

# 关于介分子离子 $(\alpha p, \mu^-)$ 和 $(\alpha p, 2\mu^-)$

许宗荣 高艳玲

(成都科学技术大学)

## 摘 要

应用 ACQM 理论和方法研究介分子离子  $(\alpha p, \mu^-)$  和  $(\alpha p, 2\mu^-)$ . 发现  $(\alpha p, \mu^-)$  的基态  $(X^2\Sigma^+)$  为排斥态;  $(\alpha p, 2\mu^-)$  为束缚态, 平衡核间距  $R_e = 0.0078\text{bohr}$ , 能量极小值  $E = -551.78\text{a.u.}$ .

自1957年人们发现  $\mu^-$  介子为液氢俘获, 并催化核聚变反应  $p + d \rightarrow \text{He}^{3[1]}$  以来, 人们开始了对  $\mu^-$  介分子的研究, 其中有 Cavaliere 等人<sup>[2]</sup>对介分子离子  $(2p, \mu^-)$  的理论计算. 可以认为,  $\mu^-$  介子与物质的作用, 往往是通过形成  $\mu^-$  介分子(或离子), 然后经过一系列后续过程进行的. 由于  $\mu^-$  介分子(离子)的寿命极短, 对它的性质的实验观测较为困难, 因而理论上的研究极为必要.

$\mu^-$  介子具有与电子  $e^-$  相同的一些性质, 如电荷、自旋和统计性质, 因而它可以取代分子或原子中的电子形成介分子或介原子. 对于轻元素, 由于  $\mu^-$  介子间静电排斥能大大超过自旋-轨道耦合作用能,  $L-S$  耦合方案成立, 因而有理由假定: 推广的 Wingner-Witmer 规则<sup>[3]</sup>对介原子和介分子仍然成立.

考虑由氦核  $\alpha$ 、质子  $p$  与  $\mu^-$  介子构成的介分子离子  $(\alpha p, \mu^-)$ , 按  $L-S$  方案, 它应有  $X^2\Sigma^+$  的基态光谱项. 按推广的 Wingner-Witmer(W-W) 规则, 它可能有的离解极限为

$$(\alpha p, \mu^-)(X^2\Sigma^+) \begin{cases} \rightarrow (\alpha, \mu^-)(^2S_g) + p \\ \rightarrow (p, \mu^-)(^2S_g) + \alpha \end{cases}$$

本文用排列通道量子力学 (ACQM)<sup>[4]</sup> 的理论和方法来研究介分子离子, 为此, 考虑相应于上列两种离解极限的两个排列通道, 记为

$$\text{通道 1: } (\alpha, \mu^-) + (p)$$

$$\text{通道 2: } (p, \mu^-) + (\alpha)$$

在 Born-Oppenheimer 近似下, 该体系的非相对论 Hamiltonian 量为 (按介原子单位, m. a. u., 在此单位中规定质量单位 = 介子质量; 电荷单位 = 质子的电荷; 角动量单位 =  $\hbar$ ):

$$H = -\frac{1}{2}\nabla^2 - \frac{2}{r_{\alpha\mu}} - \frac{1}{r_{p\mu}} + \frac{2}{R_{\alpha p}}$$

式中  $r_{\alpha\mu}$ ,  $r_{p\mu}$  和  $R_{\alpha p}$  分别为  $\alpha$  粒子与介子, 质子与介子和  $\alpha$  粒子与质子之间的距离.

按 ACQM 法, 体系的  $H$  按两个通道划分为

求

$\psi$   
般  
子

而  
质

它

据  
程

最  
成  
计  
排

通

$$\text{通道 1: } H_1 = -\frac{1}{2} \nabla^2 - \frac{2}{r_{\alpha\mu}},$$

$$V_1 = \frac{2}{R_{\alpha p}} - \frac{1}{r_{p\mu}},$$

$$\text{通道 2: } H_2 = -\frac{1}{2} \nabla^2 - \frac{1}{r_{p\mu}},$$

$$V_2 = \frac{2}{R_{\alpha p}} - \frac{2}{r_{\alpha\mu}}.$$

对两通道问题, 需解本征多项式

$$\begin{vmatrix} E - \varepsilon_1 & \langle \psi_1 | V_1 | \psi_2 \rangle \\ \langle \psi_2 | V_2 | \psi_1 \rangle & E - \varepsilon_2 \end{vmatrix} = 0, \quad (1)$$

