

# 密度矩阵对 $\pi$ -核光学位中 泡利修正项的影响<sup>1)</sup>

邹冰松 姜焕清  
(中国科学院高能物理研究所)

## 摘 要

$\pi$ -核光学位中的泡利修正项与密度矩阵密切相关。本文分别用均匀费米气体模型、定域费米气体模型、修正的定域费米气体模型和壳模型谐振子波函数计算了  $O^{18}$  的密度矩阵，并由此研究了在  $\Delta_{33}$  共振区( $\pi$ 分子动能为  $50 \sim 300$  MeV 的区域)二级  $\pi$ -核光学位中的泡利修正项。对四种情况进行了分析、比较。

## 一、引 言

目前， $\pi$ -核物理中一个很令人感兴趣的问题就是  $\pi$  的双电荷交换反应。关于它的反应机制，至今还存有争议<sup>[1]</sup>。现在，还没有一个微观理论的计算结果能够比较好地符合  $^{18}O(\pi^+, \pi^-) Ne^{18}$  (DIAS) 在  $\Delta_{33}$  共振区激发函数的实验数据。

为了解决这个问题，近两年来，M. B. Johnson 等人发表了一系列文章<sup>[2-6]</sup>，用一种微观理论 (fixed scatterers field theory) 研究了  $\pi$  的弹性散射和到同位旋相似态的  $\pi$  的单电荷、双电荷交换反应，建立了一个同位旋相关的统一光学位：

$$\hat{U} = U_0 + U_1(\phi \cdot T) + U_2(\phi \cdot T)^2, \quad (1.1)$$

其中  $\phi(T)$  是  $\pi$  (核) 的同位旋算符， $U_0$ 、 $U_1$ 、 $U_2$  就是所谓的同位旋标量、同位旋矢量和同位旋张量项。在同位旋空间转动不变的假定下，它们与  $\pi^+$ 、 $\pi^0$ 、 $\pi^-$ -核光学位  $U^{(+)}$ 、 $U^{(0)}$ 、 $U^{(-)}$  的关系为：

$$U_2 = (U^{(+)} + U^{(-)} - 2U^{(0)})/[T_0(2T_0 - 1)], \quad (1.2)$$

$$U_1 = (U^{(0)} - U^{(+)})/T_0 + T_0 U_2, \quad (1.3)$$

$$U_0 = U^{(0)} - T_0 U_2, \quad (1.4)$$

其中

$$U^{(m)} \equiv \langle \pi^m T_0 | \hat{U} | \pi^m T_0 \rangle, \quad m = +, 0, -, \quad (1.5)$$

$\pi^m$ 、 $T_0$  分别为  $\pi$ 、核的同位旋量子数。

除了同位旋外， $U_i$  包括了所有的  $\pi$ -核作用机制。一般来说，它们可以通过密度展开

1) 中国科学院科学基金资助的课题。  
本文1986年4月12日收到。

进行微

其中上  
在  
学位时  
度矩阵  
贡献并  
为  
必须比  
的计算  
体模型  
度反应  
为此，有  
为  
用壳模  
分别用  
下  
绍不同

本  
于核子

其中  $e_k$   
 $\lambda^p, \lambda^q$

其中  $\lambda_0$   
isoscalar  
在  
贡献分  
个中子

进行微观计算:

$$U_i = U_i^{(0)} + U_i^{(2)} + \dots, \quad (1.6)$$

其中上角标表示参加反应的核子数.

在计算  $U^{(2)}$  时, 最重要的一项是泡利修正项<sup>[3]</sup>, 即对应于图 1 的项. 在计算更高阶光学位时, 还会遇到高阶的泡利修正项. 这些项与密度矩阵密切相关. 研究表明<sup>[4]</sup>, 它们对总光学位的贡献并不是可以忽略的.

为了比较准确地计算这些项的贡献, 我们首先必须比较准确地选取密度矩阵函数. 关于密度矩阵的计算, 以往大家喜欢采用均匀的或定域的费米气体模型. 但是, 人们发现<sup>[7,8]</sup>: 这两种模型在处理深度反应时, 结果较好, 而对于核表面问题偏离较大. 为此, 有人引入了修正的定域费米气体模型<sup>[3]</sup>.

