第14卷 第6期 高能物理与核物理 Vol. 14, No. 6
1990年6月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS June, 1990

一个具有低复合标度满足互补原理的现实模型*

鲁公儒 万陵德
(河南师范大学物理系，新乡)

摘 要

本文构造了一个具有 $SU(3)\times SO(5)$ 超色群的现实手征三前子模型。这个模型具有低的超色能标和三代普通夸克轻子。模型满足互补原理的要求。

一. 引 言

复合模型中，前子间规范相互作用称为超色力 (metscolor)，用 G_{MC} 表示。前子间的整体对称性称为超味群，用 G_{MF} 表示。与 G_{MF} 对称性破缺相关，存在一个不破缺子群，称为色—味群 G_{CF}。

超色力是一种禁闭型的力，存在一个标度 Λ_{MC}。在此标度以上，描述世界的是前子物理及它们之间的定域规范作用，而所有其它的相互作用都是弱的，可以忽略。在 Λ_{MC} 以下，前子禁闭成 G_{MC} 的单态束缚态，同时前子的二体 Higgs 凝聚形成，它将 G_{MF} 破缺到 G_{CF}。在较低的标度 Λ_{CF}，色味子群 G_{CF} 将被定域化，G_{CF} 变成复合场的定域对称性。因而标准模型 G_{321} 或者是 G_{CF} 所包含的子群，或者就是 G_{CF}。

让我们设想还存在一个大统一标度，Λ_{GUT}，这样三个标度满足下述等级关系

$$\Lambda_{CF}<\Lambda_{MC}<\Lambda_{GUT} \tag{1}$$

近年来复合模型理论的重要进展之一是提出了 WNW[1] 条件和 VW[2] 条件。这些条件排除了类矢三前子模型，因而可能的理论是手征三前子模型。

另一个重要进展是提出了互补原理[3]。在复合模型的动力学研究中，'tHooft 反常机制条件[4] 与互补原理是二个普遍应用的原理。

互补原理首先是在格点规范理论中提出来的[5]。一般认为互补原理能否被满足是一个模型正确与否的判据之一。同时互补原理又为确定超味群的不破缺子群提供了一种方法。

互补原理指出，理论中存在两个相。一个是物理的禁闭相，在这个相中应用 G_{MF} 的 'tHooft 反常方程找出无质量复合费米子。另一个是 Higgs 相[6]。在 Λ_{MC} 标度，由于 MC 力的作用，使前子形成二体 Higgs 凝聚，它具有非平庸的 MC 和 MF 量子数，因而将打破

本文 1989 年 11 月 16 日收到。
* 这个工作得到国家自然科学资金的资助。

G_{MC} 和 G_{MF}. 应用 tumbling 规范理论[7]. 可以找到最后不破缺的整体对称性 G'_{MF}. 费米子按 G'_{MF} 分解可得到 G_{MC} 单态的无质量费米子. 互补原理要求这两个相中的无质量费米子谱精确相同，而 G'_{MF} 即是禁闭相中的 G_{CF}. 这样，Higgs 相分析提供了一种寻找不破缺整体手征对称性的方法. 但应强调指出，现实的物理发生在禁闭相中.

复合模型理论中又一项进展是引入半单群作为超色群构造半单复合模型. 文[8]已经考虑了在前子模型构造中半单 MC 群的应用. Georgi 提出了 Moose 模型[9]，这实际上也是一种半单 MC 群. 文[10]系统研究了 $G_{MC}=SU(N)\times SO(M)$ 模型，并构造了满足互补原理的模型. 文[11]系统研究了对于 $SU(N)\times SU(N)$、$SU(N)\times SO(M)$ 群为超色群的模型中如何应用互补原理的问题. 一些作者对 $[E_6]_{MC}$ 和 $SU(N)_{MC}$ 模型进行了互补原理分析[6,12-14]. 文[11]则将这种分析推广到了半单超色模型.

本文在文[10]的基础上给出了一个具有低复合标度、满足互补原理的现实手征三前子模型. 第 II 节对半单超色群的两个禁闭标度进行了分析. 值得指出的是，在两个能标之间的能区，本文模型的动力学行为类似于费米——玻色模型，因而前子动力学将被简化. 第 III 节构造了 $[SU(3)\times SO(5)]_{MC}$ 模型并讨论了该模型的性质. 最后，第 IV 节我们给出了一个简短的讨论.

