第12卷 第3期　　高能物理与核物理　　Vol. 12, No. 3
1988年5月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　May, 1988

$M_d \times G$ 时空 Spinning 弦的协变二次量子化

徐 开 文
（浙江大学，杭州）

摘　　要

本文给出了 $M_d \times G$ 时空 BRSSS Spinning 弦模型的 BRS 荷 Q_B. 由 BRS 荷的幂零性质确定了该模型的临界维数和参数 α_0^{NS} 与 α_0^R; 并利用 BRS 荷构造了 BRSSS Spinning 弦的 BRS 不变的自由开弦场论. 我们发现，在这个模型中，只有在取 Abel 群时，才能使超对称性和 BRS 不变性共存. 最后，我们写出了作用量的零质量部分，它含有带群指标的规范场.

近来协变弦场论已有许多人广泛研究 [1—7]. Siegel 构造了玻色弦的场论 [1], Schwarz [9], Terao 和 Uehara [2] 等构造了 Spinning 弦的场论，本文将构造 $M_d \times G$ 时空（M_d 是 d 维闵氏时空，G 为一个紧致群流形）Spinning 弦的场论. 我们利用的是 BRSSS 模型[8]，并把[8]给出的光锥规范超 Virasoro 代数推广到协变规范超 Virasoro 代数；然后利用 [9] 给出的方法构造了半整数（相应于 Neveu-Schwarz），整数（相应于 Ramond）的 BRS 荷，并由 BRS 荷的幂零性质导出了 BRSSS Spinning 弦的临界维数和参数 α_0^{NS} 与 α_0^R，结果与 BRSSS 利用洛仑兹代数封闭性得到的结果相同. 最后，我们利用 BRSSS 模型的 BRS 荷构造了协变规范确定的 $M_d \times G$ 时空 BRSSS 模型开弦自由场论，并证明了当群为非 Abel 时，BRSSS Spinning 弦不能构造具有 d 维时空超对称性(此 d 维时空超对称性是指场的 Bose 自由度与 Fermi 自由度相等，以下都这样称呼，不再说明)的 BRS 不变的开弦场论. 在零质量部分，我们在 $M_d \times G$ 时空中得到带协变规范固定项和相应 F-P 项的超对称规范场.

现在仿照[8]写下 BRSSS Spinning 弦的协变规范阶化 Virasoro 代数：

整数的情况(相应于 Ramond 情况，周期性边界条件，$m, l, n \in Z$，以后记为 R)：

代数生成元：

$$L_n = \frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty} :\alpha^\mu_{n-m}\alpha^\mu_m: + \frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left(m - \frac{1}{2}n\right):d^\mu_{n-m}d^\mu_m:$$

$$+\frac{1}{2\left(1+\frac{C_A}{2k}\right)}\sum_{m=-\infty}^{\infty} :\beta^a_{n-m}\beta^a_m:$$

本文 1987 年 1 月 23 日收到.

$$+\frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left(m-\frac{1}{2}n\right):S^{a}_{n-m}S^{a}_{m}:+\frac{1}{16}(d+d_G) \tag{1}$$

$$F_n=\sum_{m=-\infty}^{\infty}:d^{\mu}_{n-m}\alpha^{\mu}_{m}:+\frac{1}{\sqrt{1+\frac{C_A}{2k}}}\times\left[\sum_{m=-\infty}^{\infty}:\beta^{a}_{n-m}S^{a}_{m}:\right.$$

$$\left.-\frac{i}{6\sqrt{k}}f^{abc}\sum_{l,m=-\infty}^{\infty}:S^{a}_{n-l-m}S^{b}_{m}S^{c}_{l}:\right] \tag{2}$$

$(\alpha^{\mu}_{0}=P^{\mu})$

代数关系：

$$[L_m,L_n]=(m-n)L_{m+n}+\frac{1}{12}Cm^3\delta_{m+n,0}$$

$$[L_m,F_n]=\left(\frac{1}{2}m-n\right)F_{m+n}$$

$$\{F_m,F_n\}=2L_{m+n}+\frac{1}{3}Cm^2\delta_{m+n,0} \tag{3}$$

$$C=\frac{3}{2}d+\frac{d_G}{1+\frac{C_A}{2k}}+\frac{1}{2}d_G \tag{4}$$

C 是阶化代数的中心元素，在协变规范下要对 $\mu=1,\cdots d$ 求和，从而[8]的 $d-2$ 应改成 d. d 是时空维数，d_G 是群空间维数. C_A 是群 G 的第二 Casimir 算子的本征值，K 取正整数.

