

核形变随 Z, N 的变化与核子间相互作用的电荷无关性

危春林

(南京大学物理系)

傅德基

(中国科学院上海原子核研究所)

徐躬耦

(南京大学物理系, 兰州大学现代物理系)

摘 要

用双能级模型以及与电荷无关的核子-核子相互作用研究核形变随 Z, N 的变化, 得到了与实验大体相符的结果。

一、引 言

随着原子核低激发谱研究的开展, 人们不仅对特定核的能谱进行具体研究, 还开始对一系列核的性质的变化趋势进行全面分析。图1给出了 ^{50}Sn 同位素的第一个 $2+$ 态的激发能 $E(2_1+)^{[1]}$, 它基本上不随 N 变化。图2(a) 给出了 $50 < Z < 82, 82 < N < 126$

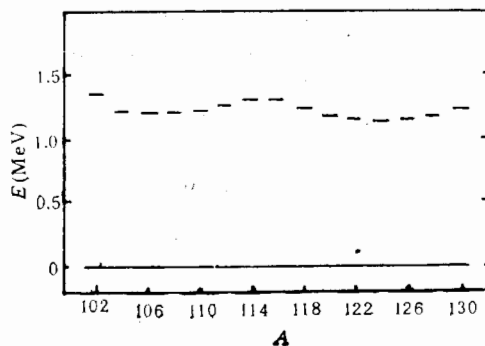


图1 ^{50}Sn 同位素的第一个 $2+$ 态的激发能

这个区域内的核的第一个 $2+$ 态的激发能 $E(2_1+)$ 的等值线图^[2]。可以看到 $E(2_1+)$ 因

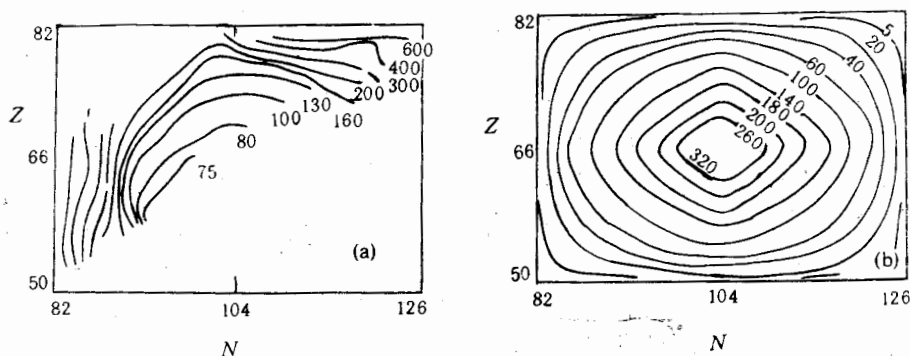


图 2 (a) 第一个 $2+$ 态的激发能的等值线
(b) $N(\pi) \cdot N(\nu)$ 的等值线

而也是核四极形变的相当规则的变化。Casten 等曾把这种变化概括为

$$N_{\pi} \cdot N_{\nu} = \text{常数} \quad (1)$$

的经验规律^[3]。图 2(b) 就是这种规律的示意图。

在 IBM-I 中, 玻色子数等于价核子数之半。如果还认为 IBM-I 哈密顿量中的参数基本上不随价核子数变化, 则 $E(2_1+)$ 或核四极形变近似地有

$$N_{\pi} + N_{\nu} = \text{常数} \quad (2)$$

的规律。很明显, 当 Z 或 N 趋近幻数时, 理论模型的结果与实验结果相差很大。

如果假定 IBM-I 哈密顿量中的参数明显地与 $N_{\pi} \cdot N_{\nu}$ 有关, 当然可以给出与实验相符的结果。但这样处理, 有背相互作用玻色子模型最初提出的主要限于二玻色子相互作用的思想。