为了考察上述各种模型的近似程度, 本文直接用壳模型谐振子波函数计算了  $O^{18}$  的密度矩阵, 再分别用由四种方法求得的密度矩阵计算了泡利修正项, 对结果进行了分析、比较.

下面, 我们首先在第二节给出泡利修正项对密度矩阵的依赖关系, 然后, 在第三节介绍不同的模型理论, 最后, 在第四节中给出结果与讨论.

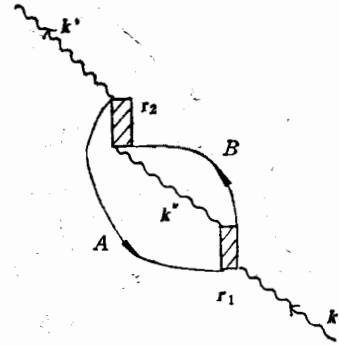


图 1 泡利修正项

匀费米气  
波函数计  
· 300 MeV  
较.

关于它的反  
七较好地符合

用一种微  
的  $\pi$  的单电

(1.1)

同位旋矢量  
光学位  $U^{(2)}$ ,

(1.2)

(1.3)

(1.4)

(1.5)

过密度展开

## 二、泡利修正项对密度矩阵的依赖关系

本文考虑的能区是  $\Delta_{33}$  共振区, 因此, 在  $\pi N$  散射振幅中, 我们只取  $p$  波的贡献. 对应于核子  $i$ ,  $\pi N$  散射振幅可表示成球谐函数的形式<sup>[3]</sup>:

$$f_i(k', k) = \frac{v(k')v(k)}{v^2(k_0)} \cdot \frac{k_0^2}{3} \cdot \sum_{mn} \left[ Y_{1m}(e_{k'}) Y_{1n}^*(e_k) \cdot (\hat{\lambda}_i^p \delta_{mn} + \hat{\lambda}_i^s \sqrt{2} \sum_{\nu} (1m, 1\nu | 1n) \sigma_{i\nu}) \right], \quad (2.1)$$

其中  $e_k = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$ ,  $v(k)$  是形状因子,  $(1m, 1\nu | 1n)$  是 C-G 系数. 同位旋依赖包含在  $\hat{\lambda}_i^p, \hat{\lambda}_i^s$  内:

$$\hat{\lambda}_i^p = \lambda_{00} + \frac{1}{2} \lambda_{01} (\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\tau}_i) \quad (2.2)$$

$$\hat{\lambda}_i^s = \lambda_{10} + \frac{1}{2} \lambda_{11} (\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\tau}_i). \quad (2.3)$$

其中  $\lambda_{00}, \lambda_{01}, \lambda_{10}, \lambda_{11}$  标志着  $\pi N$  散射振幅中的 Scalar-isoscalar、Scalar-isovector、Vector-isoscalar、Vector-isovector 部分, 本文中, 这些量由文献 [9] 的相移分析得到.

在计算二阶  $\pi$ -核光学位中的泡利修正项时, 我们采用文献 [4] 的方法, 将每个图的贡献分为两部分: (1) 入射  $\pi$  首先与核中的一个质子作用; (2) 入射  $\pi$  首先与核中的一个中子作用. 为此, 我们引入  $\pi N$  系统的同位旋-自旋态  $|j\rangle \equiv |\pi^m t s_z\rangle$ , 其中  $\pi^m, t$  分别

为  $\pi$ 、N 的同位旋第 3 分量,  $S_z$  是 N 的自旋第 3 分量. 显然, 不同  $\pi^m$ 、 $t$ 、 $S_z$  组成的  $|j\rangle$  构成了一个  $12\frac{1}{2}$  维的同位旋-自旋空间的基. 从而,

$$U^{(m)} = \sum_j^m \langle \alpha_j T_0 | \hat{T}_{ij} | \alpha_j T_0 \rangle, \quad (2.4)$$

其中  $\alpha_j$  标志  $\pi$ -核状态的空间部分,  $\sum_j^m$  表示对具有相同量子数  $\pi^m$  的  $j$  求和.