二. 超色禁闭标度分析

在 $G_{MC}=SU(3)\times SO(5)$ 模型中，一个有趣的性质是 MC 相互作用有两个质量标度，一个是高标度 $\Lambda_{MC}^{(H)}$，一个是低标度 $\Lambda_{MC}^{(L)}$，它们分别属于 $SO(5)_{MC}$ 和 $SU(3)_{MC}$ 的禁闭标度. 下面我们应用重整化群方程给出证明.

设 $SU(3)_{MC}$ 和 $SO(5)_{MC}$ 的精细结构常数为 α_3 和 α_5. 设存在一个超高标度 Λ_{GUT}，在这个能标附近，两个 MC 群将统一起来，即 $\alpha_3(\Lambda_{GUT})=\alpha_5(\Lambda_{GUT})=\alpha$. 对于最低阶近似，$\beta$ 函数由下式给出

$$\beta=-[11C_2(G)-2\Sigma T(R)]/48\pi^2 \tag{2}$$

本模型中前子在 G_{MC} 下的表示为

$$P_{1i}=(3,1),\quad P_2=(\bar{3},5)$$

它们的多重数为 $N_1=15$，$N_2=3$.

取 $\alpha=0.12$，设在禁闭标度，相应的规范耦合常数达到它的临界值 α^c[15]，

$$\alpha^c=\pi/[3c_2(G)] \tag{3}$$

则 $\alpha_5^c=\pi/6$，$\alpha_3^c=\pi/4$.

应用重正化群方程计算得，

$SO(5)$ 的耦合常数在 $\Lambda_{MC}^{(H)}$ 达到它的临界值，$SU(3)$ 的耦合常数在 $\Lambda_{MC}^{(L)}$ 达到它的临界值. 计算得，

$$\Lambda_{GUT}/\Lambda_{MC}^{(H)}=3\times10^3 \tag{4a}$$

$$\Lambda_{MC}^{(H)}/\Lambda_{MC}^{(L)}=6\times10^2 \tag{4b}$$

取 $\Lambda_{MC}^{(L)}=10\text{TeV}$，则 $\Lambda_{MC}^{(H)}=6\times10^3\text{TeV}$.

当能量从高能区下降到 $\Lambda_{MC}^{(H)}$ 时，$SO(5)_{MC}$ 首先变强，使前子形成二体玻色束缚态，

$(\bar{P}_2\bar{P}_2)$，根据 MAC[3]，凝聚为 $SO(5)$ 单态和 $SU(3)$ 的 $\bar{3}$ 表示．当能量再下降到 $\Lambda_{MC}^{(L)}$ 时，由 $SU(3)$ 的 MC 力将 P_{1i} 与玻色束缚态形成复合费米子．因此在两个禁闭标度之间的能区，模型的行为类似于费米-玻色模型．这将大大简化前子动力学．

计算还表明，$\alpha_3(\Lambda_{MC}^{(H)}) = 0.28\alpha_5^c$，即在 $SO(5)$ 的禁闭标度 $\Lambda_{MC}^{(H)}$，$SU(3)_{MC}$ 的作用强度接近 $SO(5)$ 强度的 1/3．因此虽然 α_3 相对是弱的，但不可忽略．如果 $\alpha_3(\Lambda_{MC}^{(H)})$ 太小，与 $\alpha_5(\Lambda_{MC}^{(H)})$ 相比可忽略，那么模型就变成单群为超色群的模型．正是由于本模型的这个性质，才保证它是一个手征三前子模型．

三．一个可能的现实模型

文[10]中，我们全面系统分析了 $SU(N) \times SO(M)$ 模型，得出结论：用 $[SU(3) \times SO(5)]_{MC}$ 作为超色群可以构造出满足互补原理的有正确复合粒子谱的模型．本文第 I 节中已经指出，不破缺的整体色——味群 G_{CF} 或者就是标准模型 G_{321}，或者包含 G_{321} 作为它的子群．类似于文[13]的作法，我们取 $G_{CF} = [G_{321}]_F$．