半整数的情况(相应于 Neveu-Schwarz 情况，反周期性边界条件，$r,s,t\in Z+\frac{1}{2}$，$m,n\in Z$，以后记为 NS)：

代数生成元：

$$L_n=\frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}:\alpha^{\mu}_{n-m}\alpha^{\mu}_{m}:+\frac{1}{2}\sum_{r=-\infty}^{\infty}\left(r-\frac{1}{2}n\right):d^{\mu}_{n-r}d^{\mu}_{r}:$$

$$+\frac{1}{2\left(1+\frac{C_A}{2k}\right)}\sum_{m=-\infty}^{\infty}:\beta^{a}_{n-m}\beta^{a}_{m}:+\frac{1}{2}\sum_{r=-\infty}^{\infty}\left(r-\frac{1}{2}n\right):S^{a}_{n-r}S^{a}_{r}: \tag{5}$$

$$G_r=\sum_{m=-\infty}^{\infty}:d^{\mu}_{r-m}d^{\mu}_{m}:+\frac{1}{\sqrt{1+\frac{C_A}{2k}}}\times\left[\sum_{s=-\infty}^{\infty}:\beta^{a}_{r-s}S^{a}_{s}:\right.$$

$$\left.-\frac{i}{6\sqrt{k}}f^{abc}\sum_{s,t=-\infty}^{\infty}:S^{a}_{r-s-t}S^{b}_{s}S^{c}_{t}:\right] \tag{6}$$

$(\alpha^{\mu}_{0}=P^{\mu})$

代数关系：

$$[L_m,\ L_n]=(m-n)L_{m+n}+\frac{1}{12}Cm(m^2-1)\delta_{m+n,0}$$

$$[L_m,\ G_r]=\left(\frac{1}{2}m-r\right)G_{m+r}$$

$$\{G_r,\ G_s\}=2L_{r+s}+\frac{1}{3}C\left(r^2-\frac{1}{4}\right)\delta_{r+s,0} \tag{7}$$

其中 C 与(4)式相同.

以上 α_m^μ, d_m^μ 分别是闵氏时空玻色、费米产生（消灭）算符；β_m^a, S_m^a 分别是群空间的玻色，费米产生(消灭)算符.

产生，消灭算符满足的对易与反对易关系是：

$$[q^\mu,\ p^\nu]=i\eta^{\mu\nu},\qquad [\alpha_m^\mu,\ \alpha_n^\nu]=m\delta_{m+n,0}\eta^{\mu\nu}$$

$$[\beta_m^a,\beta_n^b]=\frac{-i}{\sqrt{k}}f^{abc}\beta_{m+n}^c+n\delta_{m+n,0}\delta^{ab}$$

$$\{d_m^\mu,\ d_n^\nu\}=\eta^{\mu\nu}\delta_{m+n,0}$$

$$\{S_m^a,\ S_n^b\}=\delta^{ab}\delta_{m+n,0}$$

其它为零.　　(8)

下面我们利用文献 [9, 10, 11] 提供的方法构造 BRS 荷.

若约束 ϕ_a 满足封闭的代数关系：

$$[\phi_a,\ \phi_b]_\pm=\phi_c V_{ab}^c \tag{9}$$

则 BRS 荷为：

$$Q_B=\phi_a\eta^a+\frac{1}{2}(-1)^{n_a}\bar{\eta}_c V_{ab}^c\eta^b\eta^a \tag{10}$$

此处 η^a, $\bar{\eta}^a$ 分别是鬼场和反鬼场，当 ϕ_a 是玻色约束时，n_a 为零；当 ϕ_a 是费米约束时，n_a 是1，可证此 Q_B 是幂零的.

