第13卷 第7期 高能物理与核物理 Vol. 13, No. 7
1989年7月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS July, 1989

非相对论 BUU 方程*

葛凌霄 卓益忠
（中国科学院近代物理所，兰州） （中国原子能研究院，北京）

摘 要

基于闭合时间格林函数技术，在 H-F 和 Born 近似下，完成了一级和二级微扰计算，得到了不同微扰下的自能和格林函数运动方程，并分别在局域和非局域近似下，得到了单粒子格林函数的 Wigner 函数随时间变化的 Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck（BUU）方程和它的扩展形式．并对导出 BUU 方程的近似做了总结和讨论．

一、引 言

随着一些新建的重离子加速器运转，重离子碰撞的研究有较大的进展，相当多的物理现象被揭露出来．特别是近年来，对中能区域的重离子碰撞，进行了仔细研究．非相对论的碰撞理论被集中用来探讨重离子碰撞的反应机制和各种现象的可能解释． 在中能区域，与低能（$E \leqslant 10\mathrm{MeV}/A$）时平均场占优势不同，反应机制的特点是平均场和两体碰撞同时起作用，而且，泡里原理也是不能排除的．已有不少理论被用来解释中能重离子碰撞，特别值得注意的是，Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck 方程（BUU）的求解和应用在描述中能重离子碰撞方面[1-3]，已取得了一些可喜的成功．

BUU 理论恰当地包括了反应机制的三个基本因素：平均场、泡里原理和两体碰撞．与平均场占优势时是 Vlasov 方程，它是经典近似下的 TDHF 方程；与平均场和两体碰撞相竞争时，BUU 方程是 ETOHF 的半经典近似形式；如忽略了泡里效应的限制，它会发展到核内级联模型（INC）；当在两体碰撞占优势情况下，考虑了局域平衡假说，BUU 将为流体动力学模型所代替． BUU 方程给出单粒子分布函数，是自洽解的方程，虽然它是经典形式的方程，但在量子力学的初始条件下，它的解包含了量子效应．它不同于一般的主方程或 Forker-Planck 类型的方程，这些类型非平衡态方程不能自洽地求解动力学问题．

自十九世纪 Bolzmann 提出了波尔兹曼方程来研究非平衡态物理问题后，Uehling 和 Uhleabeck 把泡里不相容原理送进波尔兹曼方程中变为 BUU 方程[4]．多年来，已有一些作者或从统计学原理出发，或从量子力学方程出发来推导这个方程[5,6]． 新近也有一

* 国家自然科学基金和中科院科学基金资助．
本文 1988 年 2 月 24 日收到．

些这方面的推导[7-12]，但部分推导对于动力学部分（Vlasov 方程）同碰撞项之间的连接由假定做出，不很自然和干净．

用非平衡态的格林函数技术来研究多粒子量子系统的时间发展已是一种成功的工具[9-12]．广泛应用于许多物理领域，并对 Vlasov 方程和波尔兹曼类型的方程做过讨论和推演，由于采用不同的近似，其形式都不尽一致．本文利用非平衡格林函数技术推导了 BUU 方程，给出了 Vlasov 方程和碰撞项之间自然的连接形式；并讨论了从非平衡过程的量子理论导出 BUU 过程中所必须采用的近似和假设；同时，我们分别在局域近似和非局域近似的条件下，给出了 BUU 的形式，适当的修正和发展了原来的 BUU 结果，非局域近似下，动量对平均场的依赖自然地显示出来．

二、闭合时间格林函数和微扰

非平衡格林函数允许我们去研究多粒子量子系统的时间发展．我们知道，基于 Gell_mann 和 Low 理论所得到的算符的期望值不能用于非静止状态的期望值[12]，如果我们讨论相对于 t_0 规定状态的算符期望值，会得到：

$$\langle \hat{O}_H(t)\rangle = \langle U(t_0, t)\hat{O}_I(t)U(t, t_0)\rangle, \tag{2.1}$$

算符的下标 H 和 I 分别表示海森堡和相互作用表象．其中：

$$U(t, t_0) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-i)^n}{n!}T^c\left[\int_{t_0}^{t}dt_1\cdots\int_{t_0}^{t}dt_n[H_I'(t_1)\cdots\cdots H_I'(t_n)]\right], \tag{2.2}$$

$$U(t_0, t) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-i)^n}{n!}T^a\left[\int_{t}^{t_0}dt_1\cdots\int_{t}^{t_0}dt_n[H_I'(t_1)\cdots\cdots H_I'(t_n)]\right]. \tag{2.2'}$$

$H_I'(t)$ 是互作用表象中的相互作用哈密顿量，故

$$\langle \hat{O}_H(t)\rangle = \left\langle T^a\left[\exp\left(-i\int_{t}^{t_0}dt' H_I(t')\right)\right]\hat{O}_I(t)T^c\left[\exp\left(-i\int_{t_0}^{t}dt' H_I'(t')\right)\right]\right\rangle \tag{2.3}$$

T^c 和 T^a 分别为正时序和反时序次序算符，当算符的左边和右边都加入了指数函数，又引进了时间的次序 T，就可分辨场算符属于正时序还是属于反时序部分，因此，引入闭合回路，在时间上朝前从 $t_0\rightarrow t$，又返回从 $t\rightarrow t_0$，如图 1 所示．由此，我们沿着闭合回路来定义格林函数，其时间变量沿着回路，这称为闭合的时间格林函数（CTGF），根据场算符在回路中的不同位置，我们定义下面四种格林函数．

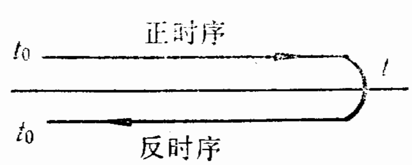

图 1　沿着闭合回路来定义格林函数

i）单粒子格林函数

$$-iG^{-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = \langle \hat{\varphi}_H^{+}(\vec{x}_2, t_2)\hat{\varphi}_H(\vec{x}_1, t_1)\rangle, \tag{2.4}$$

其中

$$\langle \cdots\cdots \rangle = \mathrm{Tr}\,(\hat{\rho}\cdots)/\mathrm{Tr}\,(\hat{\rho}), \tag{2.5}$$