取　$G_{MC} = SU(3)_{MC} \times SO(5)_{MC}$

　　$G_{MF} = G_{321F} \times SU(3)'_F$

前子在 $G_{MC} \times G_{MF}$ 下的表示为：

$$P_{11} = (\square, 1; \bar{\square}, 1, 2/3, 1) \tag{5a}$$

$$P_{12} = (\square, 1; 1, \square, -1, 1) \tag{5b}$$

$$P_{13} = (\square, 1; \bar{\square}, 1, -4/3, 1) \tag{5c}$$

$$P_{14} = (\square, 1; \square, \square, 1/3, 1) \tag{5d}$$

$$P_{15} = (\square, 1; 1, 1, 2, 1) \tag{5e}$$

$$P_2 = (\bar{\square}, 5; 1, 1, 0, \square) \tag{5f}$$

下面我们对此模型进行互补原理分析．

1. Higgs 相

由第 II 节关于禁闭能标的分析，我们知道在 $\Lambda_{MC}^{(H)}$，$SO(5)_{MC}$ 的耦合达到其临界值，因而在 $\Lambda_{MC}^{(H)}$ 将由 $SO(5)$ 的作用而形成二体 Higgs 凝聚．因此，仅具有 $SO(5)$ 非平庸表示的 P_2 前子可形成 Higgs 凝聚．即

$$\Phi = (\bar{P}_2\bar{P}_2) \neq 0 \tag{6}$$

对于 $SO(5)$，

$$5 \times 5 = 1 + 10 + 14 \tag{7}$$

根据 MAC[3]，知 $(\bar{P}_2\bar{P}_2)$ 属于 $SO(5)_{MC}$ 的单态表示，$SU(3)_{MC}$ 的 $\bar{3}$ 表示．所以 Φ 在 $G_{MC} \times G_{MF}$ 下的表示为：

$$\Phi = (\bar{3}, 1; 1, 1, 0, 3) \tag{8}$$

因此 $SU(3)_{MC} \times SU(3)'_F$ 将被 Φ 破缺到对角子群 $\widetilde{SU(3)}_F$．$SO(5)_{MC}$ 和 G_{321F} 保持不破缺．前子在 $SO(5)_{MC} \times G_{321F} \times \widetilde{SU(3)}_F$ 下的分解如表 1 所示．

由于 P_{21} 和 P_{22} 是 $SO(5)_{MC} \times G_{321F} \times \widetilde{SU(3)}_F$ 下的实表示，根据 Georgi 的存活假设[16]，P_{21} 和 P_{22} 将获得 $\Lambda_{MC}^{(H)}$ 阶的重质量，而余下的 $P_{1i}(i = 1, 2, \cdots 5)$ 是 $SO(5)_{MC}$ 的

表 1

前子	$SO(5)_{MC}$	$[G_{321}]_F$	$\widetilde{SU(3)}_F$
P_{11}	1	$\bar{\square}$, 1, 2/3,	$\square$
P_{12}	1	1, $\square$, −1,	$\square$
P_{13}	1	$\bar{\square}$, 1, −4/3,	$\square$
P_{14}	1	$\square$, $\square$, 1/3,	$\square$
P_{15}	1	1, 1, 2,	$\square$
P_{21}	5	1, 1, 0,	1
P_{22}	5	1, 1, 0,	$\begin{smallmatrix}\square\square\\ \square\end{smallmatrix}$

单态表示，因此 Tumbling[7] 在此停止. 在 Higgs 相中得到不破缺的整体对称群为 $[G_{321}]_F\times\widetilde{SU(3)}_F$. 而无质量的费米子为 P_{1i}.

2. 禁相闭

复合费米子在 $G_{321F}\times\widetilde{SU(3)}_F$ 下的表示及 'tHooft 指标列于表 2.

表 2

复合粒子	$[G_{321}]_F$	$\widetilde{SU(3)}_F$	'tHooft 指标
$(P_{11}\bar{P}_2\bar{P}_2)$	$\bar{\square}$, 1, 2/3,	$\square$, $\overline{\square\square}$,	l_1, l'_1
$(P_{12}\bar{P}_2\bar{P}_2)$	1, $\square$, −1,	$\square$, $\overline{\square\square}$,	l_2, l'_2
$(P_{13}\bar{P}_2\bar{P}_2)$	$\bar{\square}$, 1, −4/3,	$\square$, $\overline{\square\square}$,	l_3, l'_8
$(P_{14}\bar{P}_2\bar{P}_2)$	$\square$, $\square$, 1/3,	$\square$, $\overline{\square\square}$,	l_4, l'_4
$(P_{15}\bar{P}_2\bar{P}_2)$	1, 1, 2,	$\square$, $\overline{\square\square}$,	l_5, l'_5
$(P_{1i}P_{1j}P_{1k})$	⋮	1	⋮

