第14卷 第12期　　高能物理与核物理　　Vol. 14, No. 12
1990年12月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Dec., 1990

相对论 Thomas-Fermi 近似下的核半径公式

朱超原　　邱锡钧
（中国科学院上海原子核研究所）

摘　　要

使用 QHD-I 的相对论核场论模型，在 Thomas-Fermi 近似下讨论核力作用半径公式 $R = R_0A^{1/3}$，发现理论计算 R_0 的结果与高能 α 粒子与原子核散射的实验结果很好地符合.

一、引　　言

由 Walecka[1] 等提出的相对论核场论模型在研究核物质和有限核方面已取得了很大的成功. 介子-重子相互作用的定域拉氏量给核系统提供了一个自洽的描述. 由于 NN 相互作用的标量和矢量分量可以与核子的质量相比较，所以相对论效应在低能和普通核密度情况下也是很重要的[2]. 核多体系统的相对论描述很好地解释了原子核的静态特性，如结合能、电荷密度和单粒子的自旋-轨道劈裂[3]. 此外，相对论模型还能够很好地解释质子-原子核散射的实验数据[4]，在研究核多极巨共振方面也取得了一定的进展[5].

在本文中我们研究原子核的核力作用半径公式 $R = R_0A^{1/3}$（A 是核子数），R_0 通常用高能中子、质子、α 粒子与原子核散射的实验方法可以测量. 理论计算表明结果与实验值很好地符合. 在下节我们讨论相对论 QHD-I 模型中的 Thomas-Fermi 近似. 最后一节给出理论计算结果与讨论.

二、在 QHD-I 模型中的 Thomas-Fermi 近似

根据 Walecka 的 QHD-I[1] 模型，含有 σ 介子场 ϕ，ω 介子场 V_μ 和核子场 ψ 的 Lagrange 密度由

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(x) = &\bar{\psi}[r_\mu(i\partial^\mu - g_V V^\mu) - (M - g_s\phi)]\psi \\ &+ \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^2\phi^2) - \frac{1}{4}(\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu)^2 \\ &+ \frac{1}{2}m_V^2 V_\mu V^\mu,\end{aligned} \tag{1}$$

本文1990年1月8日收到.

给出，其中 g_s, g_V, m_s, m_V 分别是 σ 和 ω 介子的耦合常数与质量，M 是核子的质量．使用该拉氏量，我们研究核子数为 A 的原子核．假定球对称的平均场 $\phi_0(r)$ 和 $V_0(r)$ 依赖于 r 很缓慢地变化，在给定核子数

$$A=\int d^3x\rho_B(r)$$

的情况下，在重子流 $B^\mu=\delta^{\mu 0}\rho_B(r)$ 的参照系中，系统的 Hamilton 密度可表达为

$$\begin{aligned}\mathscr{H}=&\frac{1}{2}m_s^2\phi_0^2(r)+\frac{1}{2}(\nabla\phi_0(r))^2-\frac{1}{2}m_VV_0^2(r)-\frac{1}{2}(\nabla V_0(r))^2\\&+g_VV_0(r)\rho_B(r)+\frac{\gamma}{(2\pi)^3}\int_0^{K_F(r)}[K^2+M^*(r)^2]d^3K,\end{aligned}\tag{3}$$

其中 $\phi_0(r)$ 和 $V_0(r)$ 满足方程

$$(\nabla^2-m_s^2)\phi_0(r)=-g_s\rho_s(r),\tag{4}$$

$$(\nabla^2-m_V^2)V_0(r)=-g_V\rho_B(r),\tag{5}$$

其中重子密度与标量密度为

$$\rho_B(r)=\frac{\gamma}{(2\pi)^3}\int_0^{K_F(r)}d^3K,\tag{6}$$

$$\rho_s(r)=\frac{\gamma}{(2\pi)^3}\int_0^{K_F(r)}d^3K\frac{M^*(r)}{[\rho^2+M^*(r)^2]^{1/2}},\tag{7}$$

这里 γ 是自旋-同位旋简并度，核子的有效质量 $M^*(r)$ 满足

$$M^*(r)=M-g_s\phi_0(r),\tag{8}$$

为了得到系统的基态，必须使给定重子数 A 情况下使系统总能 $E=\int\mathscr{H}d^3x$ 为极小，这样我们就给出了 $K_F(r)$ 满足

$$g_VV_0(r)+[K_F^2(r)+M^*(r)^2]^{1/2}=\mu=\text{const}.\tag{9}$$

在 Thomas-Fermi 近似下，标量密度和重子密度在半径 $r=R$（R 是核力作用半径）以外恒为零．并假定重子密度在 r 大于矢量介子的 Compton 波长 $1/m_V$ 范围内没有明显的变化，那么方程(5)退化为

$$V_0(r)=g_V/m_V^2\rho_B(r),\tag{10}$$

因此方程(9)可写为

$$\frac{g_V^2}{m_V^2}\frac{\gamma K_F^3(r)}{6\pi^2}+(K_F^2(r)+M^{*2}(r))^{1/2}=\mu=\text{const}.,\tag{11}$$

