

# 快度近关联与 $e^+e^-$ 湮没中的多重数分布\*

陈之江

(南开大学, 天津)

谢去病

(山东大学, 济南)

麻文军

(南开大学, 天津)

## 摘要

详细讨论了快度近关联的组合规则, 给出了在此规则下  $N$  个夸克和  $N$  个反夸克快度随机排列时, 组合成介子和重子的平均数公式及多重数分布的图谱。利用普遍的和模型无关的能量和平均夸克对数的关系式, 计算了  $e^+e^-$  湮没中的平均介子数, 平均质子数和能量的关系, 计算了三个能量下的多重数分布。并且和实验及负二项分布进行了比较。

## 一、引言

迄今, 关于  $e^+e^- \rightarrow h's$  或  $pp \rightarrow h's$  软反应中究竟末态强子是如何产生的, 即所谓强子化问题的唯象模型可以分为二大类。一是以 Field-Feynman<sup>[1]</sup>, Lund<sup>[2]</sup>, Fukuda<sup>[3]</sup> 等为代表的级联模型, 其共同特征是某种重复循环的夸克对的真空激发, 每次激发遵循同样的无标度动量分享函数直到全部能量耗尽为止。其次这类模型中的强子是紧接在每个  $q\bar{q}$  对产生后就形成了, 然后再衰变成末态实验观测到的强子。这类模型在解释介子的产生和动量分布方面获得了很多的成功, 但在解释重子的产生时遇到许多困难, 不得不额外引入双夸克对的真空激发等假定, 使模型的参数徒然增加。并且引入双夸克对的真空激发不可避免地带来重子偶素 ( $qq\bar{q}\bar{q}$ ) 的出现, 和实验相矛盾。另一类是以 Anisovich<sup>[4]</sup> Xie Qu-bin<sup>[5]</sup> 等为代表的组合模型。其中强子并不是紧接在每个  $q\bar{q}$  对产生后就形成的, 而是从整体上考虑总共产生多少对夸克, 然后按  $SU(6)$  对称性和快度排序随机组合形成末态强子。后一类模型不但能解释介子的产额, 动量分布, 而且还可以自然地解释重子的产生, 因此是更加有希望的模型。其中山东组的研究工作深入讨论了部分子模型中的短程关联, 第一次明确地给出了快度近关联的规则<sup>[7]</sup> 证明快度近关联与 QCD 的基本

\* 国家自然科学基金资助的课题。  
本文 1987 年 6 月 30 日收到。

要求一致，与慢强子先产生这一相对论运动学的结果一起唯一地确定了夸克组合成强子的过程<sup>[5-8]</sup>。

本文从快度近关联的组合规则出发，给出了 $N$ 对快度随机分布的正反夸克对形成介子和重子的多重数分布图谱，这个图谱可以使我们非常直观地理解实验上观测到的多重数分布曲线的来源。和适当的夸克产生律相结合可以给出实验中测量到的多重数分布。第二节中仔细分析了快度近关联的含意，并给出 $N$ 个快度随机分布的夸克对产生的多重数分布图谱。第三节将此图谱和非饱和势模型的夸克产生律相结合，计算出三个能量下， $e^+e^-$ 湮没反应中的多重数分布，并且和实验数据及负二项分布进行比较。

## 二、快度近关联组合规则和多重数分布图谱

快度近关联组合规则可以概括如下：当 $N$ 个夸克 $q$ 和 $N$ 个反夸克 $\bar{q}$ 按快度从小到大自左至右排列后，第一步，从第①个夸克开始，如果第①个夸克和第②个夸克属于不同的类型（ $q$ 算一个类型， $\bar{q}$ 是另一个类型）则生成介子，然后从第③个夸克开始重复第一步。如果第①个夸克和第②个夸克属于相同的类型则看第③个夸克，第二步，如果第③个夸克和第①个夸克属于不同类型则第①和第③个夸克形成介子，从序列中去掉①和③，从第②个夸克开始重复第一步。如果第③个夸克和第①个夸克属于同一类型则①②③形成重子或反重子，再从第④个夸克开始重复第一步。直到全部夸克结合完毕。整个过程如图1所示。

