

# 高能不等核碰撞的末态粒子快度分布与流体力学模型

庄鹏飞 王正清<sup>1)</sup>  
(华中师范大学,武汉)

## 摘 要

对重子数为  $A'$ ,  $A$  ( $A > A'$ ,  $A'^{1/3} \gg 1$ ) 的高能不等核碰撞的机制和形成的流体的时空演化进行了分析,建立起相应的  $1+1$  维流体力学方程. 得到了末态粒子的平均快度分布并与宇宙线事例进行了比较,说明了快度分布不对称的物理原因.

## 一、引 言

Landau<sup>[1]</sup> 最早提出用流体动力学处理高能粒子碰撞. Bjorken<sup>[2]</sup>, Kajantie<sup>[3]</sup> 和 McLerran<sup>[4]</sup> 等人考虑高能核的穿透性,改进了 Landau 模型中流体绝热膨胀区域的初始边界条件,计算了等核碰撞  $A-A$  的末态粒子平均多重数和能量密度分布. 但是目前高能重离子碰撞主要发生在宇宙线事件中<sup>[5]</sup>, 并且一般是不等核碰撞,末态粒子的快度分布比较容易观察.

在下面一节,我们讨论不等核碰撞  $A'-A$  ( $A > A'$ ,  $A'^{1/3} \gg 1$ ) 的机制和时空演化,将 Kajantie 等人的流体力学模型应用到不等核情况,得到能量密度分布. 第三节计算快度分布并指出在核  $A'$  和  $A$  具有相同运动速度的坐标系(以下简称为等速度系)中快度分布不对称的原因. 第四节简单地讨论得到的结果.

## 二、时空演化和流体动力学

### 1. 时空演化图象

在等速度系中,半径为  $R_{A'}$ ,  $R_A$  ( $= 1.1A'^{1/3}$ ,  $1.1A^{1/3}$ ) 的核  $A'$ ,  $A$  收缩成厚度为  $2R_{A'}/ch y_B^*$  和  $2R_A/ch y_B^*$  的两个圆盘,  $y_B^*$  是核的快度. 如图 1 所示,当碰撞参数  $b \leq R_A - R_{A'}$  时,我们认为  $A'$  中的核子全部参加碰撞,而  $A$  只有阴影部份的核子参加碰撞. 忽略边缘效应时,同一横截面上的所有核子对于碰撞是等价的,只需讨论圆盘中心轴上的核子.

<sup>1)</sup> 兼职.  
本文 1986 年 1 月 8 日收到.

引  
 $t = 0$  于  
论不变

的曲线.  
 $d_t' = \frac{2}{sh}$

围成的;  
的情形  
强烈的;  
的线度

$y_B^*$



$2R_A/c$

图 1 等  
只有阴

$A'$   
 $A'-A'$   
运动,  
碰撞.  
了使流

其中  $a$

决定.

引入变量  $y = \frac{1}{2} \log \frac{t+x}{t-x}$  和  $\tau = \sqrt{t^2 - x^2}$ . 如图 2 所示, 核子对碰从  $x=0, t=0$  开始. 取核子相互作用后产生次级强子的固有时间  $\tau_0 = 1\text{fm}$ , 由固有时间的相对论不变性, 在等速度系中第一对核子碰撞产生的次级强子分布在

$$\tau = 1 \quad (1)$$

的曲线上. 核  $A'$  中的核子与核  $A$  中的核子逐一对撞的过程 (以下称为  $A'-A'$ ) 在  $d_i' = \frac{2R_{A'}}{\text{sh } y_B^*}$  时结束, 产生的所有次级强子都分布在由曲线  $\tau = 1$  和曲线

$$\tau^2 - 2d_i'\tau \text{ch } y + d_i'^2 = 1 \quad (2)$$

围成的源域 I. 对于高能碰撞, 在  $A'^{1/3} \gg 1$  的情形, 源域 I 内不断增加的次级强子之间强烈地相互作用. 当平均自由程远小于系统的线度  $R_A$  时, 系统热化成流体.