另一种出路是考虑区别质子和中子的 IBM-II, 而且认为导致核形变的主要因素是中子玻色子与质子玻色子间的四极-四极作用^[1,4]。但这里需要澄清一个问题, 从具有电荷无关性的核子-核子相互作用出发, 是否能得出这样的四极-四极作用? 这样的四极-四极作用是否能具体解释实验所显示的大范围内的那种变化趋势? 这也就是本文企图回答的两个问题。

二、双能级模型和关于核子间相互作用的分析

为了简化讨论, 我们考虑一个双能级模型, 用宇称不同的两个能级来模拟两个相邻大壳内的能级, 考虑二体作用, 哈密顿量可一般地写为:

$$H = \sum_{pim} \epsilon_i a_{im}^{\dagger}(p) a_{im}(p) + \frac{1}{2} \sum_{\substack{p_1 p_2 p_1' p_2' \\ i m_1 m_2 m_1' m_2'}} \langle i m_1 p_1, i m_2 p_2 | V | i m_1' p_1', i m_2' p_2' \rangle a_{i m_1}^{\dagger}(p_1) a_{i m_2}^{\dagger}(p_2) a_{i m_2'}(p_2') a_{i m_1'}(p_1')$$

$$+ \sum_{\substack{p_1 p_2 p'_1 p'_2 \\ m_1 m_2 m'_1 m'_2}} [\langle j_1 m_1 p_1, j_2 m_2 p_2 | V | j_1 m'_1 p'_1, j_2 m'_2 p'_2 \rangle \\ - \langle j_1 m_1 p_1, j_2 m_2 p_2 | V | j_2 m'_2 p'_2, j_1 m'_1 p'_1 \rangle] a_{j_1 m_1}^+(p_1) a_{j_2 m_2}^+(p_2) a_{j_2 m'_2}^-(p'_2) a_{j_1 m'_1}^-(p'_1), \quad (3)$$

这里 $p_1, p_2, p'_1, p'_2 = \pi, \nu$ 分别相应于质子及中子, j_1, j_2 分别表示下能级和上能级, ϵ_1, ϵ_2 分别表示处于下能级和上能级的单粒子能量. 由于核力的电荷无关性, 上式所表示的 H 是同位旋空间中的标量. 其中第一项是单粒子能量; 第二项是处于同能级(同大壳)的核子间的相互作用; 第三项是处于不同能级(不同大壳)的核子间的相互作用, 这里已用了关系 $\langle ab | V | cd \rangle = \langle ba | V | dc \rangle$.

根据核力的短程性质, 处于同能级的核子间的相互作用可展开为

$$\frac{1}{2} \sum_{JT} \langle j^2; JT | V | j^2; JT \rangle \sum_{MM_T} [a_j^+(p) a_j^+(p)]_{MM_T}^{JT} ([a_j^+(p) a_j^+(p)]_{MM_T}^{JT})^+, \quad (4)$$

并且在 $T = 1$ 时只取 $J = 0$ 的项, 在 $T = 0$ 时只取 $J = 1$ 的项. 于是上式化为:

$$\frac{1}{2} \sum_{j=i_1, j_2} \langle j^2; J=0, T=1 | V | j^2; J=0, T=1 \rangle \sum_{M_T} [a_j^+ a_j^+]_{M=0, M_T}^{J=0, T=1} ([a_j^+ a_j^+]_{M=0, M_T}^{J=0, T=1})^+ \\ + \frac{1}{2} \sum_{j=i_1, j_2} \langle j^2; J=1, T=0 | V | j^2; J=1, T=0 \rangle \sum_M [a_j^+ a_j^+]_{M, M_T=0}^{J=1, T=0} ([a_j^+ a_j^+]_{M, M_T=0}^{J=1, T=0})^+. \quad (5)$$

处于不同能级(不同大壳)的核子间的相互作用主要是它的“长程”部分的贡献, 故作一般的多极展开,

$$V(1, 2) = - \sum_{lm} k_l F_l(1, 2) Q_{lm}^*(1) Q_{lm}(2) \\ \approx - \sum_{lm} k_l f_l(1) Q_{lm}^*(1) \cdot f_l(2) Q_{lm}(2). \quad (6)$$

