

# 低温核物质的性质与可能的夸克机制

崔云龙 邱锡钧

(中国科学院上海原子核研究所)

## 摘 要

本文用夸克袋模型来描述核子, 并设核子内的夸克与标量和矢量介子场相耦合, 考虑核子在核物质中的费米运动, 计算了核物质内核子内禀特性随系统密度和温度的变化, 给出了不同温度下单核子束缚能的变化曲线。

## 一、引 言

尽管以核子和介子为基本自由度的相对论平均场理论模型 (RMFT)<sup>[1]</sup> 成功地描述了多核子系统, 强子的夸克模型也很好解释了强子的内禀性质, 但是核环境如何影响核子的内禀性质, 核内的夸克在核物质中扮演什么角色仍然是核物理学家和粒子物理学家需要回答的问题。Shakin<sup>[2]</sup>、Wong<sup>[3]</sup>、Qiu<sup>[4]</sup>、Kurasawa<sup>[5]</sup> 等小组研究了核环境的存在所导致的真空结构的改变对核子内禀性质的影响。最近 Guichon<sup>[6]</sup> 提出了一个关于基态核物质的饱和机制, 其中核物质由核子和环绕核子的介子构成, 而核子由 MIT 口袋所描述, 同时环绕它的介子场将修正内禀夸克的运动, 从而导致一个饱和机制。这一理论方案不仅可考虑环境对核子内禀性质的影响, 而且提供了一个新的核物质的饱和机制。但这理论并未考虑核子在核物质中的 Fermi 运动, 也未讨论含温度的核系统。

本文推广和发展了 Guichon 的工作, 即假定核物质是由遵循 Pauli 原理的从而具有 Fermi 运动的一系列核子所组成, 核物质可处于基态也可以处于低温状态。我们仍采用 MIT 口袋来描述单个核子, 并设核子内的夸克与标量  $\sigma$  场和矢量  $\omega$  场相耦合。通过这种耦合, 核物质中这些介子场将修正核子内部的夸克运动; 而  $\sigma$ 、 $\omega$  场又是由多夸克场决定的平均场。由此我们算出了核物质内核子内禀特性随系统密度及温度的变化, 给出了不同温度下单核子束缚能随密度变化的曲线。

## 二、核物质的可能夸克机制

假定核子可用 MIT 口袋描述, 当核子 (MIT 口袋) 置于核物质中时, 设核内的夸克场与标量  $\sigma$  场和矢量  $\omega$  场相耦合, 而  $\sigma$  场和  $\omega$  场代之以平均场, 则夸克场分别满足如下的运动方程和边界条件:

$$i\boldsymbol{\gamma} \cdot \partial\psi - g_\sigma \bar{\sigma}\psi - g_\omega \bar{\omega}\boldsymbol{\gamma}^0\psi = 0 \quad (1)$$

$$(1 + i\boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{f})\psi(\boldsymbol{r}) = 0 \quad (\text{当 } r = R \text{ 时}) \quad (2)$$

式中  $g_\sigma$  和  $g_\omega$  分别为夸克- $\sigma$  场和夸克- $\omega$  场的耦合常数,  $\boldsymbol{\gamma}$  是 Dirac 矩阵. 求解此方程, 可得处于最低轨道夸克的旋量波函数:

$$\psi(\boldsymbol{r}, t) = N \exp\left(\frac{-i\Omega t}{R}\right) \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} j_0\left(\frac{x_r}{R}\right) \\ i\alpha j_1\left(\frac{x_r}{R}\right) \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{f} \end{pmatrix} \xi \quad (3)$$

式中

$$\Omega = RV_0 + [x^2 + (RV_1)^2]^{1/2}; \quad \alpha = \left(\frac{\Omega - RV_0 + RV_1}{\Omega - RV_0 - RV_1}\right)^{1/2} \quad (3a)$$

这里  $V_1 = -g_\sigma \bar{\sigma}$ ,  $V_0 = g_\omega \bar{\omega}$ , 而  $\xi$  为夸克的自旋-同位旋波函数;  $N$  为归一化因子, 可表示为:

$$N^{-2} = 2j_0^2(x) \frac{R^3}{x^2} \left[ (\Omega - RV_0)(\Omega - RV_0 - 1) - \frac{RV_1}{2} \right] \quad (3b)$$