$$\hat{T}_{ij} \equiv \langle j | \hat{D} | j' \rangle, \quad (2.5)$$

而  $\hat{D}$  可由文献 [2] 给出的法则算出. 对应于图 1, 有

$$\hat{D} = \int \frac{d\mathbf{k}''}{(2\pi)^3} [-4\pi f_2(\mathbf{k}', \mathbf{k}'')] g_0(\mathbf{k}'', \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) [-4\pi f_1(\mathbf{k}'', \mathbf{k})], \quad (2.6)$$

其中  $g_0(\mathbf{k}'', \mathbf{r})$  为  $\pi$  在核介质中的传播子,

$$g_0(\mathbf{k}'', \mathbf{r}) = \frac{e^{-i\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r}}}{k_0^2 - (\mathbf{k}'')^2 + W + i\eta}, \quad (2.7)$$

这里  $W$  是标志  $\pi$  在原子核中平均自由程的量, 它可由一级  $\pi$ -核光学位给出:

$$W(R, k_0) = -k_0^2 \rho(R) \lambda_{00} \left[ 1 + \frac{\nabla^2 \rho(R)}{2k_0^2 \rho(R)} \right]. \quad (2.8)$$

在独立粒子运动描述下,  $|\alpha; T_0\rangle$  可以表示成单粒子态  $\phi_i(\mathbf{r})$  乘积的形式, 所以,

$$\hat{U}_p^{(m)} = \sum_{i_A}^m \sum_{i_B} \sum_{\substack{A \in i_A \\ B \in i_B}} \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 e^{-i\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r}_2} \phi_A^*(\mathbf{r}_1) \phi_B^*(\mathbf{r}_2) \hat{T}_{ij} \\ \cdot \phi_B(\mathbf{r}_1) \phi_A(\mathbf{r}_2) e^{i\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r}_1} \quad (2.9)$$

其中下角标  $p$  表示对应于图 1 泡利修正项.

$$\text{引入 } \mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2), \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1,$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}, \quad \mathbf{p} = \frac{1}{2}(\mathbf{k} + \mathbf{k}'),$$

定义同位旋  $z$ -分量为  $t$  的核子的密度矩阵为

$$\rho_t(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \sum_{A \in t} \phi_A^*(\mathbf{r}_2) \phi_A(\mathbf{r}_1) = \sum_{A \in t} \phi_A^* \left( \mathbf{R} + \frac{\mathbf{r}}{2} \right) \phi_A \left( \mathbf{R} - \frac{\mathbf{r}}{2} \right), \quad (2.10)$$

则 (2.8) 式可以改写为

$$U_p^{(m)} = \int d\mathbf{R} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}} \sum_{i_A}^m \sum_{i_B} T_{i_A i_B} \rho_{i_A}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \rho_{i_B}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \Gamma(\mathbf{r}), \quad (2.11)$$

其中  $\Gamma(\mathbf{r})$  是由于考虑到两核子不能无限靠近而加进的核子对关联函数.

$$\text{又令 } U_p^{(m)} \equiv \int d\mathbf{R} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}} U^{(m)}(\mathbf{k}', \mathbf{k}, \mathbf{R}) \quad (2.12)$$

及  
则

$$\tilde{n}_{i_A i_B}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \equiv \rho_{i_A}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \rho_{i_B}(\mathbf{R}, \mathbf{r}), \quad (2.13)$$

※  
矩阵密

密  
(  
是均匀  
式确定

从

其中

(2

密度分  
型. 它  
中核子

(3

$\tilde{n}$  值仍

其中

这

(4

就是将  
对  
数做展

其中  $a$

$s_x$  组成的  $|i\rangle$  构

$$U^{(m)}(\mathbf{k}', \mathbf{k}, \mathbf{R}) = \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \sum_{i_A}^m \sum_{i_B} \Gamma(\mathbf{r}) T_{i_A i_A} \tilde{n}_{i_A i_B}(\mathbf{R}, \mathbf{r}). \quad (2.14)$$

(2.4)

将 (2.14) 式代入 (1.2)~(1.4) 式, 即可求得相应的  $U_i$ . 可见, 泡利修正项  $U_i$  与密度矩阵密切相关.

和.

### 三、密度矩阵 $\rho(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ 的计算<sup>[10-12]</sup>

(2.5)

密度矩阵有多种求法, 我们下面讨论四种方法.