对于 $t_2 = t_1$ 和 $\vec{x}_2 = \vec{x}_1$，(2.4) 式右边是单粒子密度矩阵，即

$$n(\vec{x}_1, t_1) = \langle \hat{n}_H(\vec{x}_1, t_1) \rangle = -iG^{-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2)\big|_{\substack{x_1=x_2\\ t_1=t_2}}, \tag{2.6}$$

相对变量的傅里叶变换后，得到了我们感兴趣的维格纳函数，

$$f(\vec{P}\vec{R}T) = \int d\vec{r} e^{-i\vec{p}\cdot\vec{r}} \left\langle \hat{\phi}_H^+\left(\vec{R} - \frac{\vec{r}}{2}, T\right)\hat{\phi}_H\left(\vec{R} + \frac{\vec{r}}{2}, T\right)\right\rangle, \tag{2.7}$$

它相应于经典的相空间的粒子密度，BUU 方程将研究它随时间变化的规律.

ii) $iG^{+-}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = \langle \hat{\phi}_H(x_1, t_1)\hat{\phi}_H^+(\vec{x}_2, t_2)\rangle$, (2.8)

它的维格纳函数相应于空穴的密度.

iii) $iG^{--}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = \langle T^c | \hat{\phi}_H(\vec{x}_1, t_1)\hat{\phi}_H^+(\vec{x}_2, t_2) | \rangle$, (2.9)

它是正时序的格林函数.

iv) $iG^{++}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = \langle T^a | \hat{\phi}_H^+(\vec{x}_2, t_2)\hat{\phi}_H(\vec{x}_1, t_1) | \rangle$, (2.10)

它是反时序的格林函数.

可以证明，这四类格林函数有下面关系：

$$G^{--}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = \theta(t_1 - t_2)G^{+-}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) + \theta(t_2 - t_1)G^{-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2), \tag{2.11}$$

$$G^{++}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = \theta(t_1 - t_2)G^{-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) + \theta(t_2 - t_1)G^{+-}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2), \tag{2.12}$$

$\theta(t)$ 为阶梯函数，(2.11)和(2.12)可以写为更一般形式.

$$G^{--} + G^{++} = G^{+-} + G^{-+}, \tag{2.13}$$

由方程(2.3)式，四类格林函数可以重新定义：

$$iG^{--}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = \left\langle \left| T^a\left[\exp\left(-i\int_t^{t_0} dt' H_I'(t')\right)\right] T^c\left[\exp\left(-i \right.\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\left. \times \int_{t_0}^{t} H_I'(t')dt'\,\hat{\phi}_I(x_1, t_1) \times \hat{\phi}_I^+(x_2, t_2)\right)\right]\right|\right\rangle, \tag{2.14.1}$$

$$iG^{++}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = \left\langle \left| T^a\left[\exp\left(-i\int_t^{t_0} dt' H_I'(t')\right)\hat{\phi}_I(\vec{x}_1, t_1)\hat{\phi}_I^+(\vec{x}_2, t_2)\right]\right.\right.$$
$$\left.\left. \times T^c\left[\exp\left(-i\int_{t_0}^{t} dt' H_I'(t')\right)\right]\right|\right\rangle, \tag{2.14.2}$$

$$iG^{+-}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = \left\langle \left| T^a\left[\exp\left(-i\int_t^{t_0} dt' H_I'(t')\right)\hat{\phi}_I(\vec{x}_1, t_1)\right]\right.\right.$$
$$\left.\left. \times T^c\left[\exp\left(-i\int_{t_0}^{t} dt' H_I'(t')\right)\hat{\phi}_I^+(\vec{x}_2, t_2)\right]\right|\right\rangle, \tag{2.14.3}$$

$$-iG^{-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = \left\langle \left| T^a\left[\exp\left(-i\int_t^{t_0} dt' H_I'(t')\right)\hat{\phi}_I^+(\vec{x}_2, t_2)\right]\right.\right.$$
$$\left.\left. \times T^c\left[\exp\left(-i\int_{t_0}^{t} dt' H_I(t')\right)\hat{\phi}_I(\vec{x}_1, t_1)\right]\right|\right\rangle, \tag{2.14.4}$$

由(2.14)，可根据费曼规则和 Wick 定理做微扰展开.

我们首先来讨论两体相互作用下的一级微扰，互作用表象中的相互作用哈密顿量有如下形式：

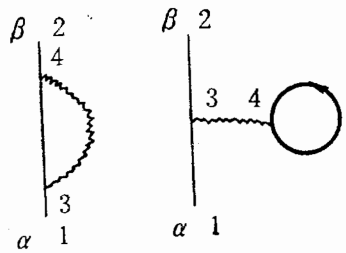

图 2　H-F 近似下的一级图

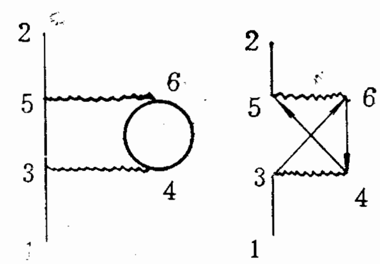

图 3　波恩近似下的费曼二级图

$$H_I' = \frac{1}{2}\hat{\varphi}_\mu^+(\vec{x}_3, t_3)\hat{\varphi}_\nu^+(\vec{x}_4, t_4)V_{\mu\nu\mu'\nu'}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4)\hat{\varphi}_{\nu'}(\vec{x}_4, t_4)\hat{\varphi}_{\mu'}(\vec{x}_3, t_3). \tag{2.15}$$

画出所有的 topologically distint 相连图和直接图，图 2 是一级近似下的费曼图，每个图分别有四个拓广的等价图.