和形成  
得到了  
不对称

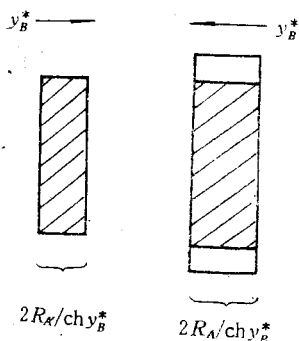


图 1 等速度系里核收缩成圆盘. 只有阴影区域的核子参加碰撞

jantie<sup>[3]</sup> 和  
或的初始边  
是目能高  
度分布比

时空演化,  
三节计算快  
)中快度分

成厚度为  
参数  $b \leq$   
参加碰撞.  
心轴上的

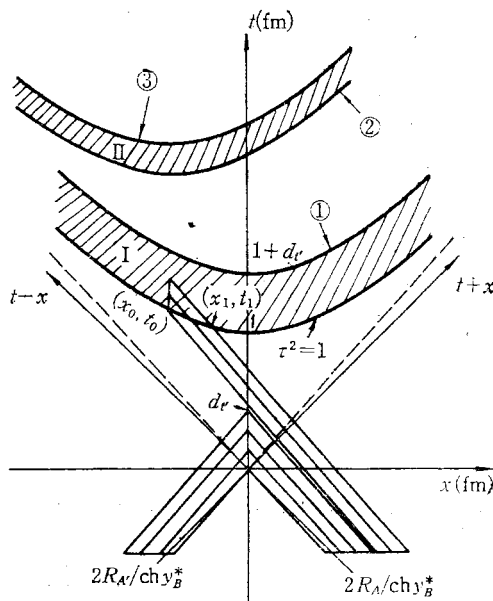


图 2 不等核碰撞  $A'-A$  在等速度系中的时空演化

- ①  $\tau^2 - 2d_i't + d_i'^2 = 1$
- ②  $\tau^2 - 2t_0t + 2x_0x + t_0^2 - x_0^2 = 1$
- ③  $\tau^2 - 2(t_0 + d_i - d_i')t + 2x_0x + (t_0 + d_i - d_i')^2 - x_0^2 = 1$

$A'-A'$  完成以后, 核  $A$  阴影区域中剩下的核子将与源域 I 中的强子物质碰撞. 因为  $A'-A'$  产生次级强子的时间迟于  $A'-A'$  的完成时间:  $1 > d_i'$ , 这些核子必须继续向前运动, 直到在  $\tau = 1$  的曲线上位于点  $(X_0, t_0)$  与  $(X_1, t_1)$  之间的一段才与强子物质碰撞. 考虑到  $X_0, X_1$  远小于系统的线度,  $t_0, t_1$  远小于流体的持续时间 ( $\sim 10\text{fm}$ ), 为了使流体力学方程简化, 我们近似地认为核子与强子物质碰撞的空时坐标  $X', t'$  满足

$$X' = X_0 \quad (3)$$

$$t_0 \leq t' \leq t_0 + d_i - d_i', \quad (3)$$

其中  $d_i = 2R_A/\text{sh } y_B^*$ ,  $X_0, t_0$  由方程组

$$t_0^2 - X_0^2 = 1 \quad (4)$$

$$X_0 = -(t_0 - d_i')\text{th } y_B^* \quad (4)$$

决定. 当然, 这些碰撞产生的次级强子分布在源域 II.

在源域内,次级强子的不断产生使能量密度增加,而体系的膨胀使能量密度下降. 源域持续的时间越短,能够达到的能量密度值越大. 在源域外的绝热膨胀区间,能量密度不断下降. 由于  $A'-A'$  和  $A$  中阴影区剩下的核子与源域 I 中强子物质碰撞这两个过程的时间间隔很小,系统在源域 I、II 之间虽然被冷却但仍保持流体性质. 只有经过源域 II 后,流体被冷却到一定程度时才碎裂成末态强子.