BRSSS Spinning 弦 R 模型的 BRS 荷为：

$$Q_B^R=\sum_{n=-\infty}^{\infty}L_{-n}\eta_n+\sum_{m=-\infty}^{\infty}F_{-m}\xi_m-\frac{1}{2}\sum_{m,n=-\infty}^{\infty}(m-n):\eta_{-m}\eta_{-n}\bar{\eta}_{m+n}:$$
$$+\sum_{m,n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{2}n-m\right):\bar{\xi}_{m+n}\xi_{-m}\eta_{-n}:-\sum_{m,n=-\infty}^{\infty}:\xi_m\xi_n\bar{\eta}_{-m-n}:-\alpha_0^R\eta_0 \tag{11}$$

BRSSS Spinning 弦的 NS 模型 BRS 荷为：

$$Q_B^{NS}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}L_{-n}\eta_n+\sum_{r=-\infty}^{\infty}G_{-r}\xi_r-\frac{1}{2}\sum_{m,n=-\infty}^{\infty}(m-n):\eta_{-m}\eta_{-n}\bar{\eta}_{m+n}:$$
$$+\sum_{m,r=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{2}m-r\right):\bar{\xi}_{m+r}\xi_{-r}\eta_{-m}:-\sum_{r,s=-\infty}^{\infty}:\bar{\eta}_{r+s}\xi_{-r}\xi_{-s}:-\alpha_0^{NS}\eta_0 \tag{12}$$

此处 η_{-n}, $\bar{\eta}_n$ 分别是费米鬼的模和反费米鬼的模，它们满足反对易关系：

$$\{\eta_n,\ \bar{\eta}_m\}=\delta_{n+m,0}\quad (m,\ n\ 为整数) \tag{13}$$

ξ_r, $\bar{\xi}_s$ 分别是玻色鬼的模和反玻色鬼的模，它们满足对易关系：

$$[\xi_r,\ \bar{\xi}_s]=\delta_{r+s,0} \tag{14}$$

对于 NS 模型，r，s 为半整数；对于 R 模型，r，s 为整数.

通过冗长的运算，我们得到：

$$(Q_B^R)^2 = \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{8}\left(\frac{2}{3}C-10\right)n^3 + 2\alpha_0^R n\right]\eta_{-n}\eta_n + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}C-10\right)n^2 + 2\alpha_0^R\right]\xi_{-n}\xi_n - \alpha_0^R\xi_0^2 \tag{15}$$

$$(Q_B^{NS})^2 = \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{8}\left(\frac{2}{3}C-10\right)n^3 + \frac{1}{8}\left(16\alpha_0^{NS} - \frac{2}{3}C + 2\right)n\right]\eta_{-n}\eta_n + \sum_{r=\frac{1}{2}}^{\infty}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}C-10\right)r^2 + \frac{1}{8}\left(16\alpha_0^{NS} - \frac{2}{3}C + 2\right)\right]\xi_{-r}\xi_r \tag{16}$$

在经典的情况，$(Q_B^{NS})^2 = 0$，$(Q_B^R)^2 = 0$. 在量子的情况，如果仍有 $(Q_B^{NS})^2 = 0$，$(Q_B^R)^2 = 0$，则 C，α_0^{NS}，α_0^R 的值应取为：

$$C = 15,\quad \alpha_0^{NS} = \frac{1}{2},\quad \alpha_0^R = 0 \tag{17}$$

代入(4)式，得：

$$d = 10 - \frac{2}{3}\frac{d_G}{1+\frac{C_A}{2k}} - \frac{1}{3}d_G \tag{18}$$

正好与文献[8]利用 Lorentz 代数封闭性所得结果相同. 这样，利用 BRS 荷的幂零性就确定了 BRSSS Spinning 弦的时空维数.

