

近满壳偶偶核闯入态及组态混合 的微观分析

李先胤 赵晓凤

(安徽大学物理系, 合肥 230039)

王玉成 刘庸

(华中师范大学粒子物理研究所, 武汉 430070)

摘 要

本文应用一种描述近满壳偶偶核的闯入态的微观理论, 计算了对应于 ^{110}Cd 组态的低能谱及波函数。系统地考察了各种因素对闯入态形成的影响、产生组态混合的机制及强度。通过与唯象工作的比较, 考察了微观 s-d 哈密顿量。

一、引 言

实验资料表明, 质子数接近幻数的多种偶偶核核谱的低能区均观测到了闯入态^[1]。最近文献^[2]给出一种研究闯入态性质和组态混合的微观理论方案; 通过对质子、中子及质子空穴型的 s, d 玻色子微观结构的研究, 导出了描述组态混合的 s-d 哈密顿量。本文将通过能谱的计算及波函数的分析考察该方案的哈密顿量, 特别着重于研究补偿质子对的 2p-2h 激发能的微观机制以及引起组态混合的耦合项。

我们以 ^{110}Cd 核的组态为讨论对象。核子-核子有效相互作用取为对力、四极对力和四极-四极力, 并在一定的范围内调节相互作用参数, 以分析它们对核谱结构及混合强度的影响。此外, 还将讨论本文方案与唯象工作^[3]做法上的差别。

二、方法要点

描述价中子自由度只需考虑一个价壳层, 描述价质子自由度, 因有跨过主壳的 2p-2h 激发, 需同时考虑两个价壳层。费米面取在质子二主壳之间, 上壳用粒子描述, 下壳用空穴描述, 则正常组态和闯入组态可分别记为:

$$(i_1, i_2, \dots, i_k)^{2N_n}(i'_1, i'_2, \dots, i'_i)^{2N_h} \quad (2.1)$$

$$(i_1, i_2, \dots, i_k)^{2N_n}(i'_1, i'_2, \dots, i'_i)^{2(N_h+1)}(i''_1, i''_2, \dots, i''_j)^2 \quad (2.2)$$

其中 $2N_n(2N_h)$ 为价中子(质子)空穴数。

设所有的相互作用都是两体型的。在对质子作粒子-空穴变换后,体系的哈密顿量为:

$$H_f = H_f^{(n)} + H_f^{(p)} + H_f^{(h)} + H_f^{(np)} + H_f^{(nh)} + H_f^{(ph)}. \quad (2.3)$$

其中

$$H_f^{(\sigma)} = \sum_{\alpha} E_{\alpha}^{(\sigma)} a_{\alpha}^{(\sigma)\dagger} a_{\alpha}^{(\sigma)} - g_{\sigma} P^{(\sigma)} P^{(\sigma)\dagger} - \frac{1}{2} G_{\sigma} \sum_{\mu} P_{\mu}^{(\sigma)} P_{\mu}^{(\sigma)\dagger} - \frac{1}{2} K_{\sigma} \sum_{\mu, k \neq k'} (-1)^{\mu} q_{\mu}^{(\sigma)}(k) q_{-\mu}^{(\sigma)}(k'), \quad (\sigma = n, p, h) \quad (2.4)$$

$$H_f^{(n\tau)} = -K_{n\tau} \sum_{\mu, k \neq k'} (-1)^{\mu} q_{\mu}^{(n)}(k) q_{-\mu}^{(\tau)}(k'), \quad (\tau = p, h) \quad (2.5)$$

$$H_f^{(ph)} = -g_{ph} P^{(p)} P^{(h)\dagger} - \frac{1}{2} G_{ph} \sum_{\mu} P_{\mu}^{(p)} P_{\mu}^{(h)\dagger} - \frac{1}{2} K_{ph} \sum_{\mu, k \neq k'} (-1)^{\mu} q_{\mu}^{(p)}(k) q_{-\mu}^{(h)}(k'). \quad (2.6)$$

式中 g, G, K 为对应的强度参数。算符形式如下:

$$P^{(\sigma)} = \sum_{im} a_{im}^{(\sigma)\dagger} \tilde{a}_{im}^{(\sigma)\dagger}, \quad (2.7)$$

$$P_{\mu}^{(\sigma)} = \sum_{imim'} \langle im | q_{\mu}^{(\sigma)} | im' \rangle a_{im}^{(\sigma)\dagger} \tilde{a}_{im'}^{(\sigma)\dagger}, \quad (2.8)$$

$$q_{\mu}^{(\sigma)} = r^2 Y_{2\mu}^{(\sigma)}, \quad (2.9)$$

$$\tilde{a}_{im}^{(\sigma)\dagger} = (-1)^{i+m} a_{i-m}^{(\sigma)\dagger}. \quad (2.10)$$