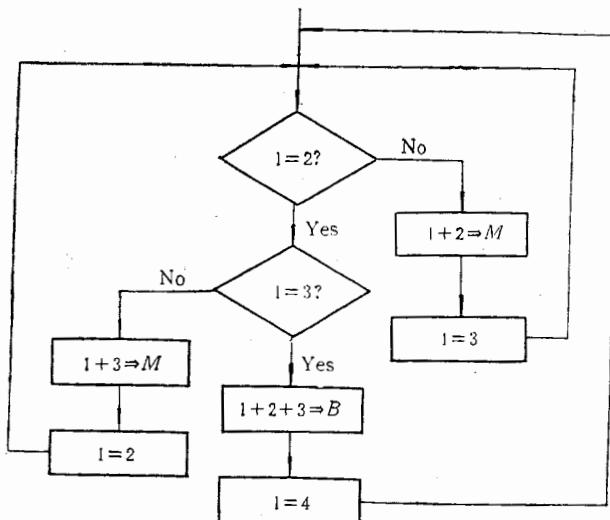


图1 快度近关联夸克组合规则示意

这个规则确实实现了快度近关联，保证永远不会导致跨越两个以上夸克的结合，并且自动满足 $N = m + 3b$ 的条件，不会出现 $(qq\bar{q}\bar{q})$ 的结合。

下节将看到，在现有能量下，夸克的平均对数不超过15，因此所有可能的独立的排列样本在 $0.75 \times 10^8$ 量级，采取一些技巧后，完全可以借助计算机对这些样本直接施以上述

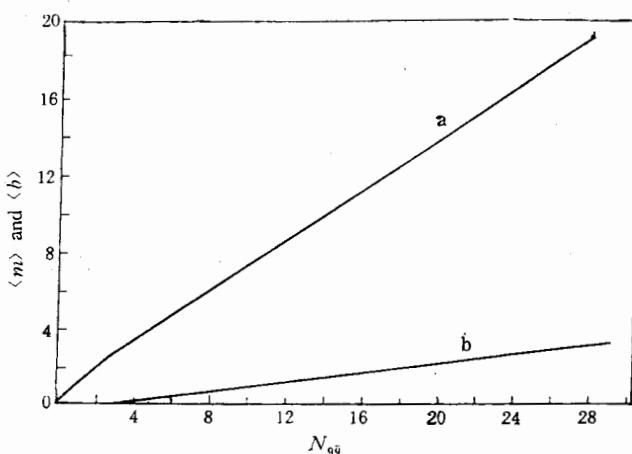


图 2  $N$  个快度随机排列的夸克对所结合成的平均介子数和平均重子数。图中公式  
上线为介子,  $m = 0.6577N_{q\bar{q}} + 0.6848$  下线为重子,  $b = 0.1142N_{q\bar{q}} - 0.2426$

的规则而得到每个样本(即每一种排列)实际产生的介子数和重子数。然后对全体的样本进行平均可以得到平均的介子数,重子数,及多重数分布。图 2 表示  $N$  对  $q\bar{q}$ , 随机排列时平均产生的介子数和重子数,从图中可以明显看出在快度近关联规则下,随着夸克对数  $N$

的增长,不但介子数成线性增加,而且重子也自然出现和增长,不需要人为地引入双夸克对的激发机制来说明重子的产生。图中的公式是对  $N \geq 3$  成立的,图中的曲线在  $N \leq 10$  内是完全精确的。

图 3 给出了  $N = 6$  时,一些快度排列的样本,和在快度近关联规则下组成的介子和重子的排序。可以明显看出克服了 Lund 或改进的 Field-Feynman 模型中引入双夸克真空激发机制所带来的重子  $B$  和反重子  $\bar{B}$  必然相邻的缺点。

