac{t}{S_1^2}, \quad (6)$$

这里除了  $t/S_1^2$  这个前面讨论的典型因子外, 还多了一个  $|a_2/a_0| \sim \frac{1}{20}$  的动力学压低因子<sup>[9,11]</sup>, 因为  $\Delta I = \frac{1}{2}$  规则,  $a_2$  远小于  $a_0$ 。实际上(6)式右边还要更小<sup>[9]</sup>, 又如, 一个经强或电磁作用产生的纯的  $B_d(\bar{b}d)$  粒子所以一面向  $\bar{B}_d$  振荡, 一面衰变。如果纯的  $B_d \rightarrow l^+x$  产生硬的轻子  $l^+$ , 那么从纯  $B_d$  开始演化的物理粒子  $B_d(P)$  既可以产生  $l^+$ , 也可以产生  $l^-$ 。计算表明<sup>[8,12]</sup>

$$\begin{aligned} & [\Gamma(B(P) \rightarrow l^+x) - \Gamma(B(P) \rightarrow l^-x)] / [\Gamma(B(P) \rightarrow l^+x) + \Gamma(B_p \rightarrow l^-x)] \\ & \simeq \frac{1}{4} \frac{\xi^2}{1 + \xi^2} \frac{I_m M_{12} \Gamma_{12}^*}{|M_{12}|^2 + \frac{1}{4} |\Gamma_{12}|^2} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\approx \frac{1}{4} \xi^2 \left| \frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right| \frac{t}{S_1^2 |K_{23}|^2}, \quad (8)$$

这里  $\Gamma(B(P) \rightarrow l^\pm x) = \Gamma(B_d(P) \rightarrow l^\pm x) + \Gamma(\bar{B}_d(P) \rightarrow l^\pm x)$ ,  $\xi = 2(m_L - m_S) / (\gamma_L + \gamma_S)$ 。对  $B_d$ ,  $\xi \sim S_{if_{B_d}}^2 / m_B^2$ , (8)式是在  $S_1^2$  的量级, 还要考虑  $|\Gamma_{12}| / |M_{12}| \ll 1$  引起的压制<sup>[13]</sup>。(7)式适用于所有的类  $K_0 - \bar{K}_0$  系统。对  $K_0 - \bar{K}_0$  系统本身,  $|\Gamma_{12}| \simeq 2|M_{12}|$ ,  $\xi \approx 1$ , 因此不存在与 KM 矩阵无关的压制因子。

另一个非常有趣的例子是粒子和反粒子相应非轻子衰变道部分宽度的差别。Pais 和 Trieman 曾经证明<sup>[14]</sup>, 为了出现这个差别, 衰变振幅中必须至少有两项, 它们不仅弱相因子不同, 强相位也有差异, 因此 CP 破坏效应正比于两个虚部的乘积。以  $\Gamma(B^- \rightarrow \pi^0 K^-)$  为例<sup>[8]</sup>

$$[\Gamma(B^- \rightarrow \pi^0 K^-) - \Gamma(B^+ \rightarrow \pi^0 K^+)] / [\Gamma(B^- \rightarrow \pi^0 K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow \pi^0 K^+)]$$

$$\begin{aligned}
&= -2(\text{Im}T_1T_2^* + \text{Im}T_2T_3^* + \text{Im}T_3T_1^*)/[|K_{13}K_{12}T_1|^2 \\
&\quad + |K_{23}K_{22}T_2|^2 + |K_{33}K_{32}T_3|^2 + 2(\text{Re}T_1T_2^*\text{Re}\Delta_{31} \\
&\quad + \text{Re}T_2T_3^*\text{Re}\Delta_{11} + \text{Re}T_3T_1^*\text{Re}\Delta_{21})], \quad (9)
\end{aligned}$$

这里  $T_1$  包括旁观者图, 湮灭图和内线夸克为  $u$  夸克的企鹅图,  $T_2$  和  $T_3$  分别为内线夸克是  $c$  和  $t$  夸克的企鹅图. 在这些振幅  $T_1, T_2$  和  $T_3$  中, KM 矩阵元已经被抽走. (9) 式从 KM 矩阵元来看是在  $S_1^2$  量级, 但是, 无论  $T_1, T_2, T_3$  之间相位差太小(属强相位), 或者它们的数值相差悬殊, 都会使 CP 破坏受到进一步的压制.