从(18)式可见，选择不同的群流形，可以降低临界时空维数. 例如，当群取为 $SU(3)$，$k=5$ 或 $SO(5)$，$k=2$ 时，时空维数 $d=4$，当群为 $[U(1)]^6$ 直积 Abel 群时，也得 $d=4$.

以下求 BRSSS Spinning 弦场的作用量. 把(11)式和(12)式的 Q_B^R 和 Q_B^{NS} 作鬼和反鬼的零模展开(参考文献[12]).

$$Q_B^{NS} = \eta_0 L^{NS} + \bar{\eta}_0 M^{NS} + \sqrt{2\alpha'}\,\tilde{Q}_B^{NS} \tag{19}$$

其中：

$$L^{NS} = \frac{2\alpha'}{2}P_0^\mu P_0^\mu + \sum_{n=1}^{\infty} n\alpha_n^{+\mu}\alpha_n^\mu + \sum_{n=\frac{1}{2}}^{\infty} n d_n^{+\mu} d_n^\mu + \frac{1}{1+\frac{C_A}{2k}}\sum_{n=1}^{\infty}\beta_n^{+a}\beta_n^a + \sum_{n=\frac{1}{2}}^{\infty} n S_n^{+a}S_n^a + \sum_{n=1}^{\infty} n(\eta_n^+\bar{\eta}_n + \bar{\eta}_n^+\eta_n) - \sum_{n=\frac{1}{2}}^{\infty} n(\bar{\xi}_n^+\xi_n + \xi_n^+\bar{\xi}_n) - \alpha_0^{NS}$$

$$M^{NS} = -2\left(\sum_{n=1}^{\infty} n\eta_n^+\eta_n + \sum_{n=\frac{1}{2}}^{\infty}\xi_n^+\xi_n\right)$$

$$
\begin{aligned}
\widetilde{Q}_B^{NS} = P_0^\mu \cdot \Big[\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}\, (\alpha_n^{+\mu}\eta_n + \eta_n^+\alpha_n^\mu) + \sum_{n=\frac{1}{2}}^{\infty} (\xi_n^+ d_n^\mu + d_n^{+\mu}\xi_n) \Big] \\
+ \beta_0^a \cdot \Bigg[\frac{1}{1+\dfrac{C_A}{2k}} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}\, (\beta_n^{+a}\eta_n + \eta_n^+\beta_n^a) \\
+ \frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{C_A}{2k}}} \sum_{n=\frac{1}{2}}^{\infty} (\xi_n^+ S_n^a + S_n^{+a}\xi_n) \Bigg] \qquad (20)
\end{aligned}
$$

+高模项

$$
Q_B^R = \eta_0 L^R + \bar{\eta}_0 (M^R - \xi_0^2) + \xi_0 F + \bar{\xi}_0 K + \sqrt{2\alpha'}\, \widetilde{Q}_B^R \qquad (21)
$$

其中:

$$
\begin{aligned}
L^R = \frac{2\alpha'}{2} P_0^\mu P_0^\mu + \sum_{n=1}^{\infty} n\alpha_n^{+\mu}\alpha_n^\mu + \sum_{n=1}^{\infty} n d_n^{+\mu} d_n^\mu \\
+ \frac{1}{1+\dfrac{C_A}{2k}} \sum_{n=1}^{\infty} n\beta_n^{+a}\beta_n^a + \sum_{n=1}^{\infty} n S_n^{+a} S_n^a \\
+ \sum_{n=1}^{\infty} n(\eta_n^+\bar{\eta}_n + \bar{\eta}_n^+\eta_n) - \sum_{n=1}^{\infty} n(\bar{\xi}_n^+\xi_n + \xi_n^+\bar{\xi}_n) - \alpha_0^R
\end{aligned}
$$

$$
M^R = -2\Big(\sum_{n=1}^{\infty} n\eta_n^+\eta_n + \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n^+\xi_n \Big)
$$