## 2.1 + 1 维流体力学方程

高能碰撞产生的流体纵向(沿核的运动方向)运动比横向运动剧烈得多,可以忽略横向膨胀. 不考虑粘滞性、导热性时,1 + 1 维理想流体的能量动量张量是

$$T^{\mu\nu} = -pg^{\mu\nu} + (\varepsilon + P)u^\mu u^\nu \quad (\mu, \nu = 0, 1). \quad (5)$$

其中  $P$ 、 $\varepsilon$  和  $u^\mu$  分别是流体的压强、能量密度和二维速度.

对于核子-核子碰撞,直接计算能量动量张量有<sup>[3]</sup>

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = \sum_{i=\pi, N, \dots} \bar{m}_i \rho_i(y) x^\nu \delta(\tau - 1), \quad (6)$$

式中  $\bar{m}_i = \sqrt{m_i^2 + \langle P_i^2 \rangle}$  是次级粒子的横质量. 众所周知,次级粒子的绝大部分是  $\pi$  介子. 作为初级近似,我们只讨论  $\pi$  介子对流体的贡献. 显然,对于  $A'-A'$  包含的核子对碰,等速度系就是质心系,次级  $\pi$  介子的快度分布为<sup>[3]</sup>

$$\rho'_\pi(y) = \rho'_0 \left( 1 - \frac{\bar{m}_\pi \operatorname{ch} y}{m_N \operatorname{ch} y_B^*} \right)^3. \quad (7)$$

$\rho'_0$  是  $\pi$  介子快度平台高度,由  $\rho'_0(\sqrt{S} = 28 \text{ GeV}) = 2.4$ <sup>[3]</sup> 和

$$\frac{N_{\text{ch}}(s)}{N_{\text{ch}}(s')} = \frac{\int \rho'_\pi(s, y) dy}{\int \rho'_\pi(s', y) dy} \quad (8)$$

决定.  $N_{\text{ch}}(s)$  是能量为  $\sqrt{S}$  的核子对碰平均带电多重数. 取经验公式<sup>[6]</sup>

$$N_{\text{ch}}(s) = -3 + 1.8 \log S. \quad (9)$$

考虑到高能强子碰撞的次级粒子快度分布并不强烈地依赖强子本身的性质,又源域 I 中点  $(X_0, t_0)$  附近的强子物质的快度远小于  $y_B^*$  (对于点  $(X_0, t_0)$ ,  $y_0 = \log(X_0 + \sqrt{1 + X_0^2})$ ). 可将对撞  $A'-A'$  后  $A$  中阴影区剩下的核子与源域 I 中强子物质的碰撞看成快度为  $y_B^*$  的核子与静止核子碰撞. 次级  $\pi$  介子快度分布为

$$\rho''_\pi(y) = \rho''_0 \left( 1 - \frac{\bar{m}_\pi \operatorname{ch}(y + y_B^*/2)}{m_N \operatorname{ch}(y_B^*/2)} \right)^3. \quad (10)$$

为了得到体系的流体力学方程,必须同时考虑  $A'-A$  包含的两个碰撞过程对流体的贡献. 为此把核  $A$  中心轴上的核子数过渡到连续表示

$$N_{A'A} = n_0 2R_{A'} + n_0 (2R_A - 2R_{A'}) = n_0 \operatorname{sh} y_B^* \int_0^{d_{t'}} dt' + n_0 \operatorname{sh} y_B^* \int_{s_0}^{t_0 + d_{t'} - d_{t'}} dt', \quad (11)$$

$n_0 = 0.18 \text{ fm}^{-3}$  是核物质密度. 前一个积分对应于  $A'-A'$ , 后一个积分对应于  $A$  中阴影区剩下的核子与源域 I 中强子物质的碰撞.