下面列出 $G_{321F}\times\widetilde{SU(3)}_F$ 的 'tHooft 反常方程[4],

$$3l_1+2l_2+3l_3+6l_4+l_5-7(3l'_1+2l'_2+3l'_3+6l'_4+l'_5)=15 \tag{9a}$$

$$6l'_1+3l_1+6l'_3+3l_3-2(6l'_4+3l_4)=0 \tag{9b}$$

$$(5l'_1+l_1)-(5l'_2+l_2)-2(5l'_3+l_3)+(5l'_4+l_4)+(5l'_5+l_5)=0 \tag{9c}$$

$$6l'_2+3l_2-(6l'_4+3l_4)=0 \tag{9d}$$

$$(2l'_1+l_1)-2(2l'_3+l_3)+(2l'_4+l_4)=0 \tag{9e}$$

$$\begin{aligned}&6(6l'_1+3l_1)+9(6l'_2+3l_2)-32(6l'_3+3l_3)\\&\qquad+(6l'_4+3l_4)+36(6l'_5+l_5)=0\end{aligned} \tag{9f}$$

我们发现 (9a)—(9f) 满足 Bars 条件[8] 有唯一的一组解:

$$\begin{aligned}&l_1=l_2=l_3=l_4=l_5=1\\&l'_1=l'_2=l'_3=l'_4=l'_5=0\end{aligned} \tag{10}$$

即禁闭相中得到的无质量的复合费米子在 $G_{321F}\times\widetilde{SU(3)}_F$ 下的表示为:

$$\begin{aligned}&(\bar{\square},1,2/3;\ \square),\quad (1,\square,-1;\square)\\&(\bar{\square},1,-4/3;\square),\quad (\square,\square,1/3;\square)\\&(1,1,2;\square)\end{aligned} \tag{11}$$

比较(11)式与 Higgs 相中的 P_{1i}, 我们发现，禁闭相中的无质量复合费米子与 Higgs 相中保留下的无质量费米子精确相同，因此本模型满足互补原理的要求.

(11) 式中的无质量复合费米子，当 $\widetilde{SU(3)}_F$ 破缺掉之后，将给出三代复合夸克和轻子，它们与标准模型下的夸克、轻子有完全相同的量子数．模型中不包含例外费米子．

下面我们来分析这个模型的性质．

1. 前子超色动力学是手征的．本模型选取的前子在 G_{MC} 下的表示为 $P_{1i}=(3,1)$，$P_2=(\bar{3},5)$ 它们都是 G_{MC} 的复表示．

2. 模型中不存在 MC 反常． $SO(5)_{MC}$ 无反常． 对于 $SU(3)_{MC}$，$A(\square)=1$，$A\cdot(\bar{\square})=-1$．模型中包含的表示为 $15\square+15\bar{\square}$，因此 $SU(3)_{MC}$ 亦反常自由．

3. 超色群与规范色味子群在前子层次与复合层次皆是渐近自由的．由

$$\beta=-[11c_2(G)-2\Sigma T(R)]/48\pi^2 \tag{12}$$

其中求和是对表示 R 的多重数 N_i 进行的．由(12)式知渐近自由要求：对于 $SU(2)$ 的基础表示 $N_2\leqslant 21$；对于 $SU(3)$ 的基础表示 $N_2\leqslant 32$；对于 $SO(5)$ 的矢量表示 $N_5\leqslant 16$．本模型中，对 G_{MC} $N_3=30$，$N_5=9$．G_{CF} 的渐近自由是显然的，因为本模型中只给出了三代普通夸克和轻子，而无例外粒子．

4. 本模型由 'tHooft 方程给出满足 Bars 条件的三代复合夸克、轻子谱．

5. 本模型满足互补原理的要求．

6. 由规范色味子群的渐近自由性质可知，本模型满足 $\Lambda_{CF}<\Lambda_{MC}<\Lambda_{GUT}$ 的关系式．即本模型具有低的 Λ_{MC} 标度． 这是现实模型很重要的一条标志． 在诸如 $[E_6]_{MC}\times SO(10)_{CF}$[17-19] 一类模型中都存在 $\Lambda_{MC}>\Lambda_{GUT}$ 这个十分困难的能标问题． 本模型完满地解决了这个问题．