可以证明，在一级近似下，四类格林函数都满足 Dyson 方程. 例如:

$$\begin{aligned}
G_{\alpha\beta}^{(1)-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = {} & G_{\alpha\beta}^{(0)-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) + \iint G_{\alpha\mu}^{(0)-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_3, t_3) \\
& \times \Sigma_{\mu\nu'}^{(1),++}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) \times G_{\nu'\beta}^{(0)-+}(\vec{x}_4, t_4, \vec{x}_2, t_2)d\vec{x}_3dt_3d\vec{x}_4dt_4 \\
& + \iint G_{\alpha\mu}^{(0)--}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_3, t_3)\Sigma_{\mu\nu'}^{(1),--}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) \\
& \times G_{\nu'\beta}^{(0)-+}(\vec{x}_4, t_4, \vec{x}_2, t_2)d\vec{x}_3dt_3d\vec{x}_4dt_4,
\end{aligned} \tag{2.16}$$

其中，

$$\begin{aligned}
\Sigma_{\mu\nu'}^{(1),++}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) = {} & -iG_{\mu'\nu}^{(0)++}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4)V_{\mu\nu\mu'\nu'}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) \\
& + i\delta(\vec{x}_3 - \vec{x}_4) \times \delta(t_3 - t_4)\delta(\nu' - \mu')\int d\vec{x}_4'dt_4'G_{\nu''\nu}^{(0)--}(\vec{x}_4', t_4', \vec{x}_4', t_4') \\
& \times V_{\mu\nu\mu'\nu''}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4', t_4'),
\end{aligned} \tag{2.17}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma_{\mu\nu'}^{(1)--}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) = {} & iG_{\mu'\nu}^{(0)--}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4)V_{\mu\nu\mu'\nu'}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) \\
& - i\delta(\vec{x}_3 - \vec{x}_4) \times \delta(t_3 - t_4)\delta(\nu' - \mu')\int d\vec{x}_4'dt_4'G_{\nu''\nu}^{0--}(\vec{x}_4', t_4', \vec{x}_4', t_4') \\
& \times V_{\mu\nu\mu'\nu''}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4', t_4').
\end{aligned} \tag{2.18}$$

如果把四类格林函数写成如下矩阵形式，

$$G^{(1)} = \begin{pmatrix} G^{(1)--} & G^{(1)-+} \\ G^{(1)+-} & G^{(1)++} \end{pmatrix}, \quad G^{(0)} = \begin{pmatrix} G^{(0)--} & G^{(0)-+} \\ G^{(0)+-} & G^{(0)++} \end{pmatrix}, \tag{2.19}$$

$$\Sigma^{(1)} = \begin{pmatrix} \Sigma^{(1)--} & 0 \\ 0 & \Sigma^{(1)++} \end{pmatrix}, \tag{2.20}$$

那么，Dyson 方程可以写为更紧凑的形式，

$$G^{(1)} = G^{(0)} + G^{(0)}\Sigma^{(1)}G^{(0)}. \tag{2.21}$$

二级费曼图中，我们仅取了 Born 近似，如图 3 所示. 由(2.14)式，我们会得到同样满足 Dyson 方程

$$G^{(2)} = G^0\Sigma^{(2)}G^0, \tag{2.22}$$

的四类格林函数. 其中(2.22)式中二级微扰下的自能 $\Sigma^{(2)}$ 为:

$$\Sigma_{\mu i'}^{(2)++}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_5, t_5) = \iint d\vec{x}_4 dt_4 d\vec{x}_6 dt_6 V_{\mu\nu\mu'\nu'}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) V_{iji'j'}(\vec{x}_5, t_5, \vec{x}_6, t_6)$$
$$\times G_{\mu' i}^{(0)++}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_5, t_5) G_{\nu' j}^{(0)++}(\vec{x}_4, t_4, \vec{x}_6, t_6) G_{j\nu'}^{(0)++}(\vec{x}_6, t_6, \vec{x}_4, t_4)$$
$$- \iint d\vec{x}_4 dt_4 d\vec{x}_6 dt_6 V_{\mu\nu\mu'\nu'}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) V_{iji'j'}(\vec{x}_5, t_5, \vec{x}_6, t_6)$$
$$\times G_{\mu' j}^{(0)++}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_6, t_6) \times G_{j'\nu}^{(0)++}(\vec{x}_6, t_6, \vec{x}_4, t_4) G_{\nu' i}^{(0)++}(\vec{x}_4, t_4, \vec{x}_3, t_3) \tag{2.23}$$

$$\Sigma_{\mu i'}^{(2)--}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_5, t_5) = \iint d\vec{x}_4 dt_4 d\vec{x}_6 dt_6 V_{\mu\nu\mu'\nu'}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) V_{iji'j'}(\vec{x}_5, t_5, \vec{x}_6, t_6)$$
$$\times G_{\mu' i}^{(0)--}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_5, t_5) G_{\nu' j}^{(0)--}(\vec{x}_4, t_4, \vec{x}_6, t_6) G_{j'\nu}^{(0)--}(\vec{x}_6, t_6, \vec{x}_4, t_4)$$
$$- \iint d\vec{x}_4 dt_4 d\vec{x}_6 dt_6 V_{\mu\nu\mu'\nu'}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) V_{iji'j'}(\vec{x}_5, t_5, \vec{x}_6, t_6)$$
$$\times G_{\mu' j}^{(0)--}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_6, t_6) G_{j'\nu}^{(0)--}(\vec{x}_6, t_6, \vec{x}_4, t_4) G_{\nu' i}^{(0)--}(x_4, t_4, x_5, t_5), \tag{2.24}$$

$$\Sigma_{\mu i'}^{(2)+-}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_5, t_5) = - \iint d\vec{x}_4 dt_4 d\vec{x}_6 dt_6 V_{\mu\nu\mu'\nu'}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) V_{iji'j'}(\vec{x}_5, t_5, \vec{x}_6, t_6)$$
$$\times G_{\mu' i}^{(0)++}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_5, t_5) G_{j'\nu}^{(0)-+}(\vec{x}_6, t_6, \vec{x}_4, t_4) G_{\nu' j}^{(0)+-}(\vec{x}_4, t_4, \vec{x}_6, t_6)$$
$$+ \iint d\vec{x}_4 dt_4 d\vec{x}_6 dt_6 V_{\mu\nu\mu'\nu'}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) V_{iji'j'}(\vec{x}_5, t_5, \vec{x}_6, t_6) G_{\mu' j}^{(0)+-}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_6, t_6)$$
$$\times G_{j'\nu}^{(0)-+}(\vec{x}_6, t_6, \vec{x}_4, t_4) G_{\nu' i}^{(0)+-}(\vec{x}_4, t_4, \vec{x}_5, t_5), \tag{2.25}$$

$$\Sigma_{\mu i'}^{(2)-+}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_5, t_5) = - \iint d\vec{x}_4 dt_4 d\vec{x}_6 dt_6 V_{\mu\nu\mu'\nu'}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) V_{iji'j'}(\vec{x}_5, t_5, \vec{x}_6, t_6)$$
$$\times G_{\mu' i}^{(0)-+}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_5, t_5) G_{j'\nu}^{(0)-+}(\vec{x}_6, t_6, \vec{x}_4, t_4) G_{\nu' j}^{(0)+-}(\vec{x}_4, t_4, \vec{x}_6, t_6)$$
$$+ \iint d\vec{x}_4 dt_4 d\vec{x}_6 dt_6 V_{\mu\nu\mu'\nu'}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) V_{iji'j'}(\vec{x}_5, t_5, \vec{x}_6, t_6) G_{\mu' j}^{(0)-+}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_6, t_6)$$
$$\times G_{j'\nu}^{(0)+-}(\vec{x}_6, t_6, \vec{x}_4, t_4) G_{\nu' i}^{(0)-+}(\vec{x}_4, t_4, \vec{x}_5, t_5), \tag{2.26}$$