将方程(6)右边的源项进行上面的积分便得到系统在等速度系中的流体力学方程

引入<sup>[3]</sup>

描述流

以新变

 $(\partial_t$  $(\bar{V} \partial_t$ 

其中

在  
取状态式中  $T$

度下降。源  
能量密度不  
两个过程的  
经过源域 II

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = \Sigma^\nu. \quad (12)$$

引入<sup>[3]</sup>

$$\theta(x, t) = \frac{1}{2} \log \frac{1 + V(x, t)}{1 - V(x, t)} \quad (13)$$

描述流体速度

$$u_\mu = (\text{ch } \theta, \text{sh } \theta), \quad (14)$$

以新变量  $\hat{t} = \log \frac{\tau}{\tau_0}$  取代  $\tau$ , 展开(12)式<sup>[3]</sup>

$$(\partial_{\hat{t}} + \bar{V} \partial_y) \varepsilon + (\varepsilon + P)(\bar{V} \partial_{\hat{t}} + \partial_y) \theta = \frac{e_{\hat{t}}}{\text{ch}(\theta - y)} (\Sigma^0 \text{ch } \theta - \Sigma^1 \text{sh } \theta), \quad (15.1)$$

$$(\bar{V} \partial_{\hat{t}} + \partial_y) P + (\varepsilon + P)(\partial_{\hat{t}} + \bar{V} \partial_y) \theta = \frac{e_{\hat{t}}}{\text{ch}(\theta - y)} (-\Sigma^0 \text{sh } \theta + \Sigma^1 \text{ch } \theta), \quad (15.2)$$

其中

$$\bar{V} = \text{th}(\theta - y), \quad (15.3)$$

$$\begin{aligned} \Sigma^0 &= n_0 \text{sh } y_B^* \bar{m}_\pi \int_0^{\hat{t}'} dt' \rho'_\pi \left( \frac{1}{2} \log \frac{t - t' + x}{t - t' - x} \right) \\ &\quad \times (t - t') \delta(\sqrt{(t - t')^2 - x^2} - 1) \\ &\quad + n_0 \text{sh } y_B^* \bar{m}_\pi \int_{t_1}^{t_0 + \hat{t} - \hat{t}'} dt' \rho''_\pi \left( \frac{1}{2} \log \frac{t - t' + x - x_0}{t - t' - x + x_0} \right) \\ &\quad \times (t - t') \delta(\sqrt{(t - t')^2 - (x - x_0)^2} - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \theta_1 n_0 \text{sh } y_B^* \bar{m}_\pi \rho'_\pi (\log(x + \sqrt{1 + x^2})) \\ &\quad + \theta_2 n_0 \text{sh } y_B^* \bar{m}_\pi \rho''_\pi (\log(X - X_0 + \sqrt{1 + (X - X_0)^2})), \end{aligned} \quad (15.4)$$

$$\Sigma^1 = \theta_1 n_0 \text{sh } y_B^* \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} \bar{m}_\pi \rho'_\pi (\log(x + \sqrt{1 + x^2}))$$

$$+ \theta_2 n_0 \text{sh } y_B^* \frac{x - x_0}{\sqrt{1 + (x - x_0)^2}} \bar{m}_\pi \rho''_\pi$$

$$\times (\log(X - X_0 + \sqrt{1 + (X - X_0)^2})), \quad (15.5)$$

$$\theta_1 = \begin{cases} 1 & \text{源域 I} \\ 0 & \text{其它区域,} \end{cases} \quad \theta_2 = \begin{cases} 1 & \text{源域 II} \\ 0 & \text{其它区域.} \end{cases} \quad (15.6)$$