(2.6)

(1) 均匀费米气体模型 UFGM (Uniform Fermi Gas Model). 该模型将原子核看成是均匀的费米气体球, 核子密度  $\rho_i$  为一常数. 由统计物理的结果, 核子的费米动量由下式确定:

(2.7)

$$k_{F,i}^3 = 3\pi^2 \rho_i. \quad (3.1)$$

从而, 密度矩阵

(2.8)

$$\rho_i(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \int \frac{d\mathbf{k}_A}{(2\pi)^3} \theta(k_{F,i} - k_A) e^{-i\mathbf{k}_A \cdot \mathbf{r}_2} \cdot e^{i\mathbf{k}_A \cdot \mathbf{r}_1} = \frac{1}{2} \rho_i S(k_{F,i}, \mathbf{r}), \quad (3.2)$$

形式, 所以,

$$\text{其中 } S(x) \text{ 为 Stater 函数, } S(x) = \frac{3}{x^3} (\sin x - x \cos x) \quad (3.3)$$

(2.9)

(2) 定域费米气体模型 LFGM (Local Fermi Gas Model). 考虑到原子核是有一定密度分布的, 核表面附近与核内部的密度矩阵显然是不同的, 为此, 人们提出了 LFG 模型. 它认为  $\pi$  分子与原子核中某处核子的作用和  $\pi$  与具有该处同样密度的无限大核物质中核子的作用是相同的. 而无限大核物质即可当成费米气体处理, 所以,

$$k_{F,i}^3(\mathbf{R}) = 3\pi^2 \rho_i(\mathbf{R}), \quad (3.4)$$

$$\rho_i(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \rho_i(\mathbf{R}) S(k_{F,i}(\mathbf{R}), \mathbf{r}). \quad (3.5)$$

(3) 修正的定域费米气体模型 RLFGM. 在处理核表面问题时, LFG 模型给出的  $\tilde{n}$  值仍偏大, 故文献 [3] 引入了指数衰减因子加以修正:

$$\tilde{n}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \rightarrow \tilde{n}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) e^{-r^2/4\tilde{R}^2}, \quad (3.6)$$

其中

$$a = -\rho(\mathbf{R})/\rho'(\mathbf{R}). \quad (3.7)$$

这种修正的效果还有待于理论和实验的进一步研究.

(2.11)

(4) 壳模型谐振子波函数方法 (OSWM). 由式 (2.8) 知, 密度矩阵的最直接的求法就是将波函数代入计算. 下面我们给出壳模型谐振子波函数方法.

对于任意单粒子波函数  $\phi_A(\mathbf{r})$ , 例如 Hatree-Fock 波函数, 我们都可按谐振子波函数做展开:

(2.12)

$$\phi_A(\mathbf{r}) = \sum_{nim} a_{nim}^A \phi_{nim}(\mathbf{r}), \quad (3.8)$$

(2.13)

其中  $a_{nim}^A$  是展开系数. 因此, 密度矩阵可写为:

$$\rho_t(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \sum_{A \in t} \sum_{\substack{n_1 l_1 m_1 \\ n_2 l_2 m_2}} a_{n_1 l_1 m_1}^A a_{n_2 l_2 m_2}^{A*} \psi_{n_1 l_1 m_1} \left( \mathbf{R} + \frac{\mathbf{r}}{2} \right) \psi_{n_2 l_2 m_2}^* \left( \mathbf{R} - \frac{\mathbf{r}}{2} \right). \quad (3.9)$$

利用 Moshinsky 变换, 得

$$\rho_t(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \sum_{A \in t} \sum_{\substack{n_1 l_1 m_1 \\ n_2 l_2 m_2}} \sum_{\substack{N L n l \\ M M \lambda}} (-1)^{m_2} a_{n_1 l_1 m_1}^A a_{n_2 l_2 m_2}^{A*} \langle \lambda m_1 - m_2 | l_1 m_1 l_2 - m_2 \rangle \cdot \langle \lambda M + m | L M l m \rangle \langle N L n l | n_1 l_1 n_2 l_2 \lambda \rangle \phi_{N L M}(\sqrt{2} \mathbf{R}) \phi_{n l m} \left( \frac{\mathbf{r}}{\sqrt{2}} \right), \quad (3.10)$$

其中  $\langle N L n l | n_1 l_1 n_2 l_2 \lambda \rangle$  是 Moshinsky 变换系数<sup>[13]</sup>,  $\langle \lambda m_1 - m_2 | l_1 m_1 l_2 - m_2 \rangle$ 、 $\langle \lambda M + m | L M l m \rangle$  是 C-G 系数.