在一般情况下,四个自能有如下关系,

$$\Sigma^{++} + \Sigma^{--} = -(\Sigma^{+-} + \Sigma^{-+}), \tag{2.27}$$

对于一级近似下的(2.20)式,

$$\Sigma^{++} + \Sigma^{--} = 0. \tag{2.28}$$

三、Vlasov 方 程

一般,两体相互作用可以写为下面形式,

$$V(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) = V(\vec{x}_3, \vec{x}_4)\delta(t_3 - t_4), \tag{3.1}$$

因此,(2.17)和(2.18)式中的正时序和反时序格林函数做类似于

$$iG^{(0)++}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4)\big|_{t_3=t_4+0^+} \Longrightarrow iG^{(0)-+}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4), \tag{3.2}$$

近似,(2.17)式变为,

$$\Sigma^{(1)++}(\vec{x}_3, t_3, \vec{x}_4, t_4) = \delta(t_3 - t_4)\Big[\delta(\vec{x}_3 - \vec{x}_4)\int d\vec{x}_4 V(\vec{x}_3, \vec{x}_4')$$
$$\times G^{(0)-+}(\vec{x}_4, \vec{x}_4') - V(\vec{x}_3, \vec{x}_4) G^{(0)-+}(\vec{x}_3, \vec{x}_4)\Big], \tag{3.3}$$

这正是 Hatree-Fork 自能形式[12],(3.3)式中第一项是直接项,第二项是交换项,即

$$\Sigma^{\rm HF}(\vec{x}_3, \vec{x}_4, t_3) = \Sigma^{(1)++}(\vec{x}_3, \vec{x}_4, t_3), \tag{3.4}$$

设

$$G_{01}^{0-1}=i\frac{\partial}{\partial t_1}-\frac{\nabla_1^2}{2m},\quad G_{02}^{*0-1}=-i\frac{\partial}{\partial t_2}-\frac{\nabla_2^2}{2m},$$

由 Dyson 方程 (2.16)，利用不同时序格林函数性质，直接可以得到在一级近似下的 Kadanoff-Baym 方程[10]，

$$G_{01}^{0-1}G_{\alpha\beta}^{-+}(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_2,t_2)=\int\Sigma_{\alpha\mu}^{--}(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_3,t_3)G_{\mu\beta}^{-+}(\vec{x}_3,t_3,\vec{x}_2,t_2)d\vec{x}_3dt_3,\tag{3.5}$$

$$G_{02}^{*0-1}G_{\alpha\beta}^{-+}(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_2,t_2)=\int G_{\alpha\mu}^{-+}(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_3,t_3)\Sigma_{\mu\beta}^{++}(\vec{x}_3,t_3,\vec{x}_2,t_2)d\vec{x}_3dt_3,\tag{3.6}$$

在 H-F 近似下，利用(3.1)，(3.5)和(3.6)式，对 t_3 积分，

$$\begin{aligned}(G_{02}^{0-1*}-G_{01}^{0-1})G_{\alpha\beta}^{-+}(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_2,t_2)=\int&[G_{\alpha\mu}^{-+}(\vec{x}_1,\vec{x}_3,t_1)\Sigma_{\mu\beta}^{\rm HF}(\vec{x}_3,t_1,\vec{x}_2,t_2)\\&-\Sigma_{\alpha\mu}^{\rm HF}(\vec{x}_1,\vec{x}_3,t_1)G_{\mu\beta}^{-+}(\vec{x}_3,t_1,\vec{x}_2,t_2)]d\vec{x}_3,\end{aligned}\tag{3.7}$$

对(3.7)式做 Fourier 变换，并取 $t_1=t_2=t$，若坐标为，

$$\vec{x}=\frac{1}{2}(\vec{x}_1+\vec{x}_2),\quad \vec{r}=\vec{x}_1-\vec{x}_2,\tag{3.8}$$

那么，(3.7)式左边，利用 Wigner 函数(2.7)式后得到，

$$(G_{02}^{*0-1}-G_{01}^{0-1})G_{\alpha\beta}^{-+}(\vec{x},\vec{p},t)=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\vec{p}}{m}\nabla_x\right)f(\vec{x},\vec{p},t).\tag{3.9}$$

下面，我们分别在局域和非局域近似两种情况来讨论(3.7)式右边．在局域近似情况下，即

$$V(\vec{x}_3,\vec{x}_2)=\delta(\vec{x}_3-\vec{x}_2)\delta(t_3-t_2),\tag{3.10}$$

在一般实际问题中常常涉及到对角的项目，故把(3.7)式右边所含的自旋，同位旋标志取为对角形式，那么，(3.7)式右边变为

$$\begin{aligned}右边=\int e^{-i\vec{p}\cdot\vec{r}}\left[\Sigma_{\alpha\alpha}^{\rm HF}\left(\vec{x}-\frac{1}{2}\vec{r},t\right)-\Sigma_{\alpha\alpha}^{\rm HF}\left(\vec{x}+\frac{1}{2}\vec{r},t\right)\right]G^{-+}\left(\vec{x}-\frac{1}{2}\vec{r},\right.\\\left.\vec{x}+\frac{1}{2}\vec{r},t\right)d\vec{r},\end{aligned}\tag{3.11}$$

围绕着 $\vec{x}$ 对 $\Sigma^{\rm HF}$ 做 Taylor 级数展开，发现，

$$右边=2\sinh\frac{\nabla_x\nabla_p}{2}\Sigma_{\alpha\alpha}^{\rm HF}(\vec{x},t)f(\vec{x},\vec{p},t).\tag{3.12}$$