忽略交换积分, 得到

$$- \sum_{\substack{lm \\ p_1 p_2}} \frac{1}{2l+1} \sqrt{(2j_1+1)(2j_2+1)} k_l \langle j_1 \| f_l Q_l \| j_1 \rangle [a_{j_1}^+(p_1) \tilde{a}_{j_1}(p_1)]_{lm}^+ \\ \cdot \langle j_2 \| f_l Q_l \| j_2 \rangle [a_{j_2}^+(p_2) \tilde{a}_{j_2}(p_2)]_{lm}^+, \\ \tilde{a}_{jm}^+ = (-)^{j+m} a_{j-m}^+. \quad (7)$$

上式中 $l = 0$ 的项目只与两能级的核子数算子有关, 对低激发能谱不发生影响; l 为奇数的项目涉及跨壳激发, 对低激发谱也基本不发生影响; l 为偶数的项目中主要是 $l = 2$ 的项目. 所以对处于不同能级的核子间的作用只保留四极作用.

这样, 我们把哈密顿量简化为

$$H = \sum_{j m p} \epsilon_j a_{jm}^+(p) a_{jm}(p) \\ + \frac{1}{2} \sum_{j M_T} \langle j^2; J=0, T=1 | V | j^2; J=0, T=1 \rangle [a_j^+ a_j^+]_{M_T}^0 [a_j^+ a_j^+]_{M_T}^0 +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \sum_{iM} \langle j^2; J=1, T=0 | V | j^2; J=1, T=0 \rangle [a_i^+ a_i^+]_{M^0}^1 ([a_i^+ a_i^+]_{M^0}^1)^+ \\
& - \frac{1}{5} \sqrt{(2j_1+1)(2j_2+1)} k_2 \langle j_1 \| f_2 Q_2 \| j_1 \rangle \langle j_2 \| f_2 Q_2 \| j_2 \rangle \\
& \cdot \sum_{m_1 m_2} [a_{i_1}^+(p_1) \tilde{a}_{i_1}(p_1)]_{m_1}^2 [a_{i_2}^+(p_2) \tilde{a}_{i_2}(p_2)]_{m_2}^2 \quad (8)
\end{aligned}$$

(8)式仍然保持着原来的电荷无关性。

三、哈密顿量的玻色子表示

假如我们考虑这样的系统, 质子数 $Z < 2j_1 + 1$, 中子数 $N > 2j_1 + 1$, 并且只考虑不涉及跨壳激发的低激发谱, 则可以在下述子空间内求解,

$$|\psi\rangle = \int |\alpha\rangle f(\alpha) d\alpha, \quad (9)$$

$$|\alpha\rangle = \exp \left\{ \sum_{\lambda\mu} [\alpha_{1\lambda\mu}(\pi) A_{1\lambda\mu}^+(\pi) + \alpha_{2\lambda\mu}(\nu) A_{2\lambda\mu}^+(\nu)] \right\} |\phi_0\rangle. \quad (10)$$

其中 $|\phi_0\rangle$ 是下能级填满了中子的状态,

$$|\phi_0\rangle = \prod_{m=-j_1}^{j_1} a_{i_1 m}^+ |0\rangle, \quad (11)$$

$A_{n\lambda\mu}^+(p)$ 是在第 n 能级产生角动量为 $\lambda\mu$ 的质子对或中子对的算子

$$A_{n\lambda\mu}^+(p) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{mm'} \langle j_n m j_n m' | \lambda \mu \rangle a_{j_n m}^+(p) a_{j_n m'}^+(p). \quad (12)$$

(9)式所示的 $|\psi\rangle$ 是下能级填满了中子又有若干质子对, 而上能级只有若干中子对的态。由于本文的目的只是定性研究低激发谱特征的总的变化趋势, 以后只近似地考虑 $\lambda = 0, 2$ 的 S, D 对。