在我们讨论的不等核碰撞情形,  $\sqrt{s} < 24 \text{ GeV}$ ,  $A' \leq 40$ , 可认为流体是强子物质。取状态方程为<sup>[3]</sup>

$$P = \frac{1}{3} \varepsilon, \quad (16.1)$$

$$P = \frac{3}{90} \pi^2 T^4, \quad (16.2)$$

式中  $T$  是温度。将式(16.1)代入式(15), 考虑流体的初始条件<sup>[3]</sup>

$$\begin{aligned} \theta(\hat{t} = 0, y) &= y, \\ \varepsilon(\hat{t} = 0, y) &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

可以忽略横

(5)

(6)

部份是  $\pi$  介  
含的核子对

(7)

(8)

(9)

质, 又源域  
 $\log(X_0 +$   
碰撞看成

(10)

呈对流体的

(11)

= A 中阴影

学方程

用特征线方法<sup>[7]</sup>可以数值求解一阶拟线性双曲型偏微分方程组(15)。利用数值解  $\varepsilon(t, y)$ ，我们开始计算快度分布。

### 三、快度分布

末态粒子的快度分布正比于熵的快度分布<sup>[2]</sup>

$$\frac{dN}{dy} = C \frac{dS}{dy} \quad (18)$$

系统经过源域 I、II 后,熵流  $s^\mu = s u^\mu$  满足的方程<sup>[2]</sup>

$$\partial_\mu s^\mu = 0 \quad (19)$$

在全快度区间的解是

$$\tau s(\tau, y) = \tau_0 s_0(\tau_0, y). \quad (20)$$

$\tau_0$  由源域 II 的边界方程

$$\tau_0^2 - 2(\tau_0 + d_t - d_t')\tau_0 \operatorname{ch} y + 2X_0\tau_0 \operatorname{sh} y + (\tau_0 + d_t - d_t')^2 - X_0^2 = 1 \quad (21)$$

决定,熵密度  $s_0$  由

$$s = \frac{\partial P}{\partial T} \quad (22)$$

结合状态方程(16)得到

$$s_0(\tau_0, y) = \frac{12}{90} \pi^2 \left( \frac{10\varepsilon_0(\tau_0, y)}{\pi^2} \right)^{3/4}. \quad (23)$$

$\varepsilon_0(\tau_0, y)$  是源域 II 的边界(满足(21)式)上的能量密度,前面一节已经得到了数值解。

利用  $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\operatorname{ch} y}{\tau}$  (从  $y = \frac{1}{2} \log \frac{t+x}{t-x}$ ), 系统衰变成末态强子时的熵

$$S = \int s d^2 X_\perp dx = \int \frac{\tau s}{\operatorname{ch} y} d^2 X_\perp dy, \quad (24)$$

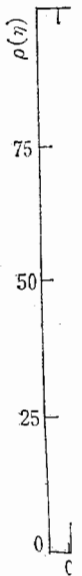
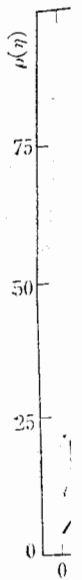
结合(20)式,有

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dy} &= \frac{\tau_0 s_0}{\operatorname{ch} y} \sigma, \\ \sigma &= \int d^2 X_\perp = d\pi R_\perp^2. \end{aligned} \quad (25)$$

$\sigma$  是流体碎裂时的横截面,与核  $A'$  的横截面之比为  $d$ 。这样,通过  $S_0(\tau_0, y)$  便得到不等核碰撞的快度分布

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dy} &= C' \frac{\tau_0 s_0(\tau_0, y)}{\operatorname{ch} y} A'^{2/3}, \\ C' &= (1.1)^2 \pi d C. \end{aligned} \quad (26)$$

用(26)式计算的结果与宇宙线事例的比较见图 3。可以清楚地看到快度分布在等速度系中是不对称的,特别是峰的位置不在快度零点。从第二节中分析的源域持续时间与能量密度的关系能够给出物理解释:源域 I 中流体的持续时间  $\Delta\tau$  在  $x=0(y=0)$  处最短,故源域 I 内能量密度的最大值是  $\varepsilon(\tau=1+d_t', y=0)$ 。但是源域 II 内  $X=X_0$  处的流体膨胀时间最短,能量密度增加最快,所以经过源域 II 后最大值不再在  $y=$



