

# 质子-原子核弹性散射的相对论性研究

李扬国

(北方工业大学)

## 摘 要

用含有相对论性的光学位的 Dirac 方程研究质子与原子核弹性散射的各个观察量。讨论含有罗伦兹标量和矢量的相对论性光学势的 Dirac 方程描述散射态的处理方法。用严格的分波法求解方程并进行计算。结果与 500 MeV 质子和  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^4\text{He}$  的弹性散射实验数据进行比较。看到它与微分截面、分析本领和自旋转动函数的符合都很好,并对这些结果作了讨论。

## 一、引 言

目前、中能区核子与核散射研究中,用相对论方法进行处理<sup>[1-4]</sup>,极受人们关注。虽然,多年来建立在 Schrödinger 方程的非相对论性多次散射理论<sup>[5]</sup>在解释中、高能区的核子与核的弹性和非弹性散射角分布上十分成功。但在解释极化量  $P(\theta)$ , 分析本领  $A_y(\theta)$  时,在定量上总还有偏离。特别在极大,极小值附近,这些偏离更为显著。几乎调节各种核结构、核子-核子相互作用基本过程的参数都无法克服该困难。R. J. Glauber<sup>[6]</sup> 不久前提出测量另一类与自旋有关的自旋观察量,称之为自旋转动函数  $Q(\theta)$ 。至今,实验已在  $^{40}\text{Ca}$  和  $^{208}\text{Pb}$  等核上有实验结果<sup>[7]</sup>。非相对论性的多次散射理论对  $Q(\theta)$  的描述,存在着和  $A_y(\theta)$  相似的问题。总之,在非相对论性的框架下,即使考虑了各种因素的修正,对  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ,  $P$  或  $A_y$  和  $Q$  统一地定量分析总是有偏离。这样,促使人们开始研究相对论性动力学方程。初步的结果,对上述三个物理量有明显的改进。结果令人鼓舞。无疑地引起人们广泛的兴趣。

中能区核子-核散射的相对论性研究,主要在二个方面。一方面是寻找能适用相对论描述的核子-核光学势。多从冲量近似下,由 Dirac 方程出发,包含具有罗伦兹不变的 NN 散射  $t$  矩阵。最后导出相对论性的光学势。这个位是具有半唯象的结果<sup>[8]</sup>。另一方面是在此光学势的基础上,讨论相对论方程的求解方法。其中近似方法有相对论性的 Eikonal 展开和 Eikonal 近似解<sup>[2,3]</sup>。为了进一步探讨 Dirac 方程对核子与核弹性散射各个测量量的影响。本文用分波法严格求解 Dirac 方程。在第二节中,先讨论各探测量的物理特点及如何处理 Dirac 运动方程。第三节讨论分波求解方法和选取相对论性光学

在  
的观测

其中  $\sigma$   
是  $2\times$

其中  $\sigma$   
足标  $f$

$k_i, k_f$   
末态系  
以

弹性道

下足标  
 $R$  和  $A$

其中  $\sigma$

## 生研究

散射的各个  
程描述散射  
00 MeV 质子  
表面、分析本

人们关注。虽然  
高能区的核子与  
本领  $A_y(\theta)$  时,  
乎调节各种核结  
iber<sup>[6]</sup> 不久前提  
实验已在  $^{40}\text{Ca}$   
述, 存在着和  
因素的修正, 对  
究相对论性动力  
无疑地引起人们

或能适用相对论  
哥罗仑兹不变的  
结果<sup>[8]</sup>。另一  
有相对论性的  
核弹性散射各  
论各探测量的  
相对论性光学

势。第四节就重核  $^{208}\text{Pb}$ , 中重核  $^{40}\text{Ca}$  和轻核  $^4\text{He}$  在 500 MeV 质子入射的情况下, 给出计算结果并进行分析讨论。

## 二、光学势下的 Dirac 方程

在讨论 Dirac 方程的散射解之前, 先讨论  $\frac{1}{2}$  自旋核子与  $J=0$  靶核散射时可能有的观测量。这时散射的一般形式为:

$$M(\mathbf{q}) = F_1(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{n}} F_2(\mathbf{q}), \quad (1)$$

其中  $\boldsymbol{\sigma}$  为入射核子的 Pauli 矩阵。  $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{k}}_f$ , 是垂直于散射平面的单位矢量。  $M(\mathbf{q})$  是  $2 \times 2$  自旋散射矩阵。它与末态密度矩阵  $\rho_f$ , 观察量  $\langle \sigma_\alpha \rangle_f$  关系为:

$$\rho_f = M \rho_i M^\dagger, \quad (2)$$

$$\langle \sigma_\alpha \rangle = \frac{\text{Tr}(M \rho_i M^\dagger \sigma_\alpha)}{\text{Tr}(M \rho_i M^\dagger)}, \quad (\alpha = 0, 1, 2, 3); \quad (3)$$