因此, 原则上来说,  $\rho_t(\mathbf{R}, \mathbf{r})$  可以分离变量  $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{r}$ . 当  $W(\mathbf{R}, \mathbf{k}_0)$  在一定区域可用一常数代替时, 即  $T_{i, i_A}$  与  $\mathbf{R}$  无关时, 我们由 (2.11) 式, 可得到  $U^{(m)}$  关于  $R$  的解析表达式.

将它与前三种方法求得的光学位进行比较, 就可以了解前三种方法的近似程度.

#### 四、具体计算及讨论

在本文中, 我们对  $O^{18}$  进行了具体计算.

在谐振子势壳模型理论中, 对于  $O^{18}$ , 满壳内的 16 个核子占满了  $0s$ 、 $0p$  壳的单粒子态, 满壳外的两个中子处于  $1s$ 、 $0d$  的混合态. 在我们具体计算中, 忽略自旋相关能,  $0d$  的 10 个轨道和  $1s$  的 2 个轨道是能量简并的, 因此, 这对中子处于  $1s$  态的几率为  $1/6$ . 由此, 求得密度矩阵如下:

$$\rho_p(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \frac{4}{\pi \sqrt{\pi} b^3} e^{-(R^2+r^2/4)/b^2} \left[ \frac{R^2}{b^2} - \frac{r^2}{4b^2} + \frac{1}{2} \right], \quad (4.1)$$

$$\rho_n(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \rho_p(\mathbf{R}, \mathbf{r}) + \Delta \rho(\mathbf{R}, \mathbf{r}), \quad (4.2)$$

$$\Delta \rho(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \frac{2}{\pi \sqrt{\pi} b^3} e^{-(R^2+r^2/4)/b^2} \left[ \frac{R^4}{b^4} - \frac{R^2 r^2}{2b^4} + \frac{r^4}{16b^4} - \frac{R^2}{b^2} - \frac{r^2}{4b^2} + \frac{3}{4} \right], \quad (4.3)$$

其中  $O^{18}$  的谐振子参数  $b = 1.8 \text{fm}$ .

核子密度函数为:

$$\rho(R) = \rho_p(\mathbf{R}, 0) + \rho_n(\mathbf{R}, 0) = \frac{4}{\pi \sqrt{\pi} b^3} e^{-R^2/b^2} \left[ \frac{R^2}{b^2} + \frac{1}{2} \right], \quad (4.4)$$

$$\Delta \rho(R) = \Delta \rho(\mathbf{R}, 0) = \frac{2}{3\pi \sqrt{\pi} b^3} e^{-R^2/b^2} \left[ \frac{R^4}{b^4} - \frac{R^2}{2b^2} + \frac{3}{4} \right]. \quad (4.5)$$

上述计算结果与用 Halbert 等人的  $(K + 12FP)$ -哈密顿量方法<sup>[14]</sup> 详细计算的结果相差不大, 由他们的方法得出的  $O^{18}$  基态为:

$$|^{18}O(g.s)\rangle = 0.839 |(0d_{3/2})^2\rangle + 0.485 |(1s_{1/2})^2\rangle + 0.247 |(0d_{3/2})^2\rangle, \quad (4.6)$$

壳外中子对处于  $1s$  态的几率为 23.5%.