$x$  为波数, 由 (3) 代入 (2) 可得如下决定  $x$  的方程:

$$j_0(x) = \alpha j_1(x) \quad (4)$$

这时袋能量为:

$$E_b = 3V_0 + (3[x^2 + (RV_1)^2]^{1/2} - z)/R + \frac{4}{3} \pi B R^3 \quad (5)$$

式中  $B$  为真空能量密度,  $z$  为零点运动参数, 它们由真空时袋能量极值条件

$$\left. \frac{dE_b}{dR} \right|_{R=R_0} = 0$$

和  $E_b|_{R=R_0} = M_N(940\text{MeV})$  及给定的核子半径  $R_0$  定出. 由 (1) 和 (5) 可以很容易看出: 矢量场仅将袋能量平移一个数值, 而标量场则等效赋予夸克以质量, 改变袋内夸克的内禀性质. 参考 Clark<sup>[7]</sup> 研究夸克集团物质时所用的方法, 这里我们可把核物质中核子(袋)的有效质量表示为:

$$M^* = (3[x^2 + (RV_1)^2]^{1/2} - z)/R + \frac{4}{3} \pi B R^3 \quad (6)$$

如果忽略了核子的 Fermi 运动, 则核子能量  $E_N = E_b$ , 这正是文献 [6] 的结果. 但对于非零温和较高密度  $\rho$  的核物质, 由 Pauli 原理引起的 Fermi 运动是很重要的; 对于动量为  $\boldsymbol{K}$  的核子, 其能量应为.

$$E_N = 3V_0 + (\boldsymbol{K}^2 + M^{*2})^{1/2} \quad (7)$$

位于  $\boldsymbol{x}$  处的核子可作为  $\boldsymbol{r}$  处的介子场的源, 故介子场满足如下的运动方程:

$$(\bar{v}^2 - m_\sigma^2)\sigma(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{x}) = 3g_\sigma s_0(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{x}) \quad (8a)$$

$$(\bar{v}^2 - m_\omega^2)\omega(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{x}) = -3g_\omega b(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{x}) \quad (8b)$$

式中

$$s_0(\boldsymbol{u}) = \theta(R - u)\bar{\psi}(\boldsymbol{u})\psi(\boldsymbol{u}); \quad b(\boldsymbol{u}) = \theta(R - u)\bar{\psi}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{\gamma}^0\psi(\boldsymbol{u}) \quad (9)$$

而  $\theta(x)$  为通常的阶跃函数.

相应的场的平均值可表示为:

$$\bar{\sigma} = \int \rho d\mathbf{x} \sigma(\mathbf{r}, \mathbf{x}) = -3g_\sigma/m_\sigma^2 \rho s(\bar{\sigma}) \quad (10a)$$

$$\bar{\omega} = \int \rho d\mathbf{x} \omega(\mathbf{r}, \mathbf{x}) = 3g_\omega/m_\omega^2 \rho \quad (10b)$$

其中

$$s(\bar{\sigma}) = \int s_0(t) dt$$

是  $R V_i$  的函数. (10a) 可写为依赖于  $R$  的方程式:

$$R V_i = 3 \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 R \rho s(\bar{\sigma}) \quad (11)$$

当核物质密度  $\rho \rightarrow 0$  时,  $s(\bar{\sigma}) = 0.47948$ .

另一方面, 在 RMFT 模型中, 把核子作为基本 Dirac 场, 这时线性介子场的平均场有类似关系式:

$$\bar{\sigma} = -\frac{G_\sigma}{m_\sigma^2} \rho, \quad (12a)$$

$$\bar{\omega} = \frac{G_\omega}{m_\omega^2} \rho \quad (12b)$$

式中  $G_\sigma$  和  $G_\omega$  分别为核子- $\sigma$  场和核子- $\omega$  场的耦合常数. 因为

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \rho_s = \rho,$$

故比较 (10) 和 (12) 可得如下耦合常数的关系式:

$$G_\sigma = 3g_\sigma s(0); \quad G_\omega = 3g_\omega \quad (13)$$

此外, 我们还可以计算在介子极点处的耦合常数. 根据介子极点处耦合常数表达式:

$$G_\sigma(im_\sigma) = \frac{G_\sigma}{s(0)} \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) s_0(\mathbf{r}) \quad K = im_\sigma \quad (14a)$$

$$G_\omega(im_\omega) = G_\omega \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) b(\mathbf{r}) \quad K = im_\omega \quad (14b)$$