$$
\begin{aligned}
F = \sqrt{2\alpha'}\, P_0^\mu d_0^\mu + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}\, (d_n^{+\mu}\alpha_n^\mu + \alpha_n^{+\mu} d_n^\mu) \\
+ \sqrt{\frac{2\alpha'}{1+\dfrac{C_A}{2k}}}\, \beta_0^a S_0^a + \frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{C_A}{2k}}} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}\, (S_n^{+a}\beta_n^a + \beta_n^{+a} S_n^a) \\
+ \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (\bar{\xi}_n^+\eta_n + \eta_n^+\bar{\xi}_n) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (\xi_n^+\bar{\eta}_n + \bar{\eta}_n^+\xi_n)
\end{aligned}
$$

$$
K = \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{\infty} n(\eta_n^+\xi_n - \xi_n^+\eta_n)
$$

$$
\begin{aligned}
\widetilde{Q}_B^R = P_0^\mu \cdot \Big[\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}\, (\alpha_n^{+\mu}\eta_n + \eta_n^+\alpha_n^\mu) + \sum_{n=1}^{\infty} (\xi_n^+ d_n^\mu + d_n^{+\mu}\xi_n) \Big] \\
+ \beta_0^a \cdot \Bigg[\frac{1}{1+\dfrac{C_A}{2k}} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}\, (\beta_n^{+a}\eta_n + \eta_n^+\beta_n^a) + \frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{C_A}{2k}}} \sum_{n=1}^{\infty} (\xi_n^+ S_n^a + S_n^{+a}\xi_n) \Bigg]
\end{aligned}
$$

$$+ d_0^\mu \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}\,(\xi_n^+\alpha_n^\mu + \alpha_n^{+\mu}\xi_n) - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2}\,(d_n^{+\mu}\eta_n + \eta_n^+ d_n^\mu)\right]$$

$$+ S_0^a \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{1+\frac{C_A}{2k}}}\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}\,(\xi_n^+\beta_n^a + \beta_n^{+a}\xi_n) - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2}\,(S_n^{+a}\eta_n + \eta_n^+ S_n^a)\right]$$

+高模项 (22)

再引入算符 $\tilde{G}$ 和手征投影算符 P_+^R:

$$\tilde{G} = (-1)^{\sum_{r=\frac{1}{2}}^{\infty}(d_r^{+\mu}d_r^\mu + s_r^{+a}s_r^a + \bar{\xi}_{-r}\xi_r - \xi_{-r}\bar{\xi}_r) - 1} \tag{23}$$

$$P^{NS} = \frac{1}{2}(1 + \tilde{G}) \tag{24}$$

$$\Gamma_{11} = \gamma_{11}(-1)^{\sum_{n=1}^{\infty}(d_n^{+\mu}d_n^\mu + s_n^{+a}s_n^a + \bar{\xi}_{-n}\xi_n - \xi_{-n}\bar{\xi}_n) + \xi_0\bar{\xi}_0} \tag{25}$$

$$P_+^R = \frac{1}{2}(1 + \Gamma_{11}) \tag{26}$$

选取 NS 部分物理态的 $\tilde{G}$ 本征值为正，又选取 R 部分物理态的基态为 Majorana-Weyl Spinor，就可以消除快子，并使作用量具有 d 维时空超对称性[13].

进一步可以证明，当群空间的群为 Abel 群时，P^{NS} 和 P_+^R 具有 BRS 不变性，即:

$$[Q_B^{NS}, P^{NS}] = 0 \qquad [Q_B^R, P_+^R] = 0 \tag{27}$$

而当群是非 Abel 群时，P^{NS}, P_+^R 不具有 BRS 不变性，即:

$$[Q_B^{NS}, P^{NS}] \neq 0 \qquad [Q_B^R, P_+^R] \neq 0 \tag{28}$$

因此 BRSSS Spinning 弦只有当群是 Abel 群时，才能构造 d 维时空超对称的并具有 BRS 不变性的开弦场论.