在 UFG 模型中, 我们将密度函数取为常数,  $\rho = 0.16 \text{fm}^{-3}$ ,  $\Delta \rho = \frac{1}{9} \rho$ ;

在

其中,

图  
可见, 1  
方法的  
在

$\rho(\mathbf{k}) =$   
核子对  
我

$R = 3$   
算结果

四  
方法计

的.  $U$

原因是  
为  $\rho \approx$

$\rho = 0$ .  
数取法

$T$

$U_0$   
( $\times 10^{-2}$ )

$U_1$   
( $\times 10^{-3}$ )

$U_2$   
( $\times 10^{-4}$ )

$$\left. \begin{matrix} r \\ 2 \end{matrix} \right\} \quad (3.9)$$

在 LFG 及 RLFG 模型中,我们将密度函数取为伍兹-萨克森分布:

$$\rho(R) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(R-r_c)/a}} \quad (4.7)$$

其中  $r_c = 1.1A^{1/3}(\text{fm})$ ,  $a = 0.56\text{fm}$ ,  $\rho_0$  为归一化常数.

$$\Delta\rho(R) = \frac{1}{9}\rho(R). \quad (4.8)$$

$$\left. \begin{matrix} r \\ 2 \end{matrix} \right\} \quad (3.10)$$

$$m_2 \rangle, \langle \lambda M +$$

在区域可用一  
析表达式.  
似程度.

图 2 给出了 (4.4)、(4.7) 两种密度函数曲线及由 Hatree-Fock 方法计算的密度曲线。可见,由谐振子波函数计算的密度函数与 HF 方法的计算结果符合得较好。

在计算  $U_i$  时,我们将形状因子都取为  $v(k) = k/[1 + k^2/\beta^2]$ , 其中  $\beta = 4.82\text{fm}^{-1}$ . 核子对关联函数取为  $\Gamma(r) = \theta(r - 0.5)$ .

我们用四种密度矩阵计算了  $k' = k$  时,  $R = 3.5\text{fm}$  处的泡利修正项. 表 1 给出了计算结果.

四种方法中,除 UFG 模型外,其它三种方法计算的结果数量级及变化趋势都是一致的. UFG 模型的结果偏离很大,其中一重要原因是:在其它方法中, $R = 3.5\text{fm}$  处的密度为  $\rho \approx 0.03(\text{fm}^{-3})$ ,而在 UFG 模型中,是  $\rho = 0.16\text{fm}^{-3}$  处计算的结果,与  $R$  无关. 其它三种方法计算结果的差异也有由于密度函数取法不同带来的影响.

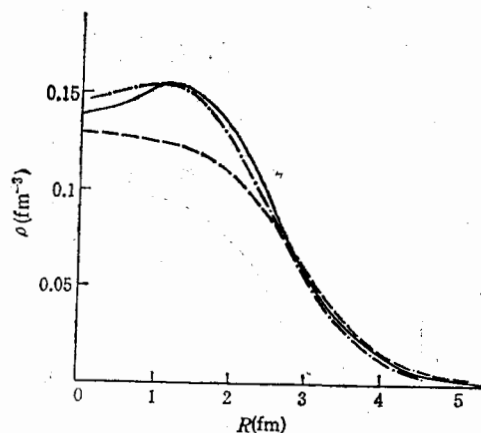


图 2  $O^{16}$  的密度函数曲线 .....HF 方法, ——(4.4)式, --- (4.7)式

壳的单粒子  
目关能,  $0d$  的  
为  $1/6$ . 由  
(4.1)

$$\left. \begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix} \right\} \quad (4.2)$$

$$\left. \begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix} \right\} \quad (4.3)$$

(4.4)

(4.5)

计算的结

(4.6)