其中  $s_0(\mathbf{r})$ 、 $b(\mathbf{r})$  分别为自由袋内  $\mathbf{r}$  处的夸克的标量和矢量密度(由 (9) 式所定义), 可以得到:

$$G_\sigma(im_\sigma) = \frac{G_\sigma}{s(0)} \left[ s(0) + \frac{m_\sigma^2}{3!} \langle r^2 \rangle_s + \frac{m_\sigma^4}{5!} \langle r^4 \rangle_s + \dots \right. \\ \left. + \frac{m_\sigma^{2n}}{(2n+1)!} \langle r^{2n} \rangle_s + \dots \right] \quad (15a)$$

$$G_\omega(im_\omega) = G_\omega \left[ 1 + \frac{m_\omega^2}{3!} \langle r^2 \rangle_v + \frac{m_\omega^4}{5!} \langle r^4 \rangle_v + \dots \right. \\ \left. + \frac{m_\omega^{2n}}{(2n+1)!} \langle r^{2n} \rangle_v + \dots \right] \quad (15b)$$

这里

$$\langle r^{2n} \rangle_s = \int_0^R r^{2n+2} \left[ j_0^2 \left( \frac{x_0 r}{R} \right) - j_1^2 \left( \frac{x_0 r}{R} \right) \right] dr$$

$$\langle r^{2n} \rangle_v = \int_0^R r^{2n+2} \left[ j_0^2 \left( \frac{x_0 r}{R} \right) + j_1^2 \left( \frac{x_0 r}{R} \right) \right] dr$$

而  $x_0$  为核子(袋)处于真空时 ( $\rho = 0$ ) 的波数。

根据文献 [1], 可知每个核子所对应的介子能量为:

$$E_{m\sigma} = \frac{1}{A} \int d\mathbf{r} \left( \frac{1}{2} m_\sigma^2 \bar{\sigma}^2 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \bar{\omega}^2 \right)$$

$$= \frac{1}{\rho} \left( \frac{1}{2} m_\sigma^2 \bar{\sigma}^2 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \bar{\omega}^2 \right) \quad (16)$$

这里  $A$  为系统的核子总数, 由 (7) 和 (16) 知核物质中单个核子的束缚能为:

$$E(\rho) = \frac{1}{2\rho} (m_\sigma^2 \bar{\sigma}^2 + m_\omega^2 \bar{\omega}^2) + \frac{1}{\rho} \frac{4}{(2\pi)^3} \int (\mathbf{K}^2 + M^{*2})^{1/2} d^3K - M_N \quad (17)$$

动量  $K$  积分区间从零到 Fermi 动量  $K_F$ ,  $K_F$  由

$$\rho = \frac{4}{(2\pi)^3} \int_0^{K_F} d^3K$$

定出。对于给定密度为  $\rho$  的基态核物质, 核子半径  $R$  的选取要求满足

$$\frac{dE(\rho)}{dR} = 0, \quad \frac{d^2E(\rho)}{dR^2} > 0.$$

数值求解代数方程 (11) 可得  $\bar{\sigma}$ , 进而由 (6) 可得核子的有效质量  $M^*$ , 由 (10b) 和求得的  $\bar{\sigma}$  及  $M^*$  代入 (17) 可知单个核子的束缚能  $E(\rho)$ 。

为研究低温情形下核物质热力学性质及系统中单个核子的内禀性质, 我们引入如下费米分布:

$$n_k(T) = (1 + \exp\{\beta[(k^2 + M^{*2})^{1/2} - \mu]\})^{-1}, \quad \beta = \frac{1}{T} \quad (18)$$

其中  $\mu$  为化学势, 在低温近似下可取为  $M^*(1 + \eta^2)^{1/2}$ , 这里  $\eta$  系与 Fermi 动量有关的参数, 见文献 [8]。当精确到  $T$  四次方项, 我们可分别得到核物质密度  $\rho$  和单个核子束缚能的如下表达式:

$$\rho = \frac{2}{3\pi^2} M^{*3} \eta^3 + \frac{2M^*}{3\beta^2 \eta} \left( \frac{1}{2} + \eta^2 \right) + \frac{7\pi^2}{60\beta^4 \eta^5 M^*} \quad (19a)$$

$$E(\rho, T) = \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{M^{*4}}{4\pi^2} [\eta(1 + \eta^2)^{1/2} (2\eta^2 + 1) - \ln |\eta + (1 + \eta^2)^{1/2}|] \right.$$

$$+ \frac{M^{*2}}{3\beta^2 \eta} (1 + \eta^2)^{1/2} (1 + 3\eta^2) + \frac{7\pi^2 (1 + \eta^2)^{1/2}}{60\beta^4 \eta^5} (1 - \eta^2 + 2\eta^4) \left. \right\}$$

$$+ \frac{1}{2\rho} (m_\sigma^2 \bar{\sigma}^2 + m_\omega^2 \bar{\omega}^2) - M_N \quad (19b)$$