7. 本模型中的复合费米子都是由三前子所构成，克服了文[13]中的问题．

由上所述，本模型满足诸如文[13]、[20]等提出的对现实模型的各项要求．因此本模型是一个可能的现实模型．

四. 讨　　论

我们讨论一下本模型中前子的自由度问题．计及粒子、反粒子、螺旋度、超色、超味等，本模型中前子部分共有 180 个自由度．在文[21]中提出的最小模型中包含 240 个自由度．我们知道包含三代夸克、轻子(中微子无质量)的标准模型费米子的总自由度数是 90．这种包含很大数目的自由度的性质是迄今为止能给出正确代结构的前子模型的共同问题．文[22]从宇宙论的角度讨论了这个问题．令 D_P 表示前子的自由度，$D_{q,L}$ 表示复合粒子的自由度．仅当 $D_P>D_{q,L}$ 时，从前子到 q,L 的相变才是一阶的．因此，宇宙论的研究说明 $D_P>D_{q,L}$ 不是没有原因的．

存在一类模型[12,17-20]，要求一个中介的不破缺的整体对称群 $H_{MF}\subset G_{MF}$，相应的存在一个能标 Λ_{Ch}． 在这些模型中或者是由 G_{MF} 的 'tHooft 方程不能给出正确的复合粒子谱[20]，或者由于 G_{MF} 不满足 'tHooft 方程[12,17-19]，因而要求 G_{MF} 在 Λ_{Ch} 破缺到 H_{MF}，而 H_{MF} 的 'tHooft 方程可以给出正确的复合粒子谱．象在某些模型中一样，本模型 G_{MF} 的 'tHooft 方程可给出正确的代结构，因而 H_{MF} 和 Λ_{Ch} 是不需要的．前子凝聚的标度和前子禁闭的标度是同量级的．这个性质与 QCD 的情形相同．

参 考 文 献

[1] D. Weingarten, *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 1830.
S. Nussinov, ibid., **51**(1983), 2081.
E. Witten, ibid., **51**(1983), 2351.
[2] C. Vafa and E. Witten, *Nucl. Phys.*, **B234**(1984), 173.
[3] S. Dimopoulos, et al., Nucl. Phys., **B173**(1980), 208.
[4] G. 'tHooft, in Recent Developments in Gauge Theties, edited by G. 'tHooft, et al., (plenum, New York, 1980).
[5] K. Osterwalder, et al., Ann. Phys., (N. Y.) **110**(1978), 440.
E. Fradkin, et al., *Phys. Rev.*, **D19**(1979), 3682.
T. Banks, et al., *Nucl. Phys.*, **B160**(1979), 349.
[6] J. L. Goity, et al., *Nucl. Phys.*, **B262**(1985), 95.
[7] S. Raby, et al., *Nucl. Phys.*, **B169**(1980), 373.
[8] I. Bars, *Nucl. Phys.*, **B208**(1982), 77.
[9] H. Georgi, *Nucl. Phys.*, **B266**(1986), 274.
[10] Gongru Lu, et al., *Phys. Rev.*, **D40**(1989), 223.
[11] Gongru Lu, et al., Ames Lab. preprint, IS-J 3281
[12] C. Q. Geng, et al., *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 2278.
[13] C. Q. Geng, et al., *Z. Phys.*, **C35**(1987), 513.
[14] T. Kobayashi, *Phys. Lett.*, **B180**(1986), 107.
H. P. Hill, et al., *Nucl. Phys.*, **B189**(1981), 93.
J. M. Gerard, et al., *Phys. Lett.*, **B169**(1986), 386.
[15] M. Peskin, in Recent Advances in Field and Statistical Mech., eds. J-B. Zuber and R. Stors (Elsevier Science Pub., 198).
[16] H. Georgi, *Nucl. Phys.*, **B156**(1979), 126.
[17] J. M. Gipson, et al., *Phys. Rev.*, **D32**(1985), 284.
[18] V. Silverira, et al., *Phys. Lett.*, **B157**(1985), 191.
[19] Y. Okamoto, et al., *Phys. Lett.*, **B162**(1985), 333.
[20] X. Li, et al., *Nucl. Phys.*, **B268**(1986), 383.
[21] T. Kobayashi, *Phys. Lett.*, **B180**(1986), 107.
[22] H. Nishimura, et al., *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 3135.

A REALISTIK MODEL WITH LOW METACOLOR SCALE SATISFYING COMPLEMENTARITY

LU GONGRU WAN LINGDE

(Department of Physics, Henan Normal University, Xinxiang)

ABSTRACT

A Realistic Chiral Tripreon Model with $SU(3)\times SO(5)$ metacolor group is obtained This model has a low metacolor energy scale and three generations of composite fermions with the quantum numbers of quarks and leptons of the standard model. This model also satisfies complementarity.