其中  $\sigma_0 = I$ ,  $\sigma_i (i = 1, 2, 3)$  为  $\boldsymbol{\sigma}$  三个分量。  $\rho_i$  描述系统初态核子状态的密度分布。下标  $f(i)$  表示末(初)态。为描述自旋观察量, 定义下列二组坐标系:

$$\hat{\mathbf{k}}_i = \frac{\mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_i|}, \quad \hat{\mathbf{n}}_i = \frac{\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f}{|\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f|}, \quad \mathbf{s}_i = \hat{\mathbf{n}}_i \times \hat{\mathbf{k}}_i, \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{k}}_f = \frac{\mathbf{k}_f}{|\mathbf{k}_f|}, \quad \hat{\mathbf{n}}_f = \hat{\mathbf{n}}_i, \quad \mathbf{s}_f = \hat{\mathbf{n}}_f \times \hat{\mathbf{k}}_f,$$

$\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f$  为核子入射、出射动量, (4) 式是于初态系统中末态系统中三个正交单位矢量。见图 1。

从密度矩阵出发, 可得到散射微分截面:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = I_0 = \frac{1}{2} \text{Tr}(M M^\dagger), \quad (5)$$

弹性道的极化  $P(\theta)$ :

$$\langle \sigma \rangle_f = P \hat{\mathbf{n}}_f, \quad (6)$$

$$I_0 \langle \sigma \rangle_f = \frac{1}{2} \text{Tr}(M M^\dagger \sigma)$$

$$I_0 P(\theta) = \frac{1}{2} \text{Tr}(M M^\dagger \sigma_n), \quad (6a)$$

下标  $n$  标示  $\sigma$  的  $\hat{\mathbf{n}}$  方向分量。按照 L. Wolfenstein<sup>[9]</sup> 的定义, 给出下面二个旋转函数  $R$  和  $A$ :

$$I_0 R = \frac{1}{2} \text{Tr}(M \sigma_{s_i} M^\dagger \sigma_{s_f}), \quad (7)$$

$$I_0 A = \frac{1}{2} \text{Tr}(M \sigma_{k_i} M^\dagger \sigma_{s_f}),$$

其中  $\sigma$  下标  $s_i, s_f, k_i$  为图 1 或 (4) 式定义的取向。在实验室系, 定义  $Q$  为

$$Q(\mathbf{q}) = A \cos \theta_L + R \sin \theta_L \quad (8)$$

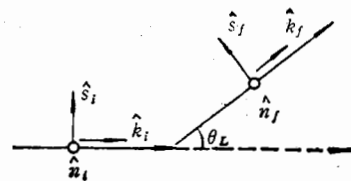


图 1 实验室系中二组单位矢量的关系。⊙表示箭头从纸面向上指

$Q(q)$  称为自旋转动函数。这样由 (1) 式及 (5)–(8) 式经过仔细的运算可得:

$$\frac{d\sigma}{dQ} = |F_1(q)|^2 + |F_2(q)|^2, \quad (9)$$

$$P(q) = A_y(q) = \frac{2\text{Re}(F_1(q)F_2^*(q))}{|F_1(q)|^2 + |F_2(q)|^2}, \quad (10)$$

$$Q(q) = \frac{2\text{Im}(F_1(q)F_2^*(q))}{|F_1(q)|^2 + |F_2(q)|^2}, \quad (11)$$

另一个自旋观察量  $S(q)$  定义为:

$$S(q) = \frac{|F_1(q)|^2 - |F_2(q)|^2}{|F_1(q)|^2 + |F_2(q)|^2}, \quad (12)$$

不难证明:

$$P^2(q) + Q^2(q) + S^2(q) = 1, \quad (13)$$

对核子与自旋为零的靶核散射问题。微分截面  $\frac{d\sigma}{dQ}$ , 极化度  $P(q)$  或分析本领  $A_y(q)$  和自旋转动函数  $Q(q)$  构成一组对自旋量的完整测量。对这一组观察值的研究, 将会完整地理解自旋  $\frac{1}{2}$  核子的碰撞机制。

在讨论核子与原子核的弹性散射问题, 半唯象地认为核子与原子核的相互作用由一光学势  $V_{opt}$  所描述。相对论性的动力学考虑是求解含有相对论性的光学势的 Dirac 方程的散射解。这个光学势一般形式应为:

$$V_{opt} = S(\mathbf{r}) + \gamma^\mu V_\mu(\mathbf{r}) + \sigma^{\mu\nu} T_{\mu\nu}(\mathbf{r}) + \gamma^5 P(\mathbf{r}) + \gamma^5 \gamma^\mu A_\mu(\mathbf{r}), \quad (14)$$

其中  $S(\mathbf{r})$ ,  $V(\mathbf{r})$ ,  $T(\mathbf{r})$ ,  $P(\mathbf{r})$ ,  $A(\mathbf{r})$  分别表示标量势、矢量势、张量势、赝标势和赝矢量势。 $\sigma^{\mu\nu}$   $\gamma$  矩阵是  $4 \times 4$  阵。这里用 J. D. Bjorken<sup>[10]</sup> 的定义。这样含有上述光学势的 Dirac 方程为:

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta(m + S(\mathbf{r}) + \gamma^\mu V_\mu(\mathbf{r}) + \sigma^{\mu\nu} T_{\mu\nu}(\mathbf{r}) + \gamma^5 P(\mathbf{r}) + \gamma^5 \gamma^\mu A_\mu(\mathbf{r})) + V_c(\mathbf{r})] \phi_k^{(+)}(\mathbf{r}) = E \phi_k^{(+)}(\mathbf{r}), \quad (15)$$

其中  $\mathbf{p}$  是核子动量算符,  $\boldsymbol{\alpha} = \beta \boldsymbol{\gamma}$ ,  $E^2 = m^2 + k^2$ ,  $|V_c(r)$  为带电的入射核子与核的库仑相互作用,  $k$  为入射核子的动量,  $m$  为其静止质量, 在原子核的情况下, 宇称是守恒量。这时赝标势和赝矢量势没有贡献。张量势, 从微观光学势上考虑它比矢量势、标量势弱近二个量级<sup>[11]</sup>, 可以暂不考虑。若讨论球对称情况下的光学势, 可以有:

$$\begin{aligned} S(\mathbf{r}) &= S(r), \\ \gamma^\mu V_\mu(\mathbf{r}) &= \gamma^0 U(r) - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{V}^r(r), \end{aligned} \quad (16)$$

(16) 式代入 (15), 并加上上面的考虑后, 得:

$$\begin{aligned} \{ \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta(m + S(r)) - (E - V_c(r) - U(r)) \\ - \beta \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{V}^r(r) \} \phi_k^{(+)}(\mathbf{r}) = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

J. A. McNeil<sup>[8]</sup> 在讨论自旋为零的靶核, 对靶基态的核子自旋态求平均后可证明  $V^r(r)$  项无贡献。更为广泛的方法, 作如下规范变换:

$$\phi_k^{(+)}(\mathbf{r}) = G(\mathbf{r}) \phi_k^{(+)}(\mathbf{r}), \quad (18)$$

其中

当  $r$

于是

这便

上分

(21)

由 (2

代入

经过

其

(25)

为自

方程。

包含

$$G(\mathbf{r}) = \exp i \int_0^1 V^r(tr) r dt,$$

(9) 当  $r \rightarrow \infty$  时  $G(\mathbf{r}) \rightarrow 1$ . 由于

$$(10) \quad (\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p}) \phi_k^{(+)}(\mathbf{r}) = -i \boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla G(\mathbf{r}) \phi_k^{(+)}(\mathbf{r}) \\ = G(\mathbf{r}) (-i \boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla) \phi_k^{(+)}(\mathbf{r}) + \phi_k^{(+)}(\mathbf{r}) \boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla V^r(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}), \quad (19)$$

(11) 于是得:

$$\{\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta(m + S(r)) - (E - U(r) - V_c(r))\} \phi_k^{(+)}(\mathbf{r}) = 0, \quad (20)$$

(12) 这便是所要讨论的运动方程. 显然, 按 Dirac 方程的特点,  $\phi_k^{(+)}(\mathbf{r})$  是四维矢量. 它有上分量  $u_k^{(+)}(\mathbf{r})$  和下分量  $d_k^{(+)}(\mathbf{r})$  即

$$\phi_k^{(+)}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} u_k^{(+)}(\mathbf{r}) \\ d_k^{(+)}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}, \quad (21)$$

(21) 式代入 (20) 式, 整理得下面联立方程:

$$(13) \quad \begin{cases} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) u_k^{(+)}(\mathbf{r}) - (E + m + S(r) - U(r) - V_c(r)) d_k^{(+)}(\mathbf{r}) = 0 \\ (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) d_k^{(+)}(\mathbf{r}) - (E - m - S(r) - U(r) - V_c(r)) u_k^{(+)}(\mathbf{r}) = 0, \end{cases} \quad (22)$$

由 (22) 式可得下分量与上分量的关系:

$$d_k^{(+)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{E + m + S(r) - U(r) - V_c(r)} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) u_k^{(+)}(\mathbf{r}), \quad (23)$$

代入 (22) 式得出

$$(14) \quad \left\{ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \frac{1}{E + m + S(r) - U(r) - V_c(r)} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \right. \\ \left. - (E - m - S(r) - U(r) - V_c(r)) \right\} u_k^{(+)}(\mathbf{r}) = 0, \quad (24)$$

经过微分算子和  $\sigma$  矩阵的运算, 整理得:

$$(15) \quad \{p^2 + 2E(U_c(r) + U_n(r)) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}\} u_k^{(+)}(\mathbf{r}) \\ = \{(E - V_c(r))^2 - m^2\} u_k^{(+)}(\mathbf{r}), \quad (25)$$