对于温度为  $T$  的核物质, 我们认为核子(袋)内是绝热的, 亦即 MIT 袋中的三夸克仍处于基态。给定参数  $\eta$  后, 先假定核子有效质量为  $M^*$  (亦即给定了化学势), 则由 (19a) 可

求出  $\rho$ 。核子半径  $R$  的选取仍要求单个核子的束缚能满足极小条件。将方程 (11) 的结果代入 (6) 可得核子有效质量  $M_1^*$ 。如果  $M_1^* \approx M_2^*$  则将  $(M_1^* + M_2^*)/2$  重新输送给  $M_1^*$ ，再重复以上的计算，直到新的  $M_1^*$  和  $M_2^*$  之差足够小为止，这时  $M_2^*$  (或  $M_1^*$ ) 即为温度为  $T$ 、密度为  $\rho$  的核物质的核子的有效质量。代入 (19b) 就得到了相应核物质单个核子的束缚能。

对温度为  $T$ ，密度为  $\rho$  的核物质，求解得  $\bar{\sigma}$ 、 $\bar{\omega}$  和  $R$  以后，很容易求此时单个核子的内禀磁矩  $\mu_N$ ，轴矢量荷  $g_A$  及均方根半径  $\langle r^2 \rangle^{1/2}$  等内禀性质。

### 三、结果与讨论

核物质饱和性的描述，依赖于参数比  $\frac{G_\sigma}{m_\sigma}$ 、 $\frac{G_\omega}{m_\omega}$ ，在本文计算中我们取定

$$m_\sigma = 550 \text{ MeV}, \quad m_\omega = 780 \text{ MeV},$$

而由实验上的饱和点确定  $G_\sigma$  和  $G_\omega$  之值。我们注意到，量  $\frac{4}{3} \pi R^3 \rho$  表示系统中  $A$  个

核子的总体积相对于系统的体积之比，因此对于  $R$  较小的系统，即使较大的核物质密度也不必考虑核子间的重叠 (Overlap) 效应。当自由核子 (袋) 的半径  $R_0$  取为  $0.6 \text{ fm}$  时，我们所计算的单个核子束缚能随核物质密度的变化曲线给出在图 1；从图中可以看出，当密度较小时 ( $\rho \leq 2\rho_0$ )，考虑 Fermi 运动的曲线与不考虑 Fermi 运动的曲线基本重合。当密度较大时，曲线差距明显。这是容易理解的，因为核物质密度与 Fermi 动量三次方

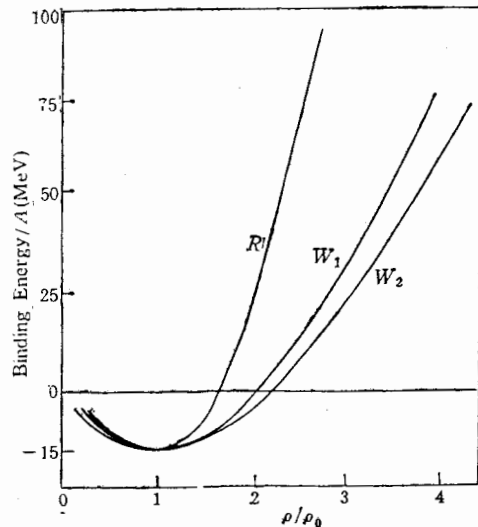


图 1 基态核物质中单个核子的束缚能曲线，曲线  $R$  对应于用 RMFT 所计算的结果，曲线  $W_1$  和  $W_2$  分别表示考虑核子的 Fermi 运动和没有考虑核子的 Fermi 运动所计算的结果