图 4 绘出确定夸克对数  $N_{q\bar{q}}$  下的多重数分布  $M(N_{q\bar{q}}, n)$ 。比较不同  $N_{q\bar{q}}$  的曲线,可以看出当  $N_{q\bar{q}} \leq 6$  时,介子多重数分布的峰值在  $N_{q\bar{q}} = 6$  处,当  $7 \leq N_{q\bar{q}} \leq 15$  时,多重数分布的峰值在  $N_{q\bar{q}} = 7$  处,当  $16 \leq N_{q\bar{q}} \leq 24$  时,多重数分布的峰值在  $N_{q\bar{q}} = 16$  处,当  $25 \leq N_{q\bar{q}} \leq 33$  时,峰值移向

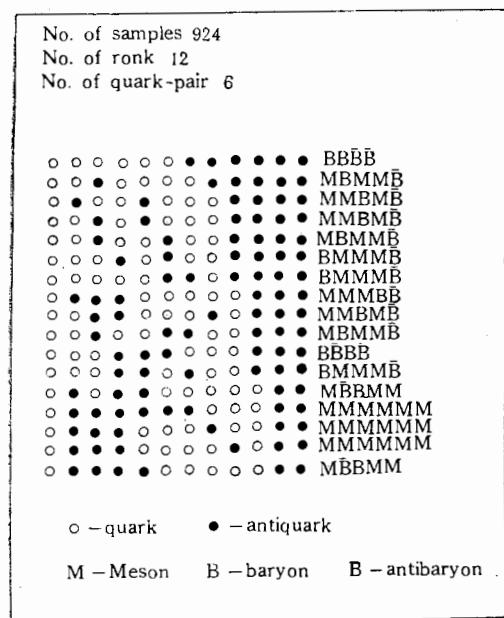


图 3  $N$  等于 6 时一些快度排列的样本,右侧为所组成的介子和重子

$N_{q\bar{q}} = 9$  处,由此可以理解多重数分布的峰值的变化,和实验上多重数分布曲线的来源。有了这个  $N$  对随机排列的多重数分布的图谱,再加上夸克对数  $N$  随能量变化的考虑,就可以计算实验观测量。