注意, (9)(10)二式所张的子空间并不是同位旋空间中转动变换的不变子空间。因为我们只希望近似地求得不涉及跨壳激发的低激发能级, 所以只需要这样的一个子空间。

转变到玻色子表示有^[5,7]

$$|\psi\rangle = (0|U|\phi_0)F(b^+)|0\rangle, \quad (13)$$

其中

$$(0|U|\phi_0) = (0|\exp \left\{ \sum_{\lambda=0,2} [b_{\lambda\mu}(\pi) A_{1\lambda\mu}^+(\pi) + b_{\lambda\mu}(\nu) A_{2\lambda\mu}^+(\nu)] \right\} |\phi_0\rangle. \quad (14)$$

由于质子玻色子只处在第一能级, 中子玻色子只处在第二能级, 所以在(14)式中 $b_{1\lambda\mu}^+(\pi)$, $b_{2\lambda\mu}^+(\nu)$ 已简写为 $b_{\lambda\mu}^+(\pi)$, $b_{\lambda\mu}^+(\nu)$, 这种简写不会引起混淆。

由定义, 任意算子 G 的 Dyson 表示 $\mathcal{G}^{(D)}$ 为

$$\mathcal{G}^{(D)} \langle \phi_0 | U^+ | 0 \rangle (0 | U | \phi_0) = \langle \phi_0 | U^+ | 0 \rangle G (0 | U | \phi_0). \quad (15)$$

按一定的计算程序进行计算, 求得^[6]

$$\mathcal{H}^{(D)} = - \sum_{PJ} \frac{1}{2} \{ (2j_2 + 1)^{\frac{1}{2}} C_{j_1}^0(j_2) \varepsilon_2 [b_j^+(\nu) \tilde{b}_j(\nu)]^{(0)} \}$$

$$\begin{aligned}
& - (2j_1 + 1)^{\frac{1}{2}} C_{JJ}^0(j_1) \epsilon_1 [b_j^+(\pi) \tilde{b}_j(\pi)]^{(0)} \} \\
& - G(j_2) \cdot (2j_2 + 1) \{ 2b_0^+(\nu) b_0(\nu) \\
& - \sum_{\lambda J J'} C_{JJ'}^0(j_2) C_{\lambda J'}(j_2) [b_j^+(\nu) [b_{\lambda}^+(\nu) \tilde{b}_{J'}(\nu)]^{(J)}]^{(0)} b_0(\nu) \} \\
& - G(j_1) \cdot (2j_1 + 1) \{ 2b_0^+(\pi) b_0(\pi) \\
& - \sum_{\lambda J J'} C_{JJ'}^0(j_1) C_{\lambda J'}(j_1) [b_j^+(\pi) [b_{\lambda}^+(\pi) \tilde{b}_{J'}(\pi)]^{(J)}]^{(0)} b_0(\pi) \} \\
& - K \sum_{\mu} Q_{\mu}(\pi) Q_{\mu}(\nu), \tag{16}
\end{aligned}$$

其中

$$G(j) = -\frac{1}{2(2j+1)} \langle j^2; J=0, T=1 | \nu | j^2; J=0, T=1 \rangle, \tag{17}$$

$$C_{\lambda J'}^1(j) = [1 + (-1)^{\lambda'}] (-1)^J (2\lambda' + 1)^{\frac{1}{2}} (2J + 1)^{\frac{1}{2}} \left\{ \begin{matrix} j & \lambda & j \\ \lambda' & j & J \end{matrix} \right\}, \tag{18}$$

$$Q_{\mu}(\pi) = -\sum_{\lambda J} C_{\lambda J}^2(j_1) [b_{\lambda}^+(\pi) \tilde{b}_J(\pi)]_{\mu}^{(2)}, \tag{19}$$

$$Q_{\mu}(\nu) = -\sum_{\lambda J} C_{\lambda J}^2(j_2) [b_{\lambda}^+(\nu) \tilde{b}_J(\nu)]_{\mu}^{(2)},$$

$$K = \frac{1}{5} (2j_1 + 1)^{\frac{1}{2}} (2j_2 + 1)^{\frac{1}{2}} \langle j_1 \| f_2 Q_2 \| j_1 \rangle \langle j_2 \| f_2 Q_2 \| j_2 \rangle. \tag{20}$$