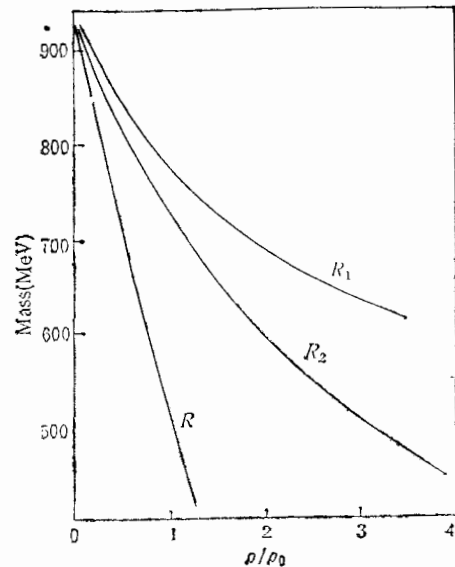


图 2 基态核物质中核子有效质量随密度的变化。线  $R_1$  和  $R_2$  分别对应于  $R_0 = 1.0 \text{ fm}$  和  $R_0 = 0.6 \text{ fm}$ ，线  $R$  是用 RMFT 计算的结果

表 1

$R_0$	$G_\sigma$	$G_\omega$	$K$	$\rho$	$\frac{\delta g_A}{g_A}$	$\frac{\delta \mu_N}{\mu_N}$	$\frac{\delta \langle r^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}{\langle r^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{G_\sigma^2(im_\sigma)}{4\pi}$	$\frac{G_\omega^2(im_\omega)}{4\pi}$
0.6	7.96	9.66	228.3	0.856	-7.0%	6.8%	2.3%	7.1	19.0
0.6 <sup>F</sup>	8.51	8.83	284.5	0.839	-7.8%	7.5%	2.6%	8.1	15.9
1.0	7.21	8.32	218.7	0.813	-9.1%	8.9%	3.2%	10.5	60.2
1.0 <sup>F</sup>	7.90	7.47	256.6	0.784	-10.5%	10.2%	3.6%	12.6	48.5

成正比, 故当密度较大时, Fermi 动量贡献也相应增大. 图 2 给出了核子有效质量  $M^*$  随核密度的变化, 图中三条曲线依次对应于  $R_0 = 1.0\text{fm}$ 、 $R_0 = 0.6\text{fm}$  和核的相对论性 Walecka 模型计算的结果, 它们的总趋向是一致的, 这表明这里的理论方案是合理的. 自由核子(袋)的轴矢量荷  $g_A$  是不依赖于参数  $R_0$  的物理量, 但对于核物质中的  $g_A$ , 则不然. 从图 3 可以看出, 随着核物质密度的增加,  $R_0 = 0.6\text{fm}$  和  $R_0 = 1.0\text{fm}$  所对应的  $g_A$  曲线因随密度增加而减小的程度不同而愈来愈分开. 正常密度下 ( $\rho = \rho_0$ ) 的核物质和核子内禀性质的参数值由表 1 给出. 这里分别考虑了  $R_0 = 0.6\text{fm}$  和  $R_0 = 1.0\text{fm}$  两种情形. 表中除了考虑 Fermi 运动贡献外, 作为比较, 还列出了无 Fermi 运动的结果. 表中第 4 列  $K$  为压缩系数, 定义

$$K = 9\rho_0^2 \left. \frac{\partial^2 E}{\partial \rho^2} \right|_{\nu=\nu_0};$$

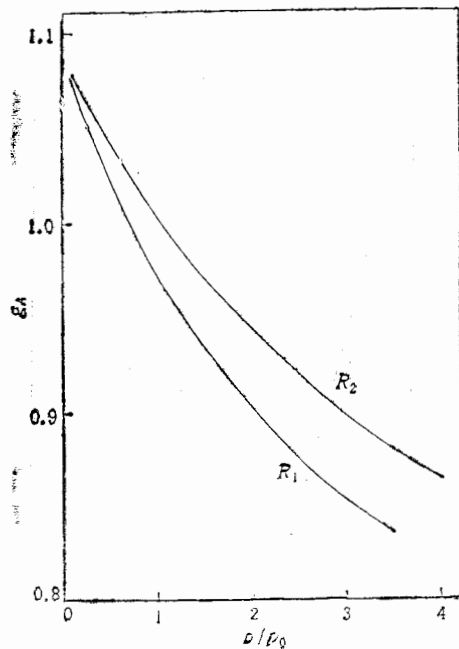


图 3 轴矢量荷随基态核物质密度的变化. 线  $R_1$  和  $R_2$  分别对应于  $R_0 = 1.0\text{fm}$  和  $R_0 = 0.6\text{fm}$