0 处, 在 的贡献 考虑

数值解  $\varepsilon(\eta)$

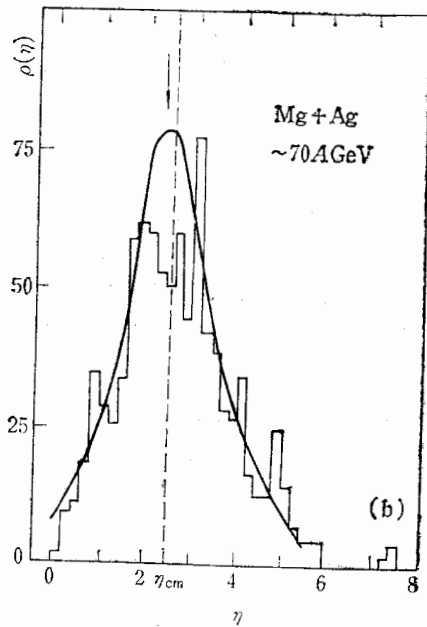
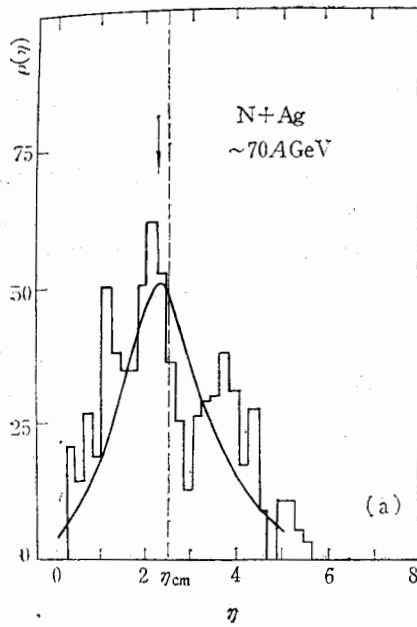
(18)

(19)

(20)

(21)

(22)



1

数值解.

(23)

(24)

(25)

便得到不

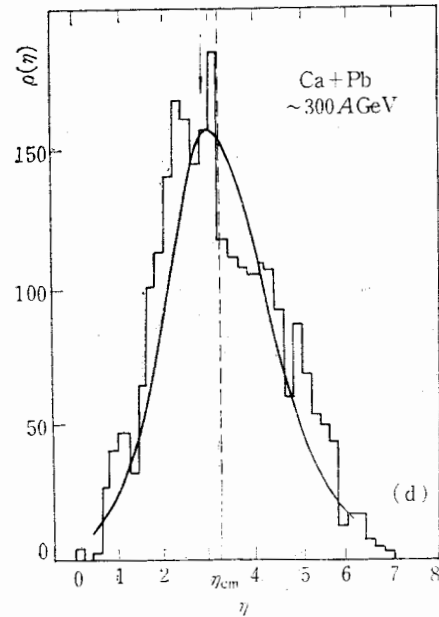
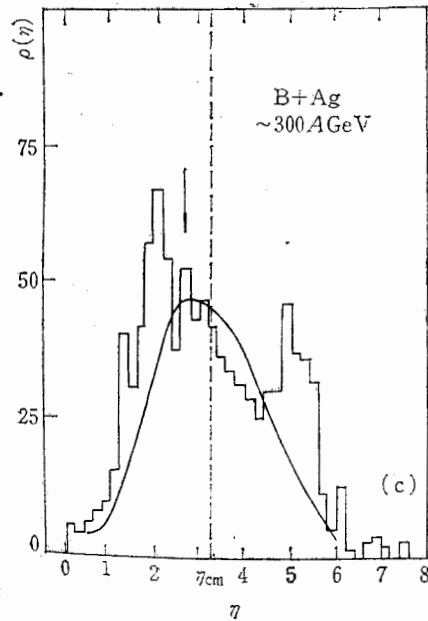


图 3 不等核碰撞的赝快度分布, 箭头所指是峰的位置. 实验数据取自文献[8]

(26)

分布在等速

持续时间与

$= 0 (y = 0)$

II 内  $X =$

再在  $y =$

0 处, 导致末态粒子快度分布的峰左移.