下面我们举一个例子，取 $G = [U(1)]^6$，它是 Abel 群，相应的临界维数为 4. 此时，弦场论协变量子化所用到的 BRS 不变的动力学算符 D^{NS} 和 D^R 可取为:

$$D^{NS} = [\eta_0\bar{\eta}_0, Q_B^{NS}] = \eta_0 L^{NS} - \bar{\eta}_0 M^{NS} \tag{29}$$

$$\{Q_B^{NS}, D^{NS}\} = 0 \tag{30}$$

$$\begin{aligned} D^R &= \{\eta_0\delta(\xi_0)\bar{\xi}_0, Q_B^R\} \\ &= -\eta_0\delta(\xi_0)F + \delta(\xi_0)\bar{\xi}_0 M^R + i\eta_0(\delta(\xi_0)\bar{\xi}_0^2 - \bar{\xi}_0\delta(\xi_0)\bar{\xi}_0)K \end{aligned} \tag{31}$$

$$[Q^R, D^R] = 0 \tag{32}$$

为了除去负模态，我们必须对物理态给于约束，即要求 $Q_B|\text{phys}\rangle = 0$. 易见此约束条件等价于用 L_n, F_n 表示的约束. 由于 Q_B^2 为零，满足 $Q_B|\text{phys}\rangle = 0$ 的物理态无负模，见 [14, 15].

再定义真空态的归一化:

NS 部分:

$${}_+\langle O^{NS}|\eta_0|O^{NS}\rangle_+ = {}_+\langle O^{NS}|O^{NS}\rangle_- = {}_-\langle O^{NS}|O^{NS}\rangle_+ = 1 \tag{33}$$

R 部分:

$$|O_m^R\rangle_\pm = |\hat{O}^R\rangle_\pm |\tilde{O}_m^R\rangle \tag{34}$$

$$_+\langle \hat{O}^R|\eta_0|\hat{O}^R\rangle_+ = {}_+\langle \hat{O}^R|\hat{O}^R\rangle_- = {}_-\langle \hat{O}^R|\hat{O}^R\rangle_+ = 1 \tag{35}$$

$$\langle \tilde{O}_m^R|\xi_0|\tilde{O}_m^R\rangle = \langle \tilde{O}_m^R|\tilde{O}_{m-1}^R\rangle = \langle \tilde{O}_{m-1}^R|\tilde{O}_m^R\rangle = 1 \tag{36}$$

(注 m 取值为 $\pm\infty$)

然后就可以构造 G 取为 Abel 群的 BRSSS Spinning 弦的超对称作用量.

仿照[2]的作法,作用量为:

$$S = S^{NS} + S^R$$

$$S^{NS} = -\frac{1}{2\alpha'}\int d\eta_0 d\chi \langle \Phi^{NS}(A)|D^{NS}P^{NS}|\Phi^{NS}(A)\rangle$$

$$S^R = -\frac{1}{\sqrt{\alpha'}}\int d\eta_0 d\xi_0 d\chi \langle \Phi^R(A)|D^R P_+^R|\Phi^R(A)\rangle \tag{37}$$

其中 A 包含以下几个场:

闵氏时空: $\mu = 1, 2, \cdots d$	群空间: $I, a = 1, 2, \cdots d_G$
Bose 场:	Bose 场:
$X^\mu(\sigma)$, 模为 α_n^μ, $\alpha_n^{+\mu}$	$Y^I(\sigma)$, 模为 β_n^a, β_n^{+a}
Fermi 场:	Fermi 场:
$\lambda^\mu(\sigma)$, 模为 d_n^μ, $d_n^{+\mu}$	$\chi(\sigma)$, 模为 S_n^a, S_n^{+a}

费米鬼: $\eta(\sigma)$, $\bar{\eta}(\sigma)$, 模为 η_n, $\bar{\eta}_n$, 与 L_n 对应, $n \in Z$

玻色鬼: $\begin{cases} \xi(\sigma), \bar{\xi}(\sigma), \text{模为 } \xi_n, \bar{\xi}_n, \text{与 } F_n \text{ 对应}, n \in Z, (R \text{ 部分}) \\ \xi(\sigma), \bar{\xi}(\sigma), \text{模为 } \xi_r, \bar{\xi}_r, \text{与 } G_r \text{ 对应}, r \in Z + \frac{1}{2}, (NS \text{ 部分}) \end{cases}$