上面的 $\mathcal{H}^{(D)}$ 不是厄密的, 但如果近似地略去单极对力引起的破坏 S 对的项目的次要的贡献, $\mathcal{H}^{(D)}$ 就成为厄密的.

用 S^+ 代表 b_0^+ , 用 d_{μ}^+ 代表 $b_{2\mu}^+$, 则有

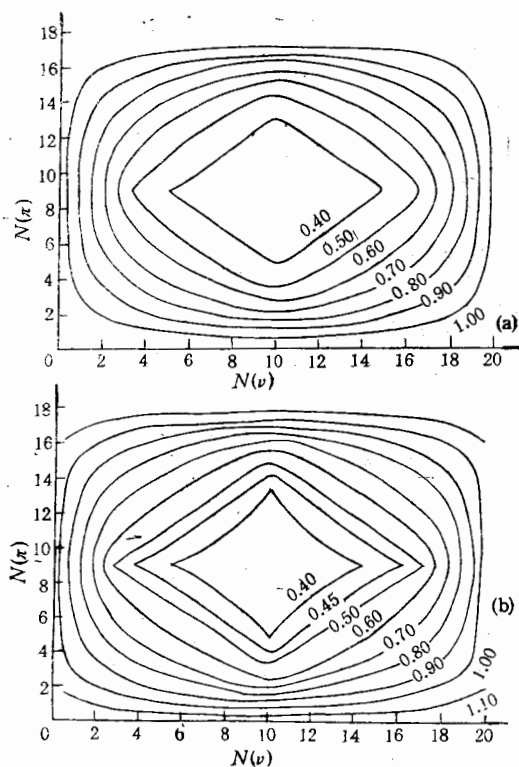
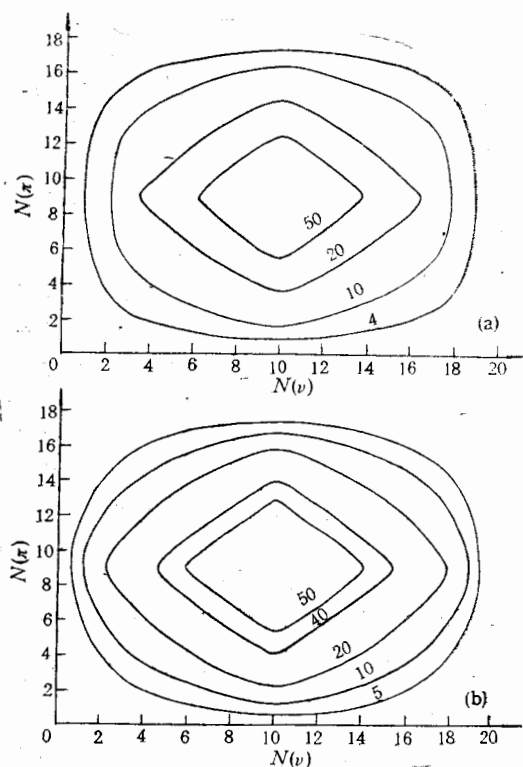
$$\begin{aligned}
\mathcal{H}^{(D)} &= \epsilon_2 [S_v^+ S_v + (d_v^+ \cdot d_v)] - \epsilon_1 [S_{\pi}^+ S_{\pi} + (d_{\pi}^+ \cdot d_{\pi})] \\
& - G(j_2) S_v^+ \{ 2(2j_2 + 1) - 4[(S_v^+ \cdot S_v) + 2(d_v^+ \cdot d_v)] \} S_v \\
& - G(j_1) S_{\pi}^+ \{ 2(2j_1 + 1) - 4[(S_{\pi}^+ \cdot S_{\pi}) + 2(d_{\pi}^+ \cdot d_{\pi})] \} S_{\pi} \\
& - \kappa Q(\pi) \cdot Q(\nu), \tag{21}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_{\mu}(\pi) &= -C_{20}^2(j_1) \left\{ [d_{\pi}^+ S_{\pi} + S_{\pi}^+ \tilde{d}_{\pi}]_{\mu}^{(2)} + \frac{C_{22}^2(j_1)}{C_{20}^2(j_1)} [d_{\pi}^+ \cdot \tilde{d}_{\pi}]_{\mu}^{(2)} \right\}, \\
Q_{\mu}(\nu) &= -C_{20}^2(j_2) \left\{ [d_v^+ S_v + S_v^+ \tilde{d}_v]_{\mu}^{(2)} + \frac{C_{22}^2(j_2)}{C_{20}^2(j_2)} [d_v^+ \cdot \tilde{d}_v]_{\mu}^{(2)} \right\}. \tag{22}
\end{aligned}$$