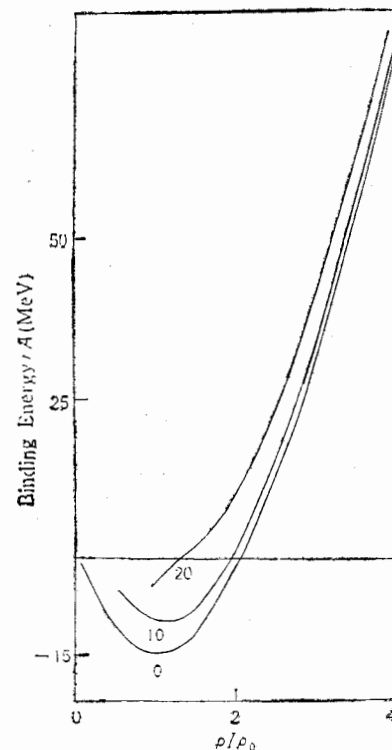


图 4 不同温度下核物质单核子的束缚能曲线 (图中曲线上标明的数字系温度  $T(\text{MeV})$ )

第 5 列中  $\mathcal{S}$  定义为  $\rho = \rho_0$  时  $s(\bar{\sigma})$  与  $s(0)$  之比; 第 8 列中给出的核子均方根半径随密度的增大与 EMC 实验结果在定性上是一致的; 表中 9—10 列给出了介子极点处的耦合常数, 图 4 给出了低温近似下在  $R_0 = 0.6\text{fm}$ ,  $T = 0, 10$  和  $20\text{MeV}$  的束缚能曲线簇, 这与通常的 RMFT 是一致的. 我们还考虑了核物质温度增加对核子均方根半径的影响, 见图 5.

本文采用的模型是比较粗糙的, 如果 MIT 口袋代之以 Soliton 口袋, 其中  $\sigma$ - $\omega$  模型改为手征形式, 可以期望更好的理论结果.

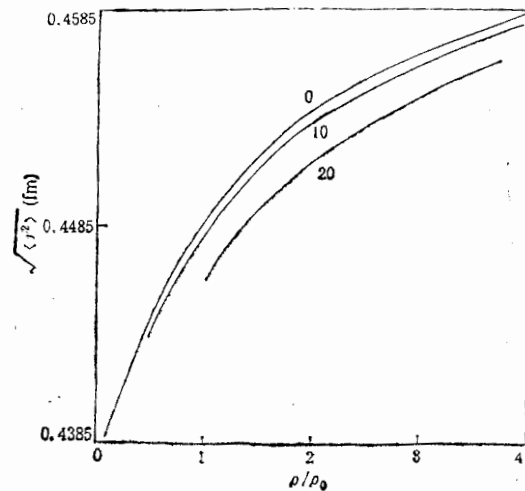


图 5 不同温度下核物质中核子的均方根半径随系统密度的变化 (图中曲线上标明的数字系温度  $T(\text{MeV})$ )

### 参 考 文 献

- [1] B. D. Serot and J. D. Walecka, *Adv. Nucl. Phys.*, **16**(1986), 1.
- [2] L. S. Celenza et al., *Phys. Rev.*, **C31**(1985), 232.
- [3] C. W. Wong, *Nucl. Phys.*, **A435**(1985), 669.
- [4] Xia Keding and Qiu Xijun, *Selected Papers of Theoretical Nuclear Physics*, edited by Cheng Xiaowu et al. (Chinese Science Press).
- [5] Haruiki Kurasawa et al., *Phys. Lett.*, **B208**(1988), 160.
- [6] P. A. M. Guichon, *Phys. Lett.*, **B200**(1988), 235.
- [7] J. W. Clark et al., *Phys. Rev.*, **C33**(1986), 703.
- [8] 崔云龙, 邱锡钧, “手征破缺模型与饱和核物质的热力学性质”, 《高能物理与核物理》, 待发表.

## THE PROPERTIES OF NUCLEAR MATTER AT LOW TEMPERATURE IN A POSSIBLE QUARK MECHANISM

CUI YUNLONG QIU XIJUN

(Shanghai Institute of Nuclear Research, Academia Sinica)

### ABSTRACT

In this paper, the nucleon is described by the MIT bag model, and the internal quark motion in the nucleon is modified by the scalar and vector meson fields. The Fermi motion of nucleon in nuclear matter is considered. The changes for intrinsic properties of nucleon in nuclear matter at different temperature are calculated as a function of the density. The binding energy per nucleon for different temperature is given.