由于重子密度在 $r=R$ 处为零，从方程(11)立即得到约束条件

$$M^*(R)=\mu.$$

从而在 $r>R$ 的区域内（这时 $\rho_s=\rho_B=K_F=0$）方程(4)的解为

$$M^*(r)=M-(M-\mu)\frac{e^{-(r-R)m_s}}{r/R},\quad r>R\tag{13}$$

从方程(13)可得到另一个约束条件为

$$\left(\frac{dM^*(r)}{dr}\right)_{r=R}=(M-\mu)\left(\frac{1+m_sR}{R}\right).\tag{14}$$

另外在 $r=0$ 处，$\phi_0(r)$ 应该满足 $\phi'(0)=0$，这一条件是 Thomas-Fermi 近似的结果．使用上述约束条件，可得到方程(4)的解为：

$$\phi_0(r)=\frac{g_s}{m_s}\left\{\frac{\mathrm{sh}(m_s r)}{r}\int_r^R ydy\mathrm{e}^{-m_s y}\rho_s(y)+\frac{\mathrm{e}^{-m_s r}}{r}\int_0^r ydy\mathrm{sh}(m_s y)\rho_s(y)\right\},\tag{15}$$

$$M-\mu=\frac{g_s^2}{m_s}\frac{\mathrm{e}^{-m_s R}}{R}\int_0^R ydy\mathrm{sh}(m_s y)\rho_s(y).\tag{16}$$

当我们给定 R，即可数值求解上述方程．最后得到核力作用半径与核子数的关系为

$$A=4\pi\int_0^R r^2 dr\,\rho_B(r).\tag{17}$$

当给定了核力作用半径 R，通过方程(15)，(16)，(11)，(8) 和(7)可自洽求解求 $K_F(r)$，再将 $K_F(r)$ 带入方程(6)得到重子密度 $\rho_B(r)$，从而得到核子数 A．

三、数值结果与讨论

在第二节我们已经给出了在 QHD-I 模型中，Thomas-Fermi 近似下核子数 A 与原子核核力半径 R 的关系．在本节中我们将给出数值计算结果．当我们考虑 $N=Z$ 的原子核时，自旋-同位旋简并值 $\gamma=4$．理论中的耦合常数 $C_s^2=\frac{M^2}{m_s^2}g_s^2=267.1$ 和 $C_V^2=\frac{M^2}{m_V^2}\times g_V^2=195.9$[1] 选取为适合核物质的结合能与饱和密度．理论中的另一个参量 σ 介子的质量 $m_s/M=0.736$ 为了适合可观察的核表面厚度[6]．积分方程用梯形近似数值求解，在 $0<r<R$ 的范围内选取 80 个等分点，r 以 $1/m_s$ 为单位，即等分点之间的距离为 $1/m_s$．

我们的计算结果在表 1 中给出，从表中我们可以看到 R_0 的值随着核子数的增加略有减少，而且当 $A>254.8$ 时，$1.26\leqslant R_0\leqslant 1.25$，即对于很重的核 R_0 已接近于常数．

在高能 α 粒子与原子核散射中，实验发现核力的作用半径(或核势半径) $R=R_0A^{1/3}$，其中 R_0 的实验值为 $R_0=1.4\mathrm{fm}$[7]，从表 1 的理论结果中我们可以看到，我们的计算结果与实验值较好地符合．

表 1 核力半径 $R=R_0A^{1/3}$ 计算结果

R_0(fm)	A(核子数)	R(fm，核力半径)
1.57	20.3	4.28
1.47	35.9	4.85
1.44	45.3	5.13
1.39	69.0	5.70
1.35	100.9	6.28
1.30	166.7	7.15
1.26	254.8	7.99

核力的作用半径比原子核的平均电磁半径要偏大一些，其原因可能是核力的分布可能比电荷分布延伸的范围大一些，或者在核表面区中子比质子多一些．我们的计算结果

给出了同样的结论.

参 考 文 献

[1] B. D. Serot and J. D. Walecka, *Adv. Nucl. Phys.*, **16**(1986), 1.
[2] C. J. Horowitz and B. D. Serot, *Nucl. Phys.*, **A464**(1987), 513.
[3] F. E. Serr and J. D. Walecka, *Phys. Lett.*, **79B**(1978), 10.
B. D. Serot and J. D. Walecka, *Phys. Lett.*, **87B**(1979), 172.
B. D. Serot, *Phys. Lett.*, **86B**(1979), 146.
[4] B. C. Clark et al., *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 1803.
[5] 朱超原,邱锡钧,高能物理与核物理, **14**(1990), 76.
[6] J. D. Walecka, *Lecture Notes in Physics*, Vol. **92**, (Springer, Berlin, 1978), p. 294.
[7] 王永芬,原子核物理学基础(清华大学出版社, 1986).

DERIVING A FORMULA FOR NUCLEAR RADII IN THE RELATIVISTIC THOMAS-FERMI APPROXIMATION

ZHU CHAOYUAN　　QIU XIJUN
(Shanghai Institute of Nuclear Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Using a model of relativistic quantum field theory (QHD-I) and Thomas-Fermi approximation, the formula of the effective radius $R = R_0A^{1/3}$ has been studied in the region of nuclear interaction force. It is found that the theoretical results are in agreement with experimental results of α partcle-nucleus scattering data.