这就是通常的 IBM-II 哈密顿量, 它并不具有电荷无关性. 正如我们在文献[7]中强调指出的, 由生成坐标方法求得的等效哈密顿量反映了求解具体问题时所用的子空间的性质, 所以(21)式所示的等效哈密顿量并不具有电荷无关性. 而由于求解问题时选用了特定的子空间, 这样得到的等效哈密顿量就有它的相应的适用范围.

四、计算结果和讨论

我们取 $j_1 = \frac{17}{2}$, $j_2 = \frac{19}{2}$, $G(j_1) = G(j_2) = 0.03$, $\kappa = 1.755, 2.068$, 进行具体的数值计算, 因本文仅考虑不涉及跨壳激发的低激发能谱, 与 ϵ_1, ϵ_2 的具体数值无关, ϵ_1, ϵ_2 取为零. 计算所得 $E(2_1+)$ 的等值线如图 3 所示, 质量四极矩 Q_0 的等值线如图 4 所示, $E(4_1+)/E(2_1+)$ 的等值线如图 5 所示.

图 3 第一个 2_1+ 态的激发能的等值线(a) $\kappa = 1.755$ (b) $\kappa = 2.068$ 图 4 质量四极矩 Q_0 的等值线(a) $\kappa = 1.755$ (b) $\kappa = 2.068$

从总的变化趋势看, $E(2_1+)$ 及 Q_0 的计算结果与图 2 的实验结果大体一致. $E(4_1+)/E(2_1+)$ 之值反映核的刚性程度, 间接地与核的四极形变有关, 故存在某些差异.

本文直接从电荷无关的核力出发, 指出不存在跨壳激发时, 同能级核子间也就是同类核子间的作用力主要表现为单极对力, 使它们尽量构成 S 对, 异能级核子间也就是异类核子间的作用力主要表现为四极-四极力, 使质子 S 对和中子 S 对向 D 对转化. 哈密顿量的玻色子表示的具体形式和选定的子空间有关. 现在考虑不发生跨壳激发的子空间, 故只出现质子玻色子和中子玻色子间的四极-四极作用. 由这种作用所产生 s - d 转化依赖于质子玻色子数和中子玻色子数, 因而四极形变大体上与 $N_\pi \cdot N_\nu$ 成正比.