如果(3.10)式中的 δ 力用非局域近似来代替，(3.7)式右边由两组两元函数乘积的积分组成，即

$$\int d\vec{x}_3f(\vec{x}_1,\vec{x}_3)u(\vec{x}_3,\vec{x}_2).\tag{3.13}$$

为方便运算，我们略去了自旋、同位旋指标，对(3.13)式做坐标(3.8)和新的坐标，

$$\vec{x}'=\frac{1}{2}(\vec{x}_3-\vec{x}_2)\qquad \vec{r}'=\vec{x}_3-\vec{x}_2\tag{3.14}$$

变换，即

$$\int d\vec{x}_3 f(\vec{x}_1, \vec{x}_3) u(\vec{x}_3, \vec{x}_2) = \int d\vec{r}' f\left(\vec{r} - \vec{r}', \vec{x} + \frac{\vec{r}'}{2}, t\right) u\left(\vec{r}', \vec{x} + \frac{\vec{r}' - \vec{r}}{2}, t\right) \quad (3.15)$$

把 f 和 u 两元函数分别对 $\vec{x}$ 做泰劳展开，仅保留至 $\vec{r}'$ 和 $(\vec{r}' - \vec{r})$ 的一次项，那么，fu 两元函数的乘积为，

$$f(\vec{x}_1, \vec{x}_3) u(\vec{x}_3, \vec{x}_2) = f(\vec{r} - \vec{r}', \vec{x}, t) u(\vec{r}', \vec{x}, t) + \frac{1}{2} \vec{r}' \frac{\partial f(\vec{r} - \vec{r}', x, t)}{\partial x}$$
$$\times u(\vec{r}', \vec{x}, t) + \frac{1}{2} (\vec{r}' - \vec{r}) f(\vec{r} - \vec{r}', x, t) \frac{\partial}{\partial x} u(\vec{r}', \vec{x}, t). \quad (3.16)$$

对(3.16)式同样做 Fourier 变换，并用下面关系

$$\vec{r}' e^{i\vec{p}_2 \cdot \vec{r}'} = -i \frac{\partial}{\partial p_2} e^{i\vec{p}_2 \cdot \vec{r}}, \quad (3.17)$$

完成了空间和动量变量 $\vec{r}$、$\vec{r}'$、$\vec{p}_1$ 和 $\vec{p}_2$ 积分后，(3.16)式变为:

$$f(\vec{x}_1, \vec{x}_3) u(\vec{x}_3, \vec{x}_2) = f(\vec{x}_1, \vec{p}, t) u(\vec{x}, \vec{p}, t) + \frac{i}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \vec{x}} f(\vec{x}, \vec{p}, t) + \frac{\partial}{\partial \vec{p}} u(\vec{x}, \vec{p}, t)\right.$$
$$\left. - \frac{\partial}{\partial \vec{p}} f(\vec{x}, \vec{p}, t) \frac{\partial}{\partial \vec{x}} u(\vec{x}, \vec{p}, t)\right], \quad (3.18)$$

把(3.18)式带入(3.7)式右边，并利用(2.7)式 wigner 函数，最后得到(3.7)式右边的表达式为，

$$\text{右边} = \left(\frac{\partial}{\partial \vec{x}} \Sigma^{\mathrm{HF}}(\vec{x}, \vec{p}, t) \frac{\partial}{\partial \vec{p}} - \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \Sigma^{\mathrm{HF}}(\vec{x}, \vec{p}, t) \frac{\partial}{\partial \vec{x}}\right) f(\vec{x}, \vec{p}, t). \quad (3.19)$$

我们看到，在局域近似下，如果(3.12)式取一级近似后，并合(3.9)式，就得到一般所遇到的 Vlasov 方程.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \nabla_x - \nabla_x \Sigma^{\mathrm{HF}} \nabla_p\right) f(\vec{x}, \vec{p}, t) = 0. \quad (3.20)$$

而在非局域近似下，(3.20)式得到了修正.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \nabla_x - \nabla_x \Sigma^{\mathrm{HF}} \nabla_p + \nabla_p \Sigma^{\mathrm{HF}} \nabla_x\right) f(\vec{x}, \vec{p}, t) = 0 \quad (3.21)$$

比较(3.20)和(3.21)，在 H-F 平均场动量依赖情况下，增加了一项 $\nabla_p \Sigma^{\mathrm{HF}} \nabla_r$，这是由于相互作用的非局域性而引起的.

四、碰 撞 项

Kadanoff-Baym 方程在一级和二级微扰近似下，可从 Dyson 方程直接得到，

$$G_{01}^{0-1} G^{-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = \int d\vec{x}_3 dt_3 \Sigma^{\mathrm{HF}}(\vec{x}_1, \vec{x}_3, t_1) G^{-+}(\vec{x}_3, t_1, \vec{x}_2, t_2)$$
$$- \int_{t_0}^{t_1} [\Sigma^{(2)+-}(\vec{x}_1, \vec{x}_3, t_1) - \Sigma^{(2)-+}(\vec{x}_1, \vec{x}_3, t_1)] G^{-+}(\vec{x}_3, t_1, \vec{x}_2, t_2) d\vec{x}_3 dt_3$$
$$+ \int_{t_0}^{t_2} \Sigma^{(2)-+}(\vec{x}_1, \vec{x}_3, t_1) [G^{+-}(\vec{x}_3, t_1, \vec{x}_2, t_2) - G^{-+}(\vec{x}_3, t_1, \vec{x}_2, t_2)] d\vec{x}_3 dt_3, \quad (4.1)$$

$$G_{02}^{*-01}G^{-+}(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_2,t_2)=\int d\vec{x}_3dt_3G^{-+}(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_3,t_2)\Sigma^{HF}(\vec{x}_3,\vec{x}_2,t_2)$$
$$-\int_{t_0}^{t_1}[G^{+-}(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_3,t_2)-G^{-+}(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_3,t_2)]\Sigma^{(2)-+}(\vec{x}_3,\vec{x}_2,t_2)d\vec{x}_3dt_3$$
$$+\int_{t_0}^{t_2}G^{-+}(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_3,t_2)[\Sigma^{(2)+-}(\vec{x}_3,\vec{x}_2,t_2)-\Sigma^{(2)-+}(\vec{x}_3,\vec{x}_2,t_2)]d\vec{x}_3dt_3, \tag{4.2}$$