2)  $A$  与  $B$  量纲不同的情形. 例如  $K_L$  的 CP 不纯洁参数<sup>[9,11]</sup>  $\epsilon$

$$\begin{aligned}
\epsilon &\simeq \frac{1+i}{2} \text{Im}(M_{12}a_0^2)/\Delta m |a_0|^2 \\
&\simeq \frac{1+i}{2} t \text{Re}\Delta_{33}/|\Delta_{33}|^2, \quad (\text{如果 } m_t < 40\text{GeV}) \quad (10)
\end{aligned}$$

由于  $a_0$  与  $M_{12}$  量纲不同, 表达式(10)中没有 KM 矩阵元以外的压低因子.

3) 需要比较两个以上不同的量之间的相位差的情形. 这种情形发生在中性介子的某些 CP 破坏过程. 例如纯的  $B_S$  既可以衰变到  $F^+K^-$ , 也可以衰变到  $F^-K^+$ . 在物理的  $B_S(P)$  演化与衰变的过程中, 会发生从  $B_S$  以及从  $\bar{B}_S$  衰变过来的  $F^+K^-$  互相干涉. 假定成对产生的  $B_S$  与  $\bar{B}_S$  有一个做半轻子衰变, 那么相应的 CP 反对称量为<sup>[12]</sup>

$$\begin{aligned}
&\frac{\sigma(F^+K^-l^- + \dots) - \sigma(F^-K^+l^+ + \dots)}{\sigma(F^+K^-l^+ + \dots) + \sigma(F^-K^+l^- + \dots)} \\
&\simeq - \frac{[4\xi I_m(M_{12}x^*)/(1+\xi^2)\Delta m][1+(-1)^c]}{\{2(2+\xi^2)\xi^2 + [\xi^4 + (2+\xi^2)^2]|x|^2\}/2(1+\xi^2)^2 + (-1)^c(1-|x|^2)\xi^2/(1+\xi^2)^2}, \quad (11)
\end{aligned}$$

这里  $x = A_m(B_S \rightarrow FK)/A_m(\bar{B}_S \rightarrow FK)$ , 由于  $x$  的分子和分母的两过程有相同的费曼图和相同的末态, 它们的强相因子互相抵消, 因此  $x$  不包含强相因子. (11) 式同其他式子一样, 在粒子 ( $B_S, F$  或  $K$ ) 的相位变换下有明显的不变性. 因  $B_S$  等是复合粒子, 它们的复合波函数允许给予任何相因子. (11) 式中  $C$  是最初产生的  $B_S, \bar{B}_S$  对的  $C$  宇称. 除非  $f_{B_S} \rightarrow 0$ , (11) 式与 (10) 式一样, 没有额外的压低因子, 也就是说约为 1 的量级, 在一些需要考虑级联衰变的 CP 破坏过程中<sup>[8]</sup>, 我们还会遇到需要计算几个振幅及混合质量矩阵的乘积的虚部的情形. 我们发现振幅之间的强相因子如在(11)式中一样互相抵消, 因此乘积的虚部正比于  $t$ .

现在让我们来讨论一下时间反演. 利用与一个过程有关的自旋和动量可以构成一些从经典物理学角度来看时间宇称为负的物理量, 例如, 自旋的横向极化  $\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2 \cdot \boldsymbol{\sigma}$  三个动量的非共面性  $\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{p}_3$ , 粒子的电偶极矩  $e\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\gamma}$  等等. 但是从量子场论的角度来看, 由于强相因子是时间反对称的, 这些量与  $T$  破坏的关系就要作具体分析. 强相因子不破坏 CP (见表), 根据 CPT 定理, 它也不破坏  $T$ , 尽管它在  $T$  变换下改号. 这是由场论的结构决定的. 在非共面性及横向极化可能非零的过程中, 始末态至少有四个粒子, 相应的振幅一般地会有吸收部分, 即有强相因子. 因此这两个量都不是纯的  $T$  破坏量; 它们如果不等于零, 表明有强相因子或(和)弱相因子. 由于这个不纯性, 仅在可以证明强相因子很小