在上面的计算中, 只考虑了流体中的  $\pi$  介子. 进一步, 若计入次级强子中核子对流体的贡献, 由于带头粒子现象, 核子集中分布在流体的边缘. 取<sup>[3]</sup>

$$\rho'_N(y) = \text{ch } y / \text{sh } y_B^*, \quad \rho''_N(y) = \text{ch}(y + y_B^*/2) / \text{sh}(y_B^*/2),$$

考虑  $\rho'_N(y)$ ,  $\rho''_N(y)$  对流体学方程中源项  $\Sigma^p$  的贡献, 我们计算的结果表明: 快度分

布变化不大,特别是峰的位置没有变化,但是不对称性更显著了.

#### 四、结 语

我们分析了高能不等核碰撞的时空演化. 在核  $A'$ 、 $A$  具有相同运动速度的坐标系里,不等核碰撞  $A'-A$  分成两个过程: 核  $A$  中的  $A'$  个核子与核  $A'$  中的核子对碰 ( $A'-A'$ ) 和核  $A$  中剩下核子的一部份与  $A'-A'$  产生的强子物质碰撞. 不难看出,尽管前者对液体的贡献大于后者,但是,正是由于后一个过程使得快度分布在等速度系中不对称. 将我们计算的快度分布与宇宙线事例比较的结果不仅说明重离子碰撞经历了中间流体过程,也证实了上面给出的碰撞机制. 考虑到宇宙线事例较少,统计性差,我们期待加速器里获得的高能重离子碰撞数据来进一步证实上面的物理图象.

感谢李家荣、刘连寿教授的有益的讨论.

#### 参 考 文 献

- [1] L. D. Landau, Collected Papers of L. D. Landau, 1965, p. 569, 665.
- [2] J. D. Bjorken, *Phys. Rev.*, **D27**(1983), 140.
- [3] K. Kajantie, R. Raitio and P. V. Ruuskanen, *Nucl. Phys.*, **B222** (1983), 152.
- [4] L. McLerran, HU-TFT-82-12.
- [5] 例如见 T. H. Burnett et al., *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 2062.
- [6] M. L. Perl, High Energy Hadron Physics, John and Sons, 1974, p. 137.
- [7] 南京大学数学系计算数学专业, 偏微分方程数值解法, 科学出版社, (1979), p165.
- [8] I. Otterlund, S. Garpman and I. Lund, *Z. Physik*, **C20**(1983), 281.

## RAPIDITY DISTRIBUTIONS IN UNEQUAL NUCLEI COLLISION AT HIGH ENERGIES AND HYDRODYNAMICAL MODEL

ZHUANG PENG-FEI WANG ZHENG-QING  
(Hua-Zhong Normal University, Wuhan)

#### ABSTRACT

The mechanism of high-energy  $A'-A$  collision ( $A > A'$ ,  $A'^{1/3} \gg 1$ ) and the space-time evolution of the fluid formed in the collision are analysed. The corresponding 1+1 dimensional hydrodynamical equations are established. The average rapidity distributions are estimated and compared with some cosmic ray events. The origin of the nonsymmetry of rapidity distribution is explained.

子  
子  
个

近  
存在着  
程中,有  
中性的  
于以下  
的高能  
意力集  
本  
了最近  
测量结  
一些.  
观察到

高  
来描述  
分不直