(4.1)和 (4.2) 式中的第一项是一级微扰近似下的结果，正如在第三部分所证明，它连同(3.7)式左边给出了 Vlasov 方程．下面，我们着重来研究(4.1)和(4.2)方程中的第二、三项的贡献．定义二级微扰近似的贡献为 C．

$$C=-\int[\Sigma^{(2)--}(\vec{x}_1,\vec{x}_3,t_1)G^{-+}(\vec{x}_3,t_1,\vec{x}_2,t_2)+\Sigma^{(2)-+}(\vec{x}_1,\vec{x}_3,t_1)$$
$$\times G^{++}(\vec{x}_3,t_1,\vec{x}_2,t_2)+G^{-+}(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_3,t_2)\Sigma^{(2)++}(\vec{x}_3,\vec{x}_2,t_2)$$
$$+G^{-+}(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_3,t_2)\times\Sigma^{(2)--}(\vec{x}_3,\vec{x}_2,t_2)],d^4\vec{x}_3 \tag{4.3}$$

(4.3)式具有(3.15)两元函数乘积的性质，泰劳展开仅保留零级项，然后做 Fouvier 变换．同时类似于讨论 Σ^{HF} 问题，近似 $\delta(t_1-t_2)$ 成立，这相当于 C 要对 $d\omega/2\pi$ 积分，(4.3)式简化为，

$$C=\int\{-\Sigma^{(2)-+}(\vec{x},\omega,\vec{p},t)G^{+-}(\vec{x},\omega,\vec{p},t)+\Sigma^{(2)+-}(\vec{x},\omega,\vec{p},t)$$
$$\times G^{-+}(\vec{x},\omega,\vec{p},t)\}\frac{d\omega}{2\pi} \tag{4.4}$$

考虑核物质情况，把场算符形式写为[11]

$$\hat{\varphi}(\vec{x},t)=\frac{1}{\sqrt{V}}\sum_{\vec{p}}\hat{a}_{\vec{p}}\exp[i[\vec{p}\cdot\vec{x}-(\varepsilon_p-\mu)t]] \tag{4.5}$$

其中算符 $a_{\vec{p}}$ 有性质，

$$\langle a_{\vec{p}}^{+}a_{\vec{p}}\rangle=n_{\vec{p}}, \tag{4.6}$$
$$\langle a_{\vec{p}}a_{\vec{p}}^{+}\rangle=1-\bar{n}_p. \tag{4.7}$$

故，单粒子格林函数可由(4.5)、(4.6)和(4.7)来表示，

$$G^{(0)-+}(\omega,\vec{p})=2\pi in_{\vec{p}}\delta(\omega-\varepsilon_{\vec{p}}+\mu)=2\pi in_{\vec{p}}\delta(\omega-\omega_p), \tag{4.8}$$
$$G^{(0)+-}(\omega,\vec{p})=-2\pi i(1-n_{\vec{p}})\delta(\omega-\omega_{\vec{p}}). \tag{4.9}$$

如果我们考虑 $G(\vec{x},t)$ 随坐标 x 变化非常缓慢，即碰撞前后的坐标变化不是很大，可采用局域密度近似

$$n_{\vec{p}}\approx f(\vec{x},\vec{p},t), \tag{4.10}$$

把(4.8)，(4.9)和(4.10)带入(4.4)后得，

$$C=\int\{-\Sigma^{(2)-+}(\vec{x},\omega,\vec{p},t)[-2\pi i(1-f(\vec{x},p,t))\delta(\omega-\omega_{\vec{p}})]$$
$$+\Sigma^{(2)+-}(\vec{x},\omega,\vec{p},t)[2\pi if(\vec{x},\vec{p},t)\delta(\omega-\omega_{\vec{p}})]\}\frac{d\omega}{2\pi}. \tag{4.11}$$

二体相互作用的形式取，

$$\begin{aligned}V(\vec{x}_1,t_1,\vec{x}_3,t_3)&=V(\vec{x}_1-\vec{x}_3)\delta(t_1-t_3),\\V(\vec{x}_2,t_2,\vec{x}_4,t_4)&=V(\vec{x}_2-\vec{x}_4)\delta(t_2-t_4),\end{aligned} \tag{4.12}$$

那么(2.25)式重写为,

$$\Sigma^{(2)-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = -\int d\vec{x}_3 d\vec{x}_4 V(\vec{x}_1 - \vec{x}_3) V(\vec{x}_2 - \vec{x}_4) G^{(0)-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2)$$
$$\times G^{(0)+-}(\vec{x}_4, t_2, \vec{x}_3, t_1) G^{(0)-+}(\vec{x}_3, t_1, \vec{x}_4, t_2) + \int d\vec{x}_3 d\vec{x}_4 V(\vec{x}_1 - \vec{x}_3)$$
$$\times V(\vec{x}_2 - \vec{x}_4) G^{(0)-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_4, t_2) G^{(0)+-}(\vec{x}_4, t_2, \vec{x}_3, t_1) G^{(0)-+}(\vec{x}_3, t_1, \vec{x}_2, t_2)$$
$$= -{}^d\Sigma^{-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) + {}^e\Sigma^{-+}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) \tag{4.13}$$

其中,"d" 表示直接项,"e" 表示交换项. 首先,计算直接项,做(3.10)和(3.16)类型的坐标变换和 Fouriev 变换,对 t 积分后,

$$^d\Sigma^{(2)-+}(\vec{x}, \omega, \vec{p}, t) = -\int d\vec{r}' d\vec{x}' \int d\vec{r} e^{-i\vec{p}\cdot\vec{r}} \int \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3} e^{i\vec{p}_3(\vec{x}-\vec{x}') + \frac{i}{2}\vec{p}_3(\vec{r}-\vec{r}')}$$
$$\times V(p_3) \int \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3} e^{i\vec{p}_4(\vec{x}-\vec{x}') - i\frac{\vec{p}_4(\vec{r}-\vec{r}')}{2}} V(\vec{p}_4) \int \frac{d\vec{p}' d\omega'}{(2\pi)^4} e^{i\vec{p}'\vec{r}} G^{-+}(\vec{x}, \vec{p}', \vec{\omega}', t)$$
$$\times \int \frac{d\vec{p}_1' d\omega_1'}{(2\pi)^4} e^{i\vec{p}_1'\vec{r}'} G^{-+}(\vec{x}', \vec{p}_1', \omega_1', t) \int \frac{d\vec{p}_1 d\omega_1}{(2\pi)^4} e^{-i\vec{p}_1\vec{r}'} G^{+-}(\vec{x}', \vec{p}_1, \omega_1, t)$$
$$\times 2\pi\delta(\omega + \omega_1 - \omega' - \omega_1'). \tag{4.14}$$