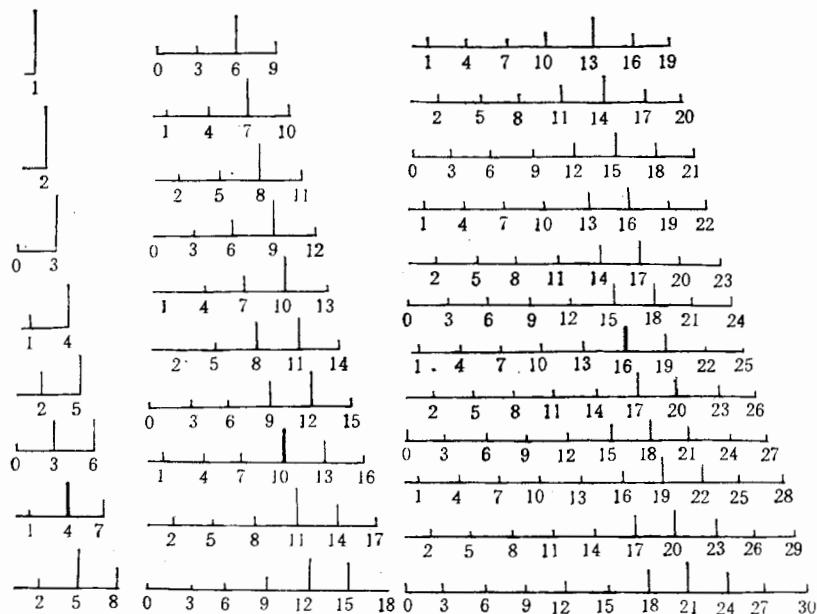


图4 确定夸克对数下的多重数分布

### 三、 $e^+e^-$ 末态多重数分布

在确定能量下究竟平均产生多少对夸克对是一个基本的问题。对任何一个模型能够成立的起码条件是说明多重数随能量的变化，也就是能够给出正确的平均夸克对数  $\langle N_{q\bar{q}} \rangle$  和能量  $\sqrt{s}$  的关系。尽管现有模型的具体机制各异，但给出的  $\langle N_{q\bar{q}} \rangle \sim \sqrt{s}$  关系却都是基本相同的。以 Field-Feynman 模型 Montecarlo 模拟和非饱和势模型为例，二者的结果是很一致的<sup>[10]</sup>，因此抛开机制的细节， $\langle N_{q\bar{q}} \rangle$  随能量的变化曲线可以认为是模型无关的。

为了方便，我们取非饱和势模型计算平均夸克对数  $\langle N_{q\bar{q}} \rangle$  和能量的参数化关系式。由于  $c\bar{c}$  道和  $b\bar{b}$  道的开放  $\langle N_{q\bar{q}} \rangle$  在不同能区取不同的计算公式

$$\begin{cases} \langle N_{q\bar{q}} \rangle = N_1, & \sqrt{s} < 4 \text{ GeV}; \\ \langle N_{q\bar{q}} \rangle = (6N_1 + 4N_2)/10, & \sqrt{s} \in [4, 10] \text{ GeV}; \\ \langle N_{q\bar{q}} \rangle = (6N_1 + 4N_2 + N_3)/10, & \sqrt{s} > 10 \text{ GeV}. \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$\begin{cases} N_1 = (0.64 + 5\sqrt{s})^{1/2} - 0.8, \\ N_2 = (0.64 + 5(\sqrt{s} - 2.58))^{1/2} - 0.8, \\ N_3 = (0.64 + 5(\sqrt{s} - 8.94))^{1/2} - 0.8. \end{cases} \quad (2)$$

$N_{q\bar{q}}$  的分布通常取为 Poisson 型

$$P(N_{q\bar{q}}, \langle N_{q\bar{q}} \rangle) = \frac{\langle N_{q\bar{q}} \rangle^{N_{q\bar{q}}}}{(N_{q\bar{q}})!} e^{-\langle N_{q\bar{q}} \rangle}. \quad (3)$$

将上节得到的在  $N_{q\bar{q}}$  对夸克时的平均介子数  $M(N_{q\bar{q}})$ 、平均重子数  $B(N_{q\bar{q}})$  和公式(3)