表 1 光学势各分量与密度矩阵模型的依赖关系

$T_x(\text{MeV})$		50	100	150	200	250	300
$U_0$ ( $\times 10^{-2}\text{fm}^{-2}$ )	UFG	$10.92 + 7.29i$	$4.82 + 50.9i$	$-11.40 + 34.6i$	$-31.8 - 105.9i$	$39.0 - 44.5i$	$30.7 - 8.86i$
	LFG	$0.42 + 0.89i$	$-1.75 + 3.42i$	$-7.46 + 1.82i$	$-0.13 - 6.69i$	$3.02 - 2.69i$	$2.34 - 0.47i$
	RLFG	$0.45 + 0.63i$	$-0.90 + 2.75i$	$-5.82 - 0.59i$	$-0.58 - 5.05i$	$2.11 - 2.16i$	$1.71 - 0.44i$
	OSW	$0.32 + 0.59i$	$-0.96 + 2.23i$	$-4.76 - 0.76i$	$-0.38 - 4.21i$	$1.81 - 1.80i$	$1.45 - 0.36i$
$U_1$ ( $\times 10^{-3}\text{fm}^{-2}$ )	UFG	$14.8 + 7.89i$	$-13.7 + 63.3i$	$-132.6 - 53.4i$	$-49.4 - 115.8i$	$38.9 - 55.3i$	$35.5 - 13.2i$
	LFG	$0.72 + 1.11i$	$-1.55 + 4.72i$	$-9.95 - 1.06i$	$-0.90 - 8.53i$	$3.66 - 3.58i$	$3.00 - 0.61i$
	RLFG	$0.71 + 0.84i$	$-0.92 + 3.92i$	$-8.04 + 0.14i$	$-1.20 - 6.78i$	$2.74 - 3.62i$	$2.35 - 0.61i$
	OSW	$0.88 + 1.33i$	$-1.81 + 5.41i$	$-11.15 - 0.89i$	$-1.41 - 9.53i$	$3.98 - 4.21i$	$3.38 - 0.81i$
$U_2$ ( $\times 10^{-4}\text{fm}^{-2}$ )	UFG	$7.89 + 4.62i$	$7.69 + 34.1i$	$-73.2 + 28.4i$	$-23.1 - 57.5i$	$19.2 - 26.6i$	$18.0 - 5.36i$
	LFG	$0.42 + 0.62i$	$-0.70 + 2.44i$	$-4.97 - 0.16i$	$-0.72 - 4.15i$	$1.77 - 1.83i$	$1.56 - 0.24i$
	RLFG	$0.43 + 0.44i$	$-0.32 + 2.12i$	$-4.07 + 0.29i$	$-0.83 - 3.28i$	$1.29 - 1.52i$	$1.19 - 0.25i$
	OSW	$0.87 + 1.12i$	$-1.14 + 4.74i$	$-9.15 - 0.08i$	$-1.63 - 7.46i$	$3.04 - 3.40i$	$2.75 - 0.52i$

为了实用方便,人们通常将光学位参数化表示成  $\rho$ 、 $\Delta\rho$  的函数.文献[3]提出了一种参数化形式,对于  $k' = k = k_0$ ,  $T = 1$ , 可以表示成下列形式:

$$U_0 = -k_0^2 \left[ \frac{\rho^2}{\rho_0} \lambda_0 + \frac{\Delta\rho^2}{\rho_0} \lambda_3 - \frac{\Delta\rho^2}{\rho_0} \lambda_2 \right], \quad (4.9)$$

$$U_1 = -k_0^2 \left[ \frac{1}{2} \rho \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \lambda_4 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta\rho^2}{\rho_0} \lambda_2 \right], \quad (4.10)$$

$$U_2 = -k_0^2 \frac{\Delta\rho^2}{\rho_0} \lambda_2. \quad (4.11)$$

图 3 给出了  $R = 3.5 \text{ fm}$  处计算出的  $\lambda_i$  值. 可以看到: 四种方法得到的  $\lambda_i$  值变化趋势都相同, UFGM 偏差最大, LFGM 次之, RLFGM 的结果与谐振子波函数方法计算的结果符合得比较好.

图 4 给出了固定  $T_x = 150 \text{ MeV}$  时, 在表层 ( $\rho$  由  $0.8 \rho_0 \sim 0.1 \rho_0$ ),  $\text{Re}\lambda_0$  随  $R$  的变化曲线. 可见, RLFGM 对 LFM 的修正效果很好, 它与谐振子波函数的结果符合得相当好; 变化比较平缓. 对于其它