同(4.10)式的近似类似,由于近似 $G(\vec{x}, t)$ 随 $\vec{x}$ 缓慢变化,(4.14)式中所有被积函数都与 $\vec{x}'$ 无关,因此,对 $\vec{x}'$ 积分后会出现 $(2\pi)^3\delta(\vec{p}_3 \times \vec{p}_4)$,然后分别对 $\vec{r}$、$\vec{r}'$、$\vec{p}_3$ 和 $\vec{p}_4$ 做积分后得,

$$^d\Sigma^{(2)-+}(\vec{x}, \omega, \vec{p}, t) = -\int \frac{d\vec{p}' d\omega'}{(2\pi)^4} \int \frac{d\vec{p}_1' d\omega_1'}{(2\pi)^4} \int \frac{d\vec{p}_1 d\omega_1}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \delta(\vec{p} + \vec{p}_1 - \vec{p}_1' - \vec{p}')$$
$$\times \delta(\omega + \omega_1 - \omega_1' - \omega') |V(\vec{p} - \vec{p}')|^2 G^{-+}(\vec{x}, \omega', \vec{p}', t)$$
$$\times G^{-+}(\vec{x}, \omega_1', \vec{p}_1', t) G^{+-}(\vec{x}, \omega_1, \vec{p}_1, t). \tag{4.15}$$

由于近似 G^{-+} 和 G^{+-} 随 x 变换缓慢,可以近似 G^{+-} 和 G^{-+} 做为自由粒子格林函数,它们与 $\vec{x}$ 没有关系,因此,

$$^d\Sigma^{(2)-+}(\vec{p}, \omega, t) = -\int \frac{d\vec{p}' d\omega'}{(2\pi)^4} \int \frac{d\vec{p}_1' d\omega_1'}{(2\pi)^4} \int \frac{d\vec{p}_1 d\omega_1}{(2\pi)^4} (2\omega)^4 \delta(\omega_1 + \omega - \omega_1' - \omega')$$
$$\times \delta(\vec{p}_1 + \vec{p} - \vec{p}_1' - \vec{p}') |V(\vec{p} - \vec{p}')|^2 G^{(0)-+}(\vec{p}', \omega', t)$$
$$\times G^{(0)-+}(\vec{p}_1', \omega_1', t) G^{(0)+-}(\vec{p}_1, \omega_1, t). \tag{4.16}$$

用同样的方法和近似,我们可以得到交换项,

$$^e\Sigma^{(2)-+}(\vec{p}, \omega, t) = \int \frac{d\vec{p}' d\omega'}{(2\pi)^4} \int \frac{d\vec{p}_1' d\omega_1'}{(2\pi)^4} \int \frac{d\vec{p}_1 d\omega_1}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \delta(\omega_1 + \omega - \omega_1' - \omega')$$
$$\times \delta(\vec{p}_1 + \vec{p} - \vec{p}_1' - \vec{p}') |V(p_1' - p) V(p - p')|$$
$$\times G^{(0)-+}(\vec{p}', \omega, t) G^{(0)-+}(\vec{p}_1', \omega_1', t) G^{(0)+-}(\vec{p}_1, \omega_1, t), \tag{4.17}$$

代入(4.8)和(4.9)式到(4.16)和(4.17)式中,并由(4.13)式,求出总的 $\Sigma^{(2)-+}(\vec{x}, \omega, \vec{p}, t)$,然后分别对 ω', ω_1' 和 ω_1 积分,

$$i\Sigma^{(2)-+}(\vec{p}, \omega_p, x, t) = \int \frac{d\vec{p}_1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{p}_1'}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta(\omega_p + \omega_{p_1} - \omega_{p'} - \omega_{p_1'})$$
$$\times \delta(\vec{p} + \vec{p}_1 - \vec{p}' - \vec{p}_1') [V^2(\vec{p} - \vec{p}') + V^2(p - p_1')] [1 - f(\vec{p}_1, x, t)]$$

$$\times f(\vec{p}_1', x, t) f(\vec{p}', x, t), \tag{4.18}$$

同理可求得，

$$-i\Sigma^{(2)+-}(\vec{p}, \omega_p, x, t) = \int \frac{d\vec{p}_1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{p}_1'}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta(\omega_p + \omega_{p_1} - \omega_{p'} - \omega_{p_1'})$$
$$\times \delta(\vec{p} + \vec{p}_1 - \vec{p}' - \vec{p}_1')[V^2(\vec{p} - \vec{p}') + V^2(\vec{p} - \vec{p}_1')]$$
$$\times [1 - f(\vec{p}_1', x, t)][1 - f(\vec{p}', x, t)] f(\vec{p}_1, x, t). \tag{4.19}$$

把(4.18)和(4.19)式带入(4.11)式，就得到在非局域近似下的碰撞项为.

$$C = \int \frac{d\vec{p}_1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{p}_1'}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta(\omega_p + \omega_{p_1} - \omega_{p'} - \omega_{p_1'}) \delta(\vec{p} + \vec{p}_1 - \vec{p}_1' - \vec{p}')$$
$$\times [V^2(\vec{p} - \vec{p}') + V^2(\vec{p} - \vec{p}_1')]\{[1 - f(\vec{p}, x, t)][1 - f(\vec{p}_1, x, t)] f(\vec{p}_1', x, t)$$
$$\times f(\vec{p}_1', x, t) - f(\vec{p}, x, t) f(\vec{p}_1, x, t)[1 - f(\vec{p}', x, t)][1 - f(\vec{p}', x, t)]\}. \tag{4.20}$$

如考虑相互作用的局域近似，即 $V(\vec{x}_1 - \vec{x}_3) \approx V_0 \delta(x_1 - x_3) \times \delta(t_1 - t_3)$，$V_0$ 独立于动量，计算得到，图 3 中两个图对自能的贡献相抵消，只剩下了交换项贡献.