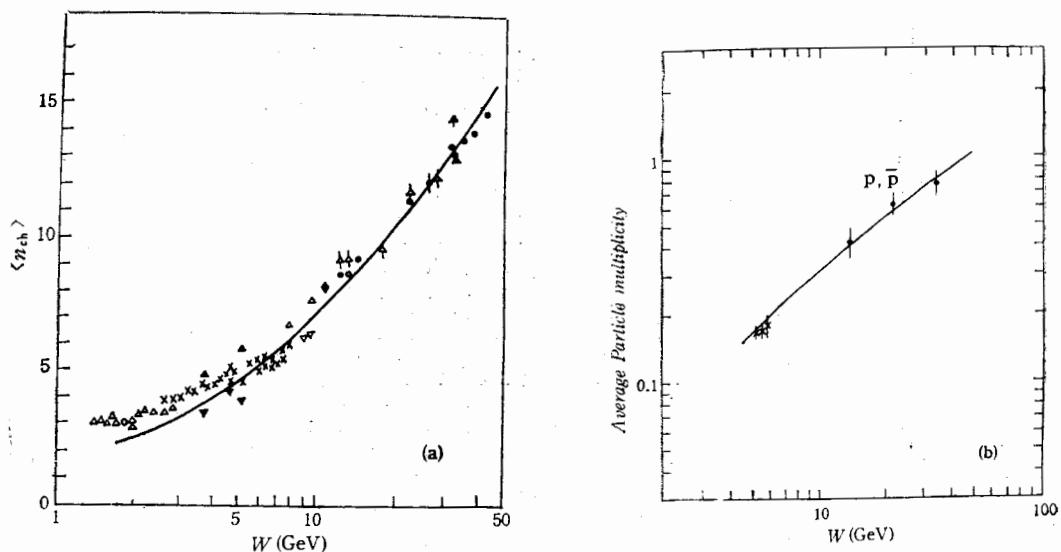


图 5 介子、重子平均多重数随能量的关系

a: 介子; b: 质子和反质子.  $\triangle$  ADONE,  $\times$  MARKII,  $\nabla$  DASP,  $\triangledown$  LENA,  
 $\blacklozenge$  CELLO,  $\square$  PLATO,  $\circ$  JADE,  $\bullet$  TASSO

结合起来可以得到一定能量下, 末态粒子的平均多重数

$$\langle M \rangle_{\sqrt{s}} = \sum_{N_{q\bar{q}}=1}^{N_p} M(N_{q\bar{q}}) * P(N_{q\bar{q}}, \langle N_{q\bar{q}} \rangle) * dm. \quad (4)$$

在上式中  $N_p$  取到 30 就足够了, 例如  $\langle N_{q\bar{q}} \rangle = 10$ ,  $N_{q\bar{q}} = 29$  的上侧概率为  $0.7893 * 10^{-6}$ , 即只带来少于百万分之一的截断误差. 由此得到的介子平均多重数和重子平均多重数随能量的变化如图 5 所示. 其中为了和实验比较, 而又不涉及粒子数据表中关于共振介子衰变的细节, 也不讨论由  $q$  和  $\bar{q}$  结合成的介子究竟是矢量介子还是赝标量介子, 引入一个常数  $dm$ , 表示按第二节快度近关联组合成的介子平均衰变成末态带电粒子的数目.  $dm$  代表了矢量介子和赝标量介子之比  $P_V/P_S$ , 和介子衰变二种效应. 本计算定出  $dm = 1.7$ . 同样在计算重子平均数的公式中

$$\langle B \rangle_{\sqrt{s}} = \sum_{N_{q\bar{q}}=1}^{N_p} B(N_{q\bar{q}}) * P(N_{q\bar{q}}, \langle N_{q\bar{q}} \rangle) * db, \quad (5)$$

引入常数  $db$  代表第二节中组合成的重子中平均会有多少  $p$  和  $\bar{p}$ .  $db$  代表了  $3/2^+$  重子和  $1/2$  重子之比及重子衰变二种效应. 本文定出  $db = 0.74$ . 图中的实验数据均取自文献[11]. 同样利用图 4 的图谱和公式(3)可得确定能量下多重数的分布. 计算结果, 实验点和相应的负二项分布<sup>[12]</sup>如图 6 所示. 其符合情况是使人满意的.

结论: 本文唯一的出发点是快度近关联, 文中引用的平均夸克对数和能量的关系式(1)  $N_{q\bar{q}} \sim \sqrt{s}$  是不依赖于模型的, 实际上可以看成是普适的, 在式中引入的  $dm$  和  $db$  是非实质性的, 可以由粒子数据组中仔细统计出来. 因此和实验的比较可以看成是对快度近关联的一个直接的检验. 计算结果表明: 快度近关联可以给出正确的多重数分布.