求得的最小实根  $E$  即为体系的能量. 式中  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  分别为第一、二通道的集团能量和

$$\varepsilon_1 = \langle \psi_1 | H_1 | \psi_1 \rangle,$$

$$\varepsilon_2 = \langle \psi_2 | H_2 | \psi_2 \rangle,$$

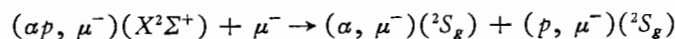
$\psi_1$  与  $\psi_2$  为第一、二通道的通道波函数. 在 ACQM 计算实践中, 取简单的通道波函数, 一般就可得到较满意的结果, 这是本法的一大优点<sup>[5]</sup>. 本例中, 选取  $\psi_1$  与  $\psi_2$  分别为氦介原子和氢介原子的简单波函数,  $1s$  类氢轨道.

按式(1)确定体系的势能函数, 作出  $E-R$  势能曲线, 图 1 为典型的排斥型曲线. 因而介分子离子 ( $\alpha p, \mu^-$ ) 的  $X^2\Sigma^+$  态不能稳定存在, 它将自动离解为 ( $\alpha, \mu^-$ ) 介原子和质子.

考虑介分子离子 ( $\alpha p, 2\mu^-$ ), 它应具有  $X^1\Sigma^+$  的基态光谱项. 按推广的  $W-W$  规则, 它的可能离解极限为

$$(\alpha p, 2\mu^-)(X^1\Sigma^+) \begin{cases} \rightarrow (\alpha p, \mu^-)(X^2\Sigma^+) + \mu^- & (a) \\ \rightarrow (\alpha, \mu^-)(^2S_g) + (p, \mu^-)(^2S_g) & (b) \\ \rightarrow (\alpha, 2\mu^-)(^1S_g) + p & (c) \\ \rightarrow (p, 2\mu^-)(^1S_g) + \alpha & (d) \end{cases}$$

据上面的结论, (a) 方式的离解产物 ( $\alpha p, \mu^-$ )( $X^2\Sigma^+$ ) 是不稳定的, 它将按确定微观过程的一般原则<sup>[3]</sup>, 重新结合为两个介原子



最后的极限产物为 (b). 比较 (c) 与 (d) 方式, 由于  $\alpha$  粒子的核电荷高于质子, 因而形成的 ( $\alpha, 2\mu^-$ ) 介原子较 ( $p, 2\mu^-$ ) 介原子稳定, 故 (d) 方式能量上较为不利, 对 ACQM 计算贡献较小, 因而可以不加考虑. 综上, 只需考虑两种离解极限 (b) 和 (c) 所相应的两个排列通道

$$\text{通道 1: } (\alpha, \mu_1^-) + (p, \mu_2^-)$$

$$\text{通道 2: } (\alpha, \mu_1^-, \mu_2^-) + (p)$$

通道中两个  $\mu^-$  介子以下标 1, 2 标记.

该体系在 Born-Oppenheimer 近似下的非相对论 Hamiltonian 量为

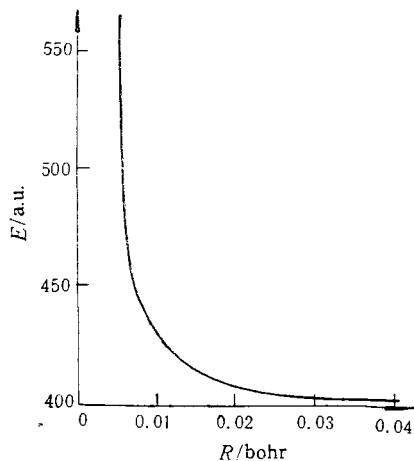


图 1  $(\alpha p, \mu^-)$  基态  $(X^1\Sigma^+)$  的势能曲线

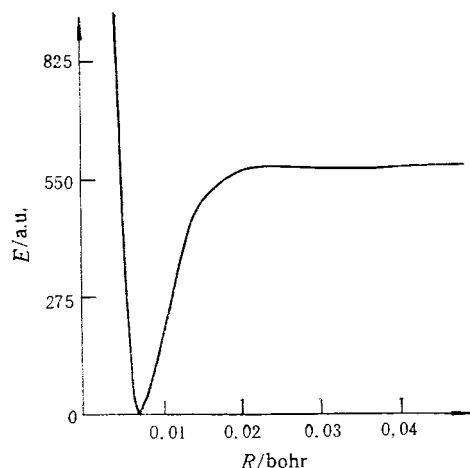


图 2  $(\alpha p, 2\mu^-)$  基态  $(X^1\Sigma^+)$  的势能曲线

$$H = -\frac{1}{2}\nabla_1^2 - \frac{1}{2}\nabla_2^2 - \frac{2}{r_{\alpha\mu_1}} - \frac{2}{r_{\alpha\mu_2}} - \frac{1}{r_{p\mu_1}} - \frac{1}{r_{p\mu_2}} + \frac{1}{r_{\mu_1\mu_2}} + \frac{2}{R_{\alpha p}}$$