Φ^{NS} 是 d 维费米标量弦场,用鬼的零模展成:

$$\Phi^{NS} = \phi^{NS} + \eta_0 \psi^{NS} \tag{38}$$

Φ^R 是 d 维 Majarana Spinor 弦场,可写成:

$$\Phi^R = \sum_{n=0}^{\infty} \xi_0^n (\phi_n^R + \eta_0 \psi_n^R) \tag{39}$$

最后,让我们讨论一个零质量情形:

由于物理态选择的是 $\tilde{G}$ 本征值为正的态,所以 Φ^{NS} 的零质量展开只能取为:

$$\Phi^{NS} = \Big(A_\mu d_{-\frac{1}{2}}^\mu + W_a S_{-\frac{1}{2}}^a + \frac{i}{\sqrt{2\alpha'}} C \bar{\xi}_{-\frac{1}{2}} + \sqrt{2\alpha'}\, \bar{C} \xi_{-\frac{1}{2}} + i\sqrt{\frac{\alpha'}{2}} B \eta_0 \bar{\xi}_{-\frac{1}{2}} \Big) |O\rangle_+^{NS} \tag{40}$$

D^{NS} 相应的零质量展开为:

$$D^{NS} = \eta_0 \Big[\frac{2\alpha'}{2} P_0^\mu P_0^\mu + \frac{1}{2} d_{-\frac{1}{2}}^\mu d_{\frac{1}{2}}^\mu + \frac{1}{2} S_{-\frac{1}{2}}^a S_{\frac{1}{2}}^a + \frac{1}{2}(\bar{\xi}_{-\frac{1}{2}}\xi_{\frac{1}{2}} + \xi_{-\frac{1}{2}}\bar{\xi}_{\frac{1}{2}}) + \frac{2\alpha'}{2}\beta_0^2 - \frac{1}{2} \Big] + 2\bar{\eta}_0 \xi_{-\frac{1}{2}} \xi_{\frac{1}{2}} \tag{41}$$

相仿, Φ^R, D^R 在零质量情况下展成:

$$\Phi^R = \psi|\hat{O}^R\rangle_+|\tilde{O}^R_m\rangle \tag{42}$$

$$D^R = -\eta_0\delta(\xi_0)(\sqrt{2\alpha'}\beta_0^a S_0^a + \sqrt{2\alpha'}P_0^\mu d_0^\mu) \tag{43}$$

把(40—43)式代入(37)式得:

$$\begin{aligned} S = \int dx \Big[& \frac{1}{2}A_\mu(\Box + \beta_0^2)A_\mu + \frac{1}{2}W_a(\Box + \beta_0^2)W_a \\ & - i\bar{C}(\Box + \beta_0^2)C + \frac{1}{2}B^2 \\ & + i\bar{\Phi}(\partial\!\!\!/ + \beta_0^a\gamma^a) \times \frac{1}{2}(1 + \gamma_{11})\phi\Big] \end{aligned} \tag{44}$$

β_0^a 在群空间中起着相当于时空中 P_0^μ 的作用,即群空间的一个动量算子. 若取 Abel 群为 $U(1)$, 它的变换为 $e^{in\theta}$, n 为整数 $(0,\infty)$, 则 $\beta_0 \sim cn$ 取许多分立的值. 而在讨论零质量情况时, β_0 取零值. 因此得到零质量部分的二次量子化 BRSSS Spinning 开弦场的作用量为:

$$\begin{aligned} S = \int dx \Big[& \frac{1}{2}A_\mu\Box A_\mu + \frac{1}{2}W_a\Box W_a - i\bar{C}\Box C + \frac{1}{2}B^2 \\ & + i\bar{\Phi}\partial\!\!\!/ \frac{1}{2}(1 + \gamma_{11})\phi\Big] \end{aligned} \tag{45}$$

此作用量在以下 BRS 变换中有不变性:

$$\begin{aligned} & \delta A_\mu = \partial_\mu C,\ \delta W_a = 0,\ \delta C = 0,\ \delta\bar{C} = -i(B - \partial_\mu A_\mu) \\ & \delta B = 0,\ \delta\phi = 0 \end{aligned} \tag{46}$$

其中: A_μ, W_a 是规范场, C, $\bar{C}$ 是鬼场, B 是辅助场, ϕ 是旋量场.