其中:

$$(16) \quad U_c(r) = \frac{1}{2E} [2EU(r) + 2mS(r) + S^2(r) - U^2(r) \\ - 2U(r)V_c(r) + i \frac{1}{rB(r)} \frac{dB(r)}{dr} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p})], \quad (26)$$

$$U_n(r) = \frac{1}{2E} \frac{1}{rB(r)} \frac{d}{dr} B(r), \quad (27)$$

$$(17) \quad B(r) = 1 + \frac{S(r) - U(r) - V_c(r)}{E + m}, \quad (28)$$

(18) (25) 式是二阶微分方程.  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$  是核子角动量.  $U_c(r)$  为等价的中心势.  $U_n(r)$  为自旋轨道耦合势.  $U_c(r)$  中的  $(\mathbf{r} \cdot \mathbf{p})$  项称为 Darwin 项. (25) 式很象 Schrödinger 方程. 但这里与相互作用势不再是线性关系. 从 (26)(27) 式清楚地看到  $U_c(r)$ ,  $U_n(r)$  包含了  $S(r)$ ,  $U(r)$  和  $V_c(r)$  的高阶项. 将进一步讨论 (25) 式的散射解.

### 三、光学势和 Dirac 方程的分波求解

下面讨论 (25) 式散射态的严格求解。即用分波法求解 Dirac 方程。为此需要知道标量势  $S(r)$  和矢量势  $U(r)$ 。在 [11] 中已阐述了  $S(r)$  和  $U(r)$  的一些特点。显然，它与核中核子的标量密度  $\rho_s(r)$  和矢量密度  $\rho_v(r)$  成比例。在相对论性的研究中，由于大、小分量贡献的差别， $\rho_s(r) \approx \rho_v(r)$ 。故在选取半唯象的光学势时，一般而言， $S(r)$  与  $U(r)$  的形状有差别。在下面的计算中，一般地用如下的 Saxon-Woods 型光学势：

$$S(r) = V_s f_s(r) + iW_s g_s(r), \quad U(r) = V_0 f_0(r) + iW_0 g_0(r), \quad (29)$$

其中  $f_i(r) = \frac{1}{1 + e^{(r-R_i)/a_i}}$ , ( $i = s$  或  $0$ )

且为简化取  $f_i(r) = g_i(r)$ , ( $i = s$  或  $0$ )

库仑势取

$$V_c(r) = \begin{cases} z_T e^2 \left[ 3 - \left( \frac{r}{R_c} \right)^2 \right] / 2R_c & r < R_c \\ z_T e^2 / r & r > R_c, \end{cases} \quad (30)$$

其中  $z_T$  为靶核电荷数， $R_c$  为核的电荷半径。

在分波求解 (25) 式时，忽略 Darwin 项。它只在零点附近有贡献，且极微小。由于  $V_c(r) \ll 2E$ ， $V_c^2$  项也忽略去。因为 (25) 式含有  $\sigma \cdot L$  项，需要写出确定  $l, j$  的分波方程，并求解出相应的相移。这样，由它决定的散射振幅为：

$$F_1(q) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} [(l+1)s_l^+ + ls_l^- - (2l+1)] e^{2i\sigma_l} P_l(\cos\theta) + f_c(q),$$

$$F_2(q) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (s_l^+ - s_l^-) e^{2i\sigma_l} P_l'(\cos\theta), \quad (31)$$

其中  $f_c(\bar{q})$  为库仑散射振幅， $\sigma_l$  为库仑相移。

$S_l^\pm \equiv \exp(2i\delta_l^\pm)$ ，是  $j = l \pm \frac{1}{2}$  时的  $s$  矩阵。

使用 SNOOPY8<sup>[12]</sup> 程序。逐个分波地求解散射态的  $S$  矩阵。由之得出  $F_1(\bar{q})$ ， $F_2(\bar{q})$ 。并用 (9)，(10)，(11) 式分别计算出微分截面  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ，分析本领  $A_y(\theta)$  和自旋转动

表 1 500 MeV 质子光学势参数

核	分组	$V_s$ MeV	$W_s$ MeV	$R_s$ fm	$a_s$ fm	$V_0$ MeV	$W_0$ MeV	$R_0$ fm	$a_0$ fm	$R_c$ fm
<sup>208</sup> Pb	I	-317.5	76.3	6.5948	0.647	199.8	-88.5	6.6123	0.619	7.11
<sup>40</sup> Ca	I	-317.5	76.3	3.57	0.646	199.8	-88.5	3.58	0.618	4.1
	II	-303.0	73.	3.572	0.646	191.0	-86.0	3.6	0.637	4.1
	III	-303.0	73.	3.522	0.646	191.0	-86.0	3.553	0.637	4.1
<sup>4</sup> He	I	-440	123.	1.168	0.388	325.0	-165.0	1.38	0.342	1.9