的场合(例如纯轻子或某些半轻子衰变),这两个量才被用来做  $T$  破坏的度量. 电偶极矩则不同,这儿始末态加在一起只有两个粒子(光子先加入,然后令其动量趋于零),所以振幅没有吸收部分,同时  $S$ -矩阵元存在本身就是  $T$  与  $P$  破坏的表现,无须求绝对值平方. 为了在一个  $S$ -矩阵元里边就找到  $\Delta_{ia}$ , 必须计算二级弱作用费曼图,而且其中一个  $W$  玻色子要构成圈,粗略地估计,中子电偶极矩是

$$d_n \propto G_F^2 m_p^3 t \sim 10^{-31} e \cdot \text{cm}, \quad (12)$$

我们的结论是,在标准模型中,很多过程不含为构成(2)式所需要的四个 KM 矩阵元,因此没有 CP 破坏. 对那些有 CP 破坏的过程,由于 KM 矩阵的混合角  $S_i$  很小,(5)式首先限制了 CP 破坏的量级.(5)式在  $b$  粒子(包括介子和重子)衰变时取最大值  $S_1^2 \sin \delta$ . 不过我们也注意到由于  $b$  粒子衰变道很多. 个别衰变道分枝比太小所带来的困难<sup>[6]</sup>. 其次,与衰变动力学有关的因素能够压低 CP 破坏的效果,特别是当这些效果与两个量纲相同的量的弱相位差有关及需要同时考虑强相因子差别的时候. 这些结论中只有(5)式是与标准模型中的代数(3代)有关的. 在有更多代数( $n$ 代)的情形,可以类似于(2)右边那样定义粒子整体相位改变下不变的量<sup>[6]</sup>,共可定义  $(n-1)^2 n^2 / 4$  个这样的量,然而类似于(3)式的恒等式则只对于  $n=3$  才适用. 这也许可以做为一个自然界只有三代夸克的理由.

### 参 考 文 献

- [1] J. H. Christensen, J. W. Cronin, V. L. Fitch and R. Turlay, *Phys. Rev. Lett.*, **13**(1964), 138.
- [2] L. Wolfenstein, *Phys. Rev. Lett.*, **13**(1964), 562.
- [3] M. Kobayashi and T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.*, **49**(1973), 652.
- [4] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **37**(1976), 657.
- [5] V. Baluni, *Phys. Rev.*, **D19**(1979), 2277; R. Crewther et al., *Phys. Lett.*, **B88**(1979), 123; R. Peccei and H. Quinn, *Phys. Rev.*, **D16**(1977), 123.
- [6] D. D. Wu, EFI-85-35, *Phys. Rev.*, **D33**(1986), 860; O. W. Greenberg, *Phys. Rev.*, **D32**(1985), 1941; C. Jalskog, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 1039; I. Duniertz, Private communications.
- [7] L. L. Chau and W. Y. Keung, *Phys. Rev. Lett.*, **53**(1984), 1803; M. Gronau, J. Schechter, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 385.
- [8] D. D. Wu, BIHEP-TH-27-85 I. Duniertz, O. W. Greenberg, and D. D. Wu *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 2935.
- [9] D. D. Wu, LBL-19982.
- [10] J. D. Bjorken and S. D. Drell, in *Relativistic quantum Fields* (McGraw-Hill Book Comp. 1965) p. 216; C. Itzykson and J. Zuber, *Quantum Field Theory* (McGraw-Hill, 1980) p323.
- [11] T. D. Lee, R. Oehme and C. N. Yang, *Phys. Rev.*, **106**(1957), 340; T. T. Wu and C. N. Yang, *Phys. Rev. Lett.*, **13**(1964), 380.
- [12] D. D. Wu, *Phys. Lett.*, **B90**(1980), 451.
- [13] M. K. Gaillard and B. W. Lee, *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 892; T. Inami and C. S. Lim, *Prog. Theor. Phys.*, **65**(1981), 297; J. Hagelin, *Nucl. Phys.*, **B193**(1981), 123; H. Y. Cheng, *Phys. Rev.*, **D26**(1982), 143.
- [14] A. Pais and S. B. Treiman, *Phys. Rev.*, **D12**(1975), 2744; L. B. Okun, V. L. Zakharov and B. M. Pontecovo, *Lett. Nuovo Cimento*, **13**(1975), 218.
- [15] D. S. Du, I. Duniertz and D. D. Wu, BIHEP-24-85, to appear in *Nucl. Phys. B*; R. Sachs, EFI preprint.

## WHY CP VIOLATION IS VERY SMALL IN THE STANDARD MODEL OF ELECTROWEAK THEORY

WU DAN-DI

*(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)*

### ABSTRACT

By using the nontrivial rephasing invariants  $\Delta_{i\alpha}$  of the KM matrix, all the factors which suppress CP violation effects in the standard model with three generations are discussed. They are:  $\text{Im } \Delta_{i\alpha}/\gamma$  (KM), the unevenness in magnitudes of two quantities whose weak phases are going to be compared, the effects of strong phases, etc. The arguments are supported by examples.