$$C = V_0 \int \frac{d\vec{p}_1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{p}_1'}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta(\omega_p + \omega_{p_1} - \omega_{p'} - \omega_{p_1'}) \delta(\vec{p} + \vec{p}_1 - \vec{p}' - \vec{p}_1')$$
$$\times \{[1 - f(\vec{p}, \vec{x}, t)][1 - f(\vec{p}_1, x, t)] f(\vec{p}', x, t) f(\vec{p}_1', x, t)$$
$$- f(\vec{p}, x, t) f(\vec{p}_1, x, t)[1 - f(\vec{p}', x, t)][1 - f(\vec{p}_1', x, t)]\}. \tag{4.21}$$

五、总结和讨论

在局域近似下，BUU 方程为：

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \nabla_x - \nabla_x \Sigma^{HF} \nabla_p\right) f(\vec{x}, \vec{p}, t) = C, \tag{5.1}$$

C 由(4.21)给出，是仅仅考虑交换项的结果. 而在非局域近似下，这种类型的方程可写为，

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \nabla_x - \nabla_x U^{HF} \nabla_p + \nabla_p U^{HF} \nabla_x\right) f(\vec{x}, \vec{p}, t) = C, \tag{5.2}$$

C 由(4.20)表示. 为了得到 BUU 方程的形式，不论局域还是非局域近似，下面一些假设和近似是必须的.

1) 无论 H-F 自能的计算，还是 Born 近似下自能的计算，为了方便于泰劳展开，假设，与 $G\left(\vec{r} - \vec{r}', \vec{x} + \frac{\vec{r}'}{2}\right)$ 和 $\Sigma\left(\vec{r}', \vec{x} + \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{2}\right)$ 的变化相比较，积分的贡献来自于 $\vec{x}$ 周围小的 $\vec{r}'$ 和 $\vec{r} - \vec{r}'$ 的范围，并保留展开式的最低阶项目.

2) 假定格林函数随坐标 $\vec{x}$ 变化非常缓慢，这就意味着两体碰撞前后坐标变化很小. 我们应用 (4.10) 那样的局域密度近似，粒子在动量 $\vec{p}$ 时的密度由经典的动量和空间的粒子密度来代替. 同样，我们近似 $\vec{x}' = \frac{1}{2}(\vec{x}_3 + \vec{x}_4)$ 由 $\vec{x} = \frac{1}{2}(\vec{x}_1 + \vec{x}_2)$ 来代替，使(4.14)积分简化.

3) 与近似 2) 直接相关的一个基本假定，是 G^{+-} 和 G^{-+} 使用了自由粒子格林函数

的形式(4.8)和(4.9). 碰撞前后坐标的缓慢变化，使之近似格林函数和自能函数与 $\vec{x}$、$\vec{x}'$ 无关，因而仅与能量 ω 和动量 $\vec{p}$ 相关. 自由粒子形式的使用使之把量子方程对能量 ω 积分后成为经典的 BUU 形式.

BUU 方程除左边动力学部分的前两项是精确结果外，其余都是在各种近似下的结果. 值得注意的是，BUU 方程仅在两体碰撞形式下就可以得到，它是一个适用于稀薄密度的理论，同波尔兹曼方程假设类似，分子混沌性假设明显在前面三个近似中表现出来.

已有一些作者用非平衡态格林函数方法推导过波尔兹曼类型的方程，最新的讨论有 J. Rammer 等人[13]和 P. Danielewicz[12]. 文[13]取相互作用为 $V(\vec{x}) = V_0$ 后给出了我们局域近似下的结果，而文[12]得到了类似于我们非局域近似下的结果. 尽管碰撞项的研究采用不同方式，但都必需采用适当近似才成. 我们系统地研究了两种近似下的 BUU，在非局域近似下，Vlasov 方程中 ∇_p，Σ^{HF}，∇_x 项的出现是最低阶近似的必然结果，如果 Σ^{HF} 与动量无关可转化到局域近似下的结果，也就是目前最流行的形式.

H-F 平均场的计算表明，如果有效质量效应得到考虑后，平均场的动量依赖明显表现出来，仅仅坐标依赖的平均场是不够的，应该考虑修正形式的 BUU 方程(5.2)，自然，它相关于所考虑的物理系统. 因此，从量子力学观点出发，来讨论 BUU 的近似，对所研究的物理问题是很有意义的.

参 考 文 献

[1] G. F. Bertsch, H. Kruse and S. Das, Gupta, *Phys. Rev.*, **C29**(1984), 673.

[2] J. Aichelin and G. Bertsch, *Phys. Rev.*, **C31**(1985), 1730.

[3] C. Gregoire et al., *Aun. Phys. Fr.*, **11**(1986), 323.

[4] E. A. Vehliug and G. E. Uhlenbect, *Phys. Rev.*, **43**(1933), 552.

[5] H. Mori and S. Onol, *Prog. Theer. Phys.*, **8**(1952), 327.

[6] J. K. Kirkwood, *J. Chem. Phys.*, **19**(1951), 1173.

[7] G. F. Bertsch, "Nonrelativistic Theory of Heavy Ion Reactions" School in Heavy Ion Physics, Erice Sicily (1984).

[8] 王顺金,"BUU 方程"未发表.

[9] J. Schwinger, *J. Math. Phys.*, **2**(1961), 407.

[10] P. Kadanoff and G. Baym, "Quantum Statistical mechanics", New York, (1962).

[11] Lifsheiz "Physics Kinetics".

[12] P. Danielewicz, *Ann. Phys.*, **152**(1984), 239.

[13] J. Rammer and H. Smith, *Rev. Mod. Phys.*, **58**(1986), 323.

NON-RELATIVISTIC BUU EQUATION

GE LINGXIAO
(*Institute of Modern Physics, Academia Sinica, Lanzhou*)

ZHUO YIZHONG
(*Instiute of Atomic Energy, Academia Sinica, Beijing*)

ABSTRACT

The Boltzmann-Uehlig-Uhlenbeck (BUU) equation, which is the time evolution of the wigner function of the single particle Green's function, is derived by using the closed-time Green's function approach. The quantum mechanical approximation in deriving the BUU equation is discussed.