函数  $\zeta$

如入射，到的光了实验

图性散射图中的结果。的位置)合也很显偏离<sup>208</sup>Pb和构都能描述实示了与

10<sup>5</sup>  
10<sup>4</sup>  
10<sup>3</sup>  
10<sup>2</sup>  
10  
1  
10<sup>-1</sup>  
10<sup>-2</sup>  
10<sup>-3</sup>  
10<sup>-4</sup>

$d\sigma/d\Omega(\text{mb/sr})$

图 2

函数  $Q(\theta)$ 。

如在前言中所述，相对论性运动方程的研究主要是在中能区。这里就 500 MeV 质子入射，与靶核  $^{208}\text{Pb}$ ， $^{40}\text{Ca}$  和  $^4\text{He}$  这三个从重到轻有典型性的核作了具体计算。计算中用到的光学势参数和库仑半径列于表 1 中。计算的结果画在图 2—7 中。图中也同时给出了实验的结果。

#### 四、计算结果讨论

图 2—7 是用表 1 中参数 I 组对于入射质子能量为 500 MeV 与核  $^{208}\text{Pb}$ ， $^{40}\text{Ca}$  和  $^4\text{He}$  弹性散射的微分截面  $d\sigma/d\Omega$ ，分析本领  $A_p(\theta)$  和自旋转动函数  $Q(\theta)$  的计算结果。从图中的计算结果及与实验比较中可以看出，光学势下 Dirac 方程的处理是很符合实验的结果。从微分截面  $d\sigma/d\Omega$  上看，在实验角度的范围内，与实验的符合极好。不论是峰、谷的位置还是值的大小，都是令人满意。在非相对论性的描述中，虽然  $d\sigma/d\Omega$  与实验的符合也很好，能得到正确的峰、谷位置，但往往是谷的值过小而得到一个较深与实验有明显偏离的谷。相对论性方程的结果有了很大的改进。再看分析本领  $A_p(\theta)$  的结果。对  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{40}\text{Ca}$  与实验的符合可以说很好。谷、峰的位置，大小以及很突出的整体很尖锐的结构都能很好被描述。对于  $^4\text{He}$ ，在  $40^\circ$  角以前都能定量上符合。在大于  $40^\circ$  角处，也能描述实验的趋势。这里理论值偏高了。最后再看自旋转动函数  $Q(\theta)$ 。理论计算值也显示了与分析本领相似的结果，出现陡峭的结构。而且峰、谷的位置及整体的形状都能够符

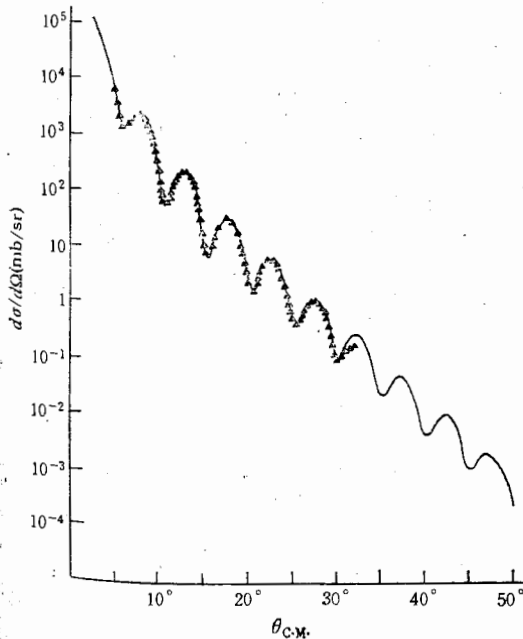


图 2 500 MeV 质子与  $^{208}\text{Pb}$  弹性散射微分截面  
——理论值； $\Delta$  实验值<sup>[7]</sup>

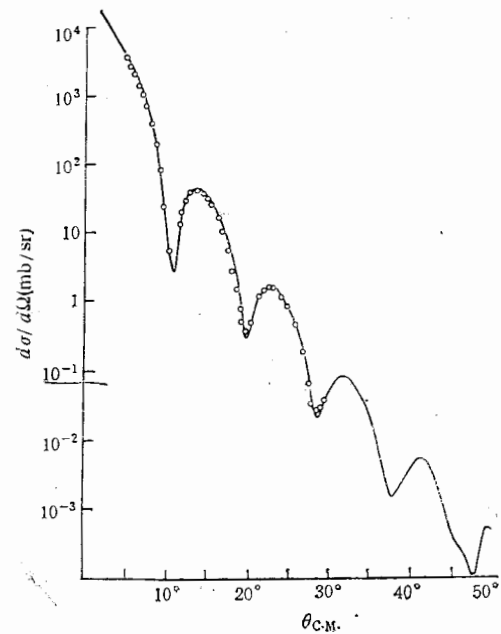


图 3 质子与  $^{40}\text{Ca}$  核。说明同图 2

为此需要知道一些特点。显然，在研究中，由于一般而言， $S(r)$  与光学势：

(29)

(30)