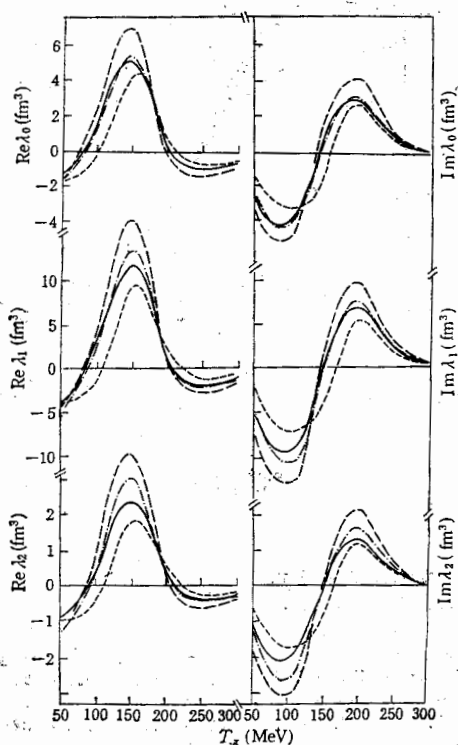


图 3 不同模型算出的  $\lambda_i$  随  $T_x$  的变化曲线

— OSWM    - - - - RLFGM    - · - · - LFGM    · · · · UFGM

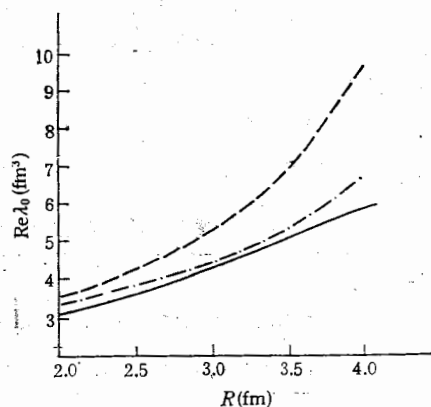


图 4  $\text{Re}\lambda_0$  对  $R$  的依赖关系

· · · · RLFGM    — OSWM    - - - LFGM

$T_x$ 、 $\lambda_i$  值, 也有类似的结果.

由以上的结果及讨论, 我们得出结论: 在处理泡利修正项的密度矩阵问题时, 采用 RLFG 模型是一个相当好的近似.

### 参 考 文 献

- [1] Proceedings of the LAMPF Workshop on Pion Double Charge Exchange (1985, 1).
- [2] M. B. Johnson and D. J. Ernst, *Phys. Rev.*, C27(1983), 709.
- [3] M. B. Johnson and E. R. Siciliano, *Phys. Rev.*, C27(1983), 730.
- [4] H. C. Chiang and M. B. Johnson, *Phys. Rev.*, C32(1985), 531.

[5]

[6]

[7]

[8]

[9]

[10]

[11]

[12]

[13]

[14]

DE

poten  
differ  
revise

[3] 提出了一

(4.9)

(4.10)

(4.11)

的  $\lambda_i$  值变化  
大, LFGM 次  
子波函数方法

150 MeV 时,  
 $\kappa$ ),  $\text{Re}\lambda_0$  随  
f 对 LFM 的  
皮函数的结果  
爱。对于其它

- [5] M. B. Johnson, in Proc. of Int. Summer School on the N-N interaction and Many-Body Physics, World Scientific, Singapore (1983).
- [6] M. B. Johnson, *Phys. Rev.*, **C22**(1980), 192.
- [7] J. W. Negele and D. Vauthern, *Phys. Rev.*, **C5**(1972), 1477.
- [8] J. Hufner and M. C. Nemes, *Phys. Rev.*, **C23**(1981), 2538.
- [9] G. Rowe, M. Salomon, and R. H. Landau, *Phys. Rev.*, **C18**(1978), 584.
- [10] J. C. Slater, "Quantum Theory in Atomic Structure" 中译本《原子结构中的量子理论》
- [11] H. A. Bethe, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, Vol. 21(1971), 93.
- [12] Y. C. Lin, *Nucl. Phys.*, **A140**(1969), 359.
- [13] T. A. Brody and M. Moshinsky, Table of Transformation Brackets (1967).
- [14] E. C. Halbert, et al., *Adv. Nucl. Phys.*, Vol. 4(1971), 315.

## DENSITY MATRIX DEPENDENCE OF PAULI CORRECTIONS TO THE PION-NUCLEUS OPTICAL POTENTIAL

ZOU BING-SONG, CHIANG HUAN-CHING

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

We examine how the density matrix affects the Pauli corrections to the pion-nucleus optical potential in the region of the  $\Delta_{33}$  resonance, i.e. for pion kinetic energies of 50~300 MeV. Four different approaches—shell Model with harmonic oscillator wave functions, uniform, local and revised local Fermi-Gas models—are used to calculate the density matrix.

4.0

系

---LFGM

问题时, 采用