对应于两个通道,  $H$  可作如下划分:

$$\text{通道 1: } H_1 = -\frac{1}{2}\nabla_1^2 - \frac{1}{2}\nabla_2^2 - \frac{2}{r_{\alpha\mu_1}} - \frac{1}{r_{p\mu_2}}$$

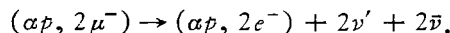
$$V_1 = -\frac{2}{r_{\alpha\mu_2}} - \frac{1}{r_{p\mu_1}} + \frac{1}{r_{\mu_1\mu_2}} + \frac{2}{R_{\alpha p}}$$

$$\text{通道 2: } H_2 = -\frac{1}{2}\nabla_1^2 - \frac{1}{2}\nabla_2^2 - \frac{2}{r_{\alpha\mu_1}} - \frac{2}{r_{\alpha\mu_2}} + \frac{1}{r_{\mu_1\mu_2}}$$

$$V_2 = -\frac{1}{r_{p\mu_1}} - \frac{1}{r_{p\mu_2}} + \frac{2}{R_{\alpha p}}$$

选取通道波函数  $\psi_1 = \varphi_\alpha(1)\varphi_p(2)$ ,  $\psi_2 = \varphi_\alpha(1)\varphi_\alpha(2)$ .  $\varphi_\alpha(1)$  表示中心在  $\alpha$  粒子的标记为 1 的  $\mu^-$  介子的  $1s$  类氢轨道,  $\varphi_p(2)$  为中心在质子的标记为 2 的  $\mu^-$  介子的  $1s$  类氢轨道, 因而  $\psi_2$  即为简单的氢原子波函数.

解本征多项式(1), 取最小实本征值, 得完整的势能曲线, 见图 2. 按此曲线确定了能量极小值  $E_e = -551.78 \text{ a.u.}$ , 相应的平衡核间距  $R_e = 0.0078 \text{ bohr.}$  可见, 形成  $\mu^-$  介分子较通常的分子能量上要稳定得多. 处于束缚态的  $\mu^-$  介子的寿命较非束缚态的  $\mu^-$  介子为短, 它将可能进行自发衰变



由于形成了介分子(离子), 加速了  $\mu^-$  介子的自发衰变, 此时, 核  $\alpha$  与质子起着催化剂的作用. 另一种可能的后续过程为轻核的聚变反应, 在此过程中, 由于形成介分子(离子), 缩短了两个核间的距离, 当接近核力作用范围时, 导致了轻核的聚变反应. 在此过程中,  $\mu^-$  介子起着催化剂的作用.

### 参 考 文 献

[  
[  
[  
[

It  
gr  
se]

- [2] P. Cavaliere et al., *J.Chem.Phys.*, **63**(1975), 624.  
[3] 朱正和, 许宗荣, 成都科技大学学报, **4**(1985), 31.  
[4] W. F. Ford and F. S. Levin, *Phys. Rev.*, **A29**(1984), 30.  
[5] 许宗荣, 朱正和, 研究生学位论文, 1986.

## ON THE MESONIC MOLECULES ( $\alpha p, \mu^-$ ) AND ( $\alpha p, 2\mu^-$ )

XU ZONGRONG GAO YANLING

(Chengdu University of Science and Technology)

### ABSTRACT

ACQM is applied to study the  $\mu^-$ -mesonic molecules ( $\alpha p, \mu^-$ ) and ( $\alpha p, 2\mu^-$ ). It is found that the ground state  $X^2\Sigma^+$  of ( $\alpha p, 2\mu^-$ ) is the repulsive one and the ground state  $X^1\Sigma^+$  of ( $\alpha p, 2\mu^-$ ) is a bound state with the equilibrium proton-proton separation  $R_e = 0.0078\text{bohr}$  and the minimum energy  $E = -551.78\text{a.u.}$