极微小。由于  $l, j$  的分波方

$(q)$ ,

(31)

得出  $F_1(\bar{q})$  和自旋转动

$a_0$ fm	$R_c$ fm
1.619	7.11
.618	4.1
.637	4.1
.637	4.1
.342	1.9

合  $^{208}\text{Pb}$ 、  
论结果。

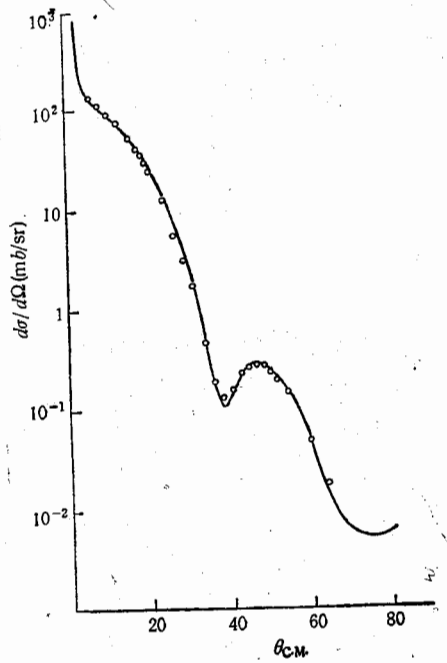


图 4 质子与  $^4\text{He}$  核。说明同图 2。实验来自 [13]

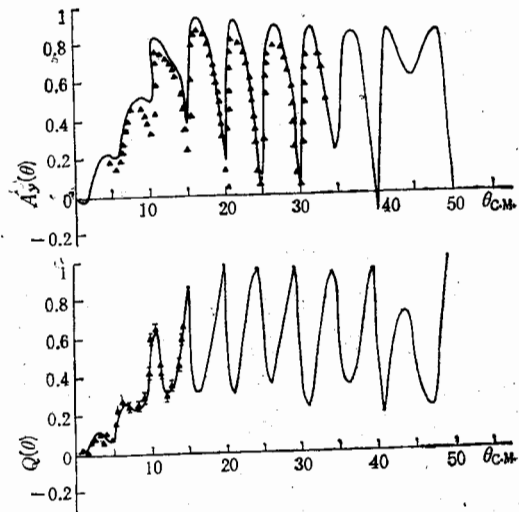


图 5 500 MeV 质子与  $^{208}\text{Pb}$  的分析本领  $A_y(\theta)$  和自旋转动函数  $Q(\theta)$ 。  
—理论值,  $\triangle$ 实验值 [7]

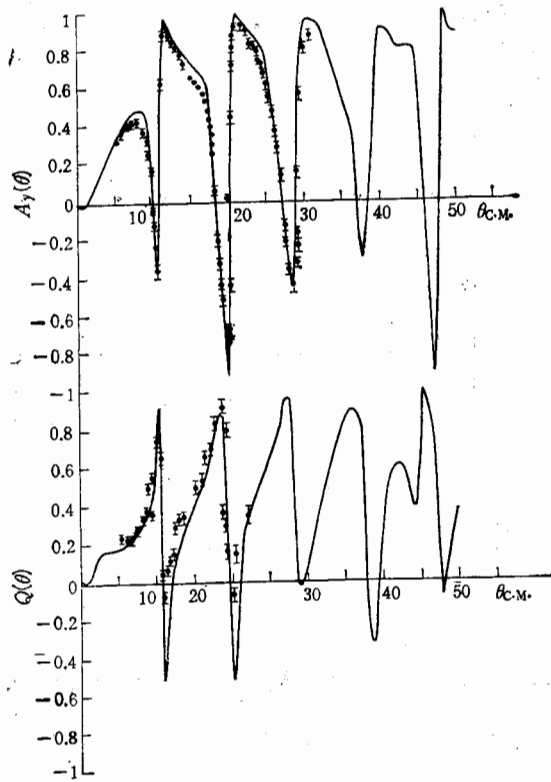
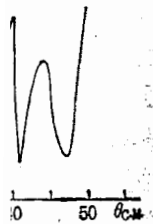
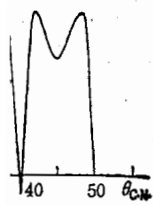


图 6 质子与  $^{40}\text{Ca}$  核。说明同图 5

如前  
数变化会  
非相对论  
得到如此  
近。后者  
重核到重  
我们在讨  
的只是最  
大的影响  
动参数  $\zeta$   
I, III 组

合  $^{208}\text{Pb}$ 、 $^{40}\text{Ca}$  的实验数据。目前  $^4\text{He}$  尚未有实验的  $Q(\theta)$  值可比较。在图 7 中给出理论结果。



1分析  
2(θ).  
[17]