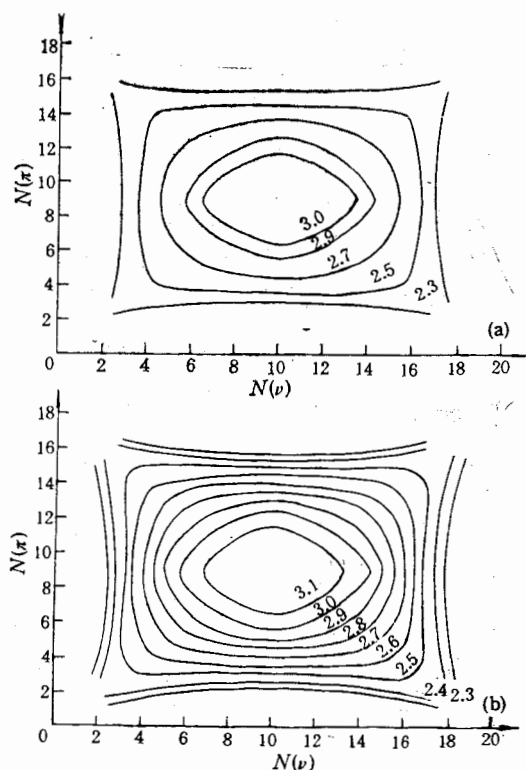


图5 第一个4+态与第一个2+态激发能之比的等值线

(a) $\kappa = 1.755$ (b) $\kappa = 2.068$

本文采用的模型过份简单了一些:

(i) 把一个大壳内的能级用一个能级来代表,故所得结果对于粒子空穴完全对称.实验结果显示出中心的偏移,粒子空穴间并不完全对称.采用多能级模型后可望能解释这一现象.

(ii) 同能级核子间的作用只考虑了单极对力,忽略了四极对力的影响.能谱特征主要决定于 d 玻色子能量和 s 玻色子能量之差与四极-四极作用强度之比.四极对力的影响可以部分地通过单极对力强度的改变来计及.四极对力的计入不会从根本上改变核形变的变化趋势.

(iii) 求解时只考虑了 S, D 对所构成的子空间忽略了 G 对的影响.因为 G 对的影响可以通过重整化来计及,故 G 对的计入也不会从根本上改变核形变的变化趋势.

可以认为模型的基点是合理的.特别是对于核力的分析指出,由于相互作用的核子所处的状态不同,其表现就会有差异.处在不同能级(不同大壳)的核子间的作用主要表现为四极-四极作用,这是导致核形变的主要因素.

这种分析也指出,用 IBM-II 研究中重核的涉及跨壳激发组态的能谱时,不能简单地区分为同类核子间的作用和异类核子间的作用,而应区分为同一大壳内核子间的作用和不同大壳内核子间的作用.

参 考 文 献

- [1] F. Iachello, *Rev. Mod. Phys.*, **59**(1987), 339.
[2] I. Ragnarsson et al., *Nucl. Phys.*, **A233**(1974), 329.
[3] R. E. Casten, *Phys. Lett.*, **152B**(1985), 145; *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 1991.
R. F. Casten, P. Von Bretano, A. Gelberg and H. Harter, *J. Phys.*, **G12**(1986), 711.
[4] G. Puddu, O. Scholten and T. Otsuka, *Nucl. Phys.*, **A348**(1980), 109.
[5] 徐躬耦、杨亚天、顾金南, 高能物理与核物理, **8**(1984), 352; *Chinese Physics*, **5**(1985), 87.
[6] Xu Gongou, Li Fuli and Fu Deji, Proceedings of the International symposium on Particle and Nuclear Physics, Beijing, (1986), p. 428.
[7] Xu Gongou, Wang Shunjin and Yang Ya-tian, *Phys. Rev.*, **C36**(1987), 2085.

VARIATION OF NUCLEAR DEFORMATION WITH Z, N AND CHARGE INDEPENDENCE OF NUCLEON-NUCLEON INTERACTIONS

WEI CHUNLIN

(Department of Physics, Nanjing University)

FU DEJI

(Institute of Nuclear Research, Shanghai, Academia Sinica)

XU GONGOU

(Department of Physics, Nanjing University and Department of Modern Physics, Lanzhou University)

ABSTRACT

The variation of nuclear deformations with Z, N is studied with a two-level model with charge independent nucleon-nucleon interactions. Results obtained agree fairly well with observed ones.