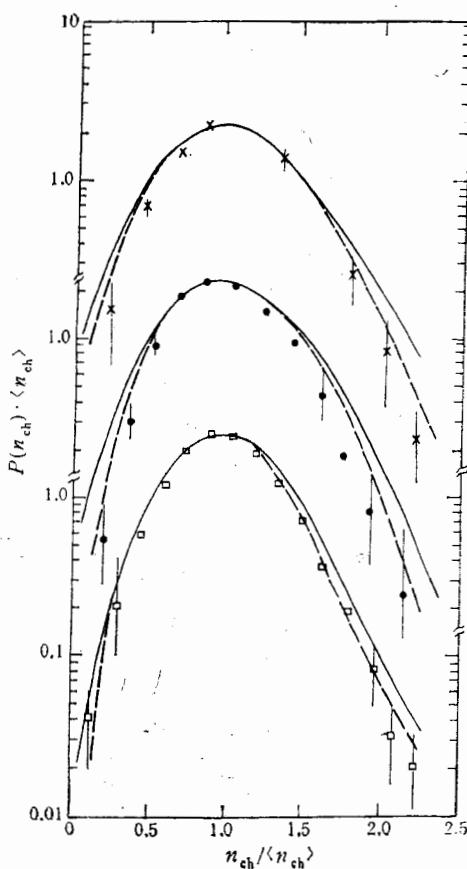


图 6  $e^+e^-$  湍没中的带电粒子多重数分布  
——本文计算结果，----负二项分布， $\times$  14 GeV，● 22 GeV，□ 34 GeV，TASSO

感谢和北京大学高崇寿先生的有益的讨论。

### 参 考 文 献

- [1] R. D. Field and R. P. Feynman, *Nucl. Phys.*, **B136**(1978), 1; T. Meyer, *Z. Phys.*, **C12**(1982), 77.
- [2] B. Andersson et al., *Phys. Lett.*, **94B**(1980), 211; *Nucl. Phys.*, **B194**(1982), 95. G. Inelman, CERN-TH-3986/84 talk given at the XV symposium on Multiparticle Dynamics, Lund, June 1984.
- [3] H. Fukuda, Y. Ishihara, and C. Iso, *Prog. Theor. Phys.*, Vol. **65**, No. 3(1981), 961.
- [4] V. V. Anisovich et al., *Sov. Phys. Usp.* **27**(1984), 901; V. N. Guman et al., *Nucl. Phys.*, **B99**(1975), 523.
- [5] The multiplicity distribution in  $e^+e^-$  annihilation, Liang Zuo-tang, Xie Qu-bing, to be published.
- [6] Xie Qu-bing, *Physica Energiae Fortis et Physica Nuclearis* **3**(1979), 530.
- [7] Xie Qu-bing, Mo Wen-Chuan, Li Yu-fa, *Physica Energiae Fortis et Physica Nuclearis* Vol. **8**, No. 5(1984), 642.
- [8] The quark production law in two jets process of high energy  $e^+e^-$  reaction, Xie Qu-bing, Liu Xi-ming to be published.
- [9] Xie Qu-bing, Liu Xi-ming, *Physica Energiae Fortis et Physica Nuclearis*, Vol. **11**, No. 2(1987), 192.
- [10] Chen Chi-jiang, *Physica Energiae Fortis et Physica Nuclearis* Vol. **1**, No. 5(1986), 553.
- [11] San-lan Wu, DESY 84-028-1984 pp. 227, 229, 254  $e^+e^-$  Physics at Petra-the First Five Years.
- [12] C. K. Chew, Y. K. Lim, *Phy. Lett.*, **163B**(1985), 257.

## THE NEAREST CORRELATION IN RAPIDITY AND THE MULTIPLICITY DISTRIBUTION IN $e^+e^-$ ANNIHILATION

CHEN ZHIJIANG

(*Nankai University, Tianjin*)

XIE QUBING

(*Shandong University, Jinan*)

MA WENJIUN

(*Nankai University, Tianjin*)

### ABSTRACT

We discuss in detail the combination rule of quarks controled by the nearest correlation in rapidity. The average yields of mesons, baryons and the multiplicity distribution produced by stochastic accumulation of  $N$  pairs of quarks have been given. Using the relationship between the average yields of quarks-pair and energy, which is in fact universal, we calculate the observed yields of meson, baryon and the multiplicity distribution in  $e^+e^-$  annihilation. The comparisons among our prediction, the experiment data and the negative binomial distribution are given.

子部硬

其态所以的

$f_{\pi^0}$ 很由

$G_n^2$