在定义 $B = \hat{B} + \partial_\mu A_\mu$ 后,方程(46)成为超对称协变规范下的 $M_d \times G$ 时空的规范场作用量.

到此为止,我们已利用 BRS 不变性构造了 $M_d \times G$ 时空的 BRSSS 模型 Spinning 弦的 BRS 不变自由开弦场论. 从[8]已知,一次量子化时,作用量多出了 Wess-Zumino 项;而在二次量子化时,与[2]的开弦相比,(45)式多出了一组带群指标的规范场. 此时,阶化 Virasoro 代数的中心元素为 $C = \frac{3}{2}d + \frac{d_G}{1 + \frac{C_A}{2k}} + \frac{1}{2}d_G$. 由于 BRS 荷幂零性要求, C 须取定值,因此可通过选不同的群流形来调节时空维数. 遗憾的是,若要 BRSSS 模型既有 d 维超对称性,又有 BRS 不变的二次量子化场的作用量,群就必须限制为 Abel 群.

另外,值得进一步研究 BRSSS 模型的闭弦和杂化弦的情况.

感谢汪容老师对本工作的关心和宝贵意见,感谢黄朝商副研究员,邝宇平教授,陈伟,虞跃,赵卫东有益的讨论.

参 考 文 献

[1] W. Siegel, *Phys. Lett.*, **151B**(1985), 391.
[2] H. Terao and S. Uehara, *Phys. Lett.*, **168B**(1986), 70.

[3] E. Witten, Princeton Preprint (1985).
[4] A. Neveu and P. C. West, *Nucl. Phys.*, **268B**(1986), 125.
[5] K. Itoh, T. Kugo, H .Kunitomo and H. Ooguri, *Prog. Theor. Phys.*, **75**(1986), 162.
[6] D. Friedan, Chicago Preprint EFI 85—27.
[7] A. Neveu and P. C. West, CERN Preprint CERNTH 4315/85(1985).
[8] E. Bergshoeff, S. Randjbar-Daemi, A. Salam, H. Sarmadi, E. Sezgin, *Nucl. Phys.*, **269B**(1986), 77.
[9] J. H. Schwarz, CALTECH Preprint CALT-68-1304.
[10] L. A. Batalin and G. A. Vilkovisky, *Phys. Lett.*, **69B**(1978), 309.
[11] E. S. Fradkin and T. E. Fradkina, *Phys. Lett.*, **72B**(1978), 343.
[12] M. Ito, T. Morozumi, S. Nojir and S. Uehara, *Prog. Theor. Phys.*, **75**(1986), 935.
[13] J. H. Schwarz, CALTECH Preprint CALT-68-1290.
[14] T. Kugo and I. Ojima, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, **66**(1979), 1.
[15] M. Kato and K. Ogawa, *Nucl. Phys.*, **212B**(1983), 443.

COVARIANT AND QUANTIZATION OF SPINNING STRING IN $M_d \times G$ SPACE-TIME

XU KAIWEN

(Zhejiang University, Hangzhou)

ABSTRACT

The BRS charge Q_B of BRSSS Spinning String model in $M_d \times G$ space-time is explicitly given. By means of the nilpotency of the BRS charge, the critical dimension and parameters α_0^R and α_0^{NS} could be fixed; and with the help of the BRS charge a BRS invariant free open BRSSS string field theory could be established. In this model, we find that supersymmetry and BRS invariance could be compatible only when the group G is abelian. And finally, the massless sector comprising gauge fields with indices of group G is demonstrated.