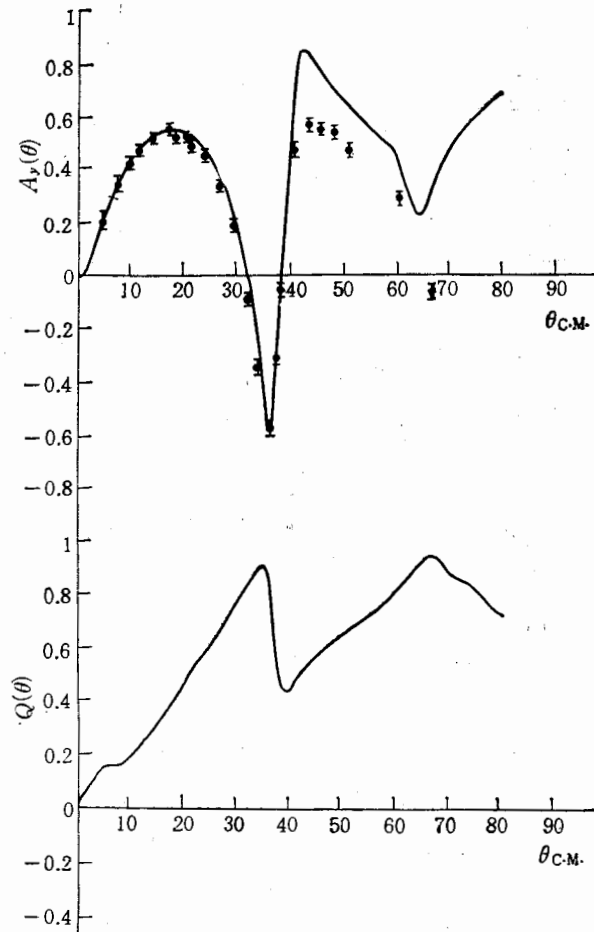


图 7 质子与  $^4\text{He}$  核。说明同图 5。实验来自<sup>[13]</sup>

如前所述,这里是用半唯象的相对论性光学势讨论散射问题。人们极关注光学势参数变化会有什么影响。从参数数量上看,这里没有取比非相对论性光学势更多的参数。非相对论性光学势,当包含了自旋轨道力时,可多达 12 个。这里的计算只用了 8 个,却能得到如此满意的结果。这里用的参数,对  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{40}\text{Ca}$  与 Wallace<sup>[2]</sup>, Amado<sup>[3]</sup> 所用的极接近。后者在前后两次的计算中参数也各不同。从表 1 中可以看到,在同一入射能量下,中重核到重核的光学势强度几乎一样。但对于轻核却应有很大的变化。 $^4\text{He}$  的参数是接近我们在讨论 Eikonal 近似下所用的结果<sup>[11]</sup>。实际上我们作了诸多变化参数的计算。画出的只是最符合实验的结果。我们发现在合理范围内变化这些参数几乎对微分截面没有太大的影响,都能得到与实验相一致的理论结果。但这些参数对分析本领  $A_y(\theta)$  和自旋转动参数  $Q(\theta)$  的影响比起  $d\sigma/d\Omega$  要大得多。图 8 是  $^{40}\text{Ca}$  不同参数下的结果,即表 1 中 I、II、III 组参数的结果。虽然  $A_y(\theta)$  和  $Q(\theta)$  与实验比较,峰、谷位置及浇射花纹与实



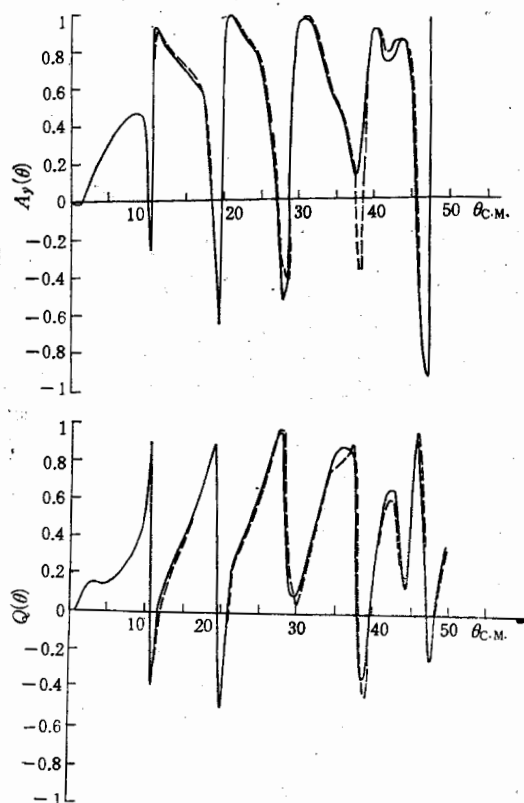


图 8 质子与  $^{40}\text{Ca}$  的分析本领  $A_y(\theta)$  和自旋转动函数  $Q(\theta)$ 。——表 1 中第 II 组参数。  
-----表 1 中第 III 组参数

验一致,但绝对值的偏离要明显得多。连同图 6,可以看到  $A_y(\theta)$ ,  $Q(\theta)$  与参数的依赖是灵敏的。

质子为 500 MeV 附近能区对散射的研究很是重要。不单这里实验上三个物理量的测量比较齐全,可以验证理论。且能量足够大,避免了在更低能量时需要考虑其他物理因素,如核内核子的运动效应,核子的泡利原理效应等。

从上面与实验比较的结果看到相对论性的考虑是极其重要的。Dirac 方程的解,包含了负能态的解。从空穴理论的观点看,它对应于虚的反质子传播。即在散射过程中,发生多次碰撞,它的中间态发生了质子-反质子的虚核子对激发。这样导致了 Dirac 方程中的光学势与  $S(r)$ ,  $U(r)$  的非线性依赖关系。且非线性项的贡献是不小的。相对论性光学势另一个显著特点是给出很强的自旋轨道耦合势。从表 1 中可以看到,  $S(r)$  和  $U(r)$  的强度反号。这样从 (26)–(28) 式可以看出,它除了给出正确的中心势强度外,给出了很强的  $U_{\infty}(r)$ 。它对自旋观察量  $A_y(\theta)$ ,  $Q(\theta)$  的影响是强烈的。还必需指出,从相对论性出发,考虑到核中核子运动状态的大,小分量对光学势的贡献,那么  $\rho_v(r) \approx \rho_v(r)$ ; 即  $f_v(r)$  与  $f_0(r)$  不重合。本文的计算也考虑了这一些微小的变化对结果的影响。

尽管上面的分析是初步的。但看到在严格的求解 Dirac 方程的情况下,对当前的实验结果,用同一光学势能够解释好  $d\sigma/d\Omega$ ,  $A_y(\theta)$  和  $Q(\theta)$ 。说明相对论性的考虑是重

要的。  
左

- [1] 1
- [2] 8
- [3] 1
- [4] 1
- [5] 4
- [6] 1
- [7] 0
- [8] 3
- [9] 1
- [10] 3
- [11] 3
- [12] 1
- [13] 0

R

T  
equatic  
and L  
The ca  
compa  
analyz

要的。同时,也还有待于在更为广泛的范围中对它进行分析及检验。

在计算中,使用了 P. Schwandt 教授的 SNOOPY 8 程序。对他的帮助特此致谢。

### 参 考 文 献

- [1] B. C. Clark et al., *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 1644, *Phys. Lett.*, **122B**(1983), 211, and Private Communication.
- [2] S. J. Wallace et al., *Phys. Rev.*, **C29**(1984), 956.
- [3] R. D. Amado et al., *Phys. Rev.*, **C28**(1983), 1663, *Phys. Rev.*, **C29**(1984), 936.
- [4] L. Ray and G. M. Hoffmann *Phys. Rev.*, **C31**(1985), 538.
- [5] 例如: L. Ray et al., *Phys. Rev.*, **C19**(1979), 1855, *ibid* **C18**(1978), 2641.  
李扬国等, *高能物理与核物理*, **3**(1979), 43.
- [6] R. J. Glauber and P. Osland, *Phys. Lett.*, **80B**(1979), 401.
- [7] G. W. Hoffmann et al., *Phys. Rev. Lett.*, **47**(1981), 1436, A. Rahbar et al., *Phys. Rev. Lett.*, **47**(1981), 1811, B. Aas et al., *Bull. Am. Phys. Soc.* **26**(1981), 1125.
- [8] J. A. McNeil et al., *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 1439, J. A. Tjon and S. J. Wallace, *Phys. Rev.*, **C32**(1985), 263.
- [9] L. Wolfenstein, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **6**(1956), 43.
- [10] J. D. Bjorken and S. D. Drell., *Relativistic Quantum Mechanics* (New York 1984)
- [11] 刘渊, 李扬国, *高能物理与核物理*, **11**(1986), 70.
- [12] P. Schwandt, Private Communication.
- [13] G. A. Moss et al., *Phys. Rev.*, **C21**(1980), 1932.

## RELATIVISTIC STUDY OF PROTON-NUCLEUS ELASTIC SCATTERING

LI YANG-GUO

(North China University of Technology)

### ABSTRACT

The observables in the proton-nucleus elastic scattering are described by using the Dirac equation with relativistic optical potential. The treatment of Dirac equation with Lorentz scalar and Lorentz vector potential is discussed. The equation is solved by exact partial wave method. The calculated results of 500 MeV proton —  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  and  $^4\text{He}$  scatterings are presented and compared with experimental data. It is shown that the calculation of differential cross section, analyzing power and spin rotation functions are in good agreement with experimental data.

I 组参数。

与参数的依赖

一个物理量的测  
考虑其他物理因

方程的解,包含  
讨论过程中,发生  
Dirac 方程中的

相对论性光

$S(r)$  和  $U(r)$

度外,给出了

指出,从相对

$(r) \approx \rho_e(r)$

的影响。

, 对当前的实

生的考虑是