(2.6)式的展开式中,含有同时产生或湮灭一对质子和一对空穴的项,它们描述了正常组态和闯入组态之间的跃迁,正是费米子形式的组态耦合项。

按照 Dyson 玻色子展开,费米子态矢量 $|\bar{\Psi}\rangle$ 及哈密顿量 H_f 与玻色子态矢量 $|\bar{\Psi}\rangle$ 及哈密顿量 H_B 的对应关系如下:

$$\begin{cases} |\bar{\Psi}\rangle = U |\bar{\Psi}\rangle, \\ H_B U = U H_f. \end{cases} \quad (2.11)$$

变换算符为:

$$\begin{cases} U = U_n U_p U_h, \\ U_{\sigma} = \langle 0 | \exp \left(\frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} A_{\alpha\beta}^{(\sigma)\dagger} a_{\beta}^{(\sigma)} a_{\alpha}^{(\sigma)} \right) | 0 \rangle, \quad (\sigma = n, p, h) \end{cases} \quad (2.12)$$

理想玻色子算符 $A_{\alpha\beta}^{(\sigma)\dagger}$ 满足交换指标反对称及玻色子对易关系。根据(2.11)和(2.12)式即可求得 H_B 。 H_f 中保持中子数,质子数及空穴数分别守恒的项,可以得到结构简单的厄米表示^[4],而 $H_f^{(ph)}$ 中费米子组态耦合项的玻色子表示是非厄米的,因此,本文将求解非厄米的本征值方程。

为了定义 s, d 玻色子,用文献^[5]阐述的方法,引入以下 Q 玻色子算符,

$$Q_{r\pi JM}^{(\sigma)\dagger} = \sum_{\alpha < \beta} x_{\alpha\beta}^{r\pi(M)} A_{\alpha\beta}^{(\sigma)\dagger}, \quad (2.13)$$

组合系数 $x_{\alpha\beta}^{rJ(M)}$ 由以下方程确定:

$$H_B Q_{r\pi JM}^{(\sigma)\dagger} |0\rangle = \varepsilon_{r\pi J}^{(\sigma)} Q_{r\pi JM}^{(\sigma)\dagger} |0\rangle. \quad (2.14)$$

其中 $r = 0, 1, 2, \dots$ 是相同 πJ 下 ε 值的顺序。在适当的相互作用下, $r = 0$ 的 $Q_{0+00}^{(\sigma)}$ 与 $Q_{0+2m}^{(\sigma)}$ 具有最强的集体性, 可分别看作 s, d 玻色子的主要成分。在最低阶近似下, 可以把 $Q_{0+00}^{(\sigma)\dagger}$ 和 $Q_{0+2m}^{(\sigma)\dagger}$ 取为 s_s^\dagger 和 d_m^\dagger 。于是, 容易导出体系的 s - d 哈密顿量。

$$h_{s,d} = h^{(n)} + h^{(p)} + h^{(h)} + h^{(np)} + h^{(nh)} + h^{(ph)}. \quad (2.15)$$

其中 $h^{(\sigma)}, h^{(n\tau)}$ ($\sigma = n, p, h, \tau = p, h$) 在文献^[6]中有详细的阐述。这里只给出 p - h 项的表达式。

$$h^{(ph)} = h_{\text{mix}} + h_1 + h_2, \quad (2.16)$$

$$h_{\text{mix}} = u_0 (s^\dagger s'^\dagger + ss') + u_2 [(d^\dagger d'^\dagger)_0 + (\tilde{d}\tilde{d}')_0], \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} h_1 = & \sum_I C_I [(d^\dagger d'^\dagger)_I (\tilde{d}\tilde{d}')_I]_0 + w_1 \{s^\dagger s'^\dagger (\tilde{d}\tilde{d}')_0 + (d^\dagger d'^\dagger)_{0s} s'\} \\ & + w_2 \{s^\dagger [d'^\dagger (\tilde{d}\tilde{d}')_2]_0 + [(d^\dagger d'^\dagger)_2 \tilde{d}\tilde{d}']_{0s}\} + w_3 \{s'^\dagger [d^\dagger (\tilde{d}\tilde{d}')_2]_0 \\ & + [(d'^\dagger d^\dagger)_2 \tilde{d}]_{0s'}\} + w_4 s^\dagger s'^\dagger ss' + w_5 \{s^\dagger (d'^\dagger \tilde{d})_{0s'} + s'^\dagger (d^\dagger \tilde{d}')_{0s}\} \\ & + w_6 s^\dagger (d'^\dagger \tilde{d}')_{0s} + w_7 s'^\dagger (d^\dagger \tilde{d})_{0s'}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} h_2 = & g_1 s^\dagger s'^\dagger s'^\dagger s' + g_2 s^\dagger s'^\dagger (d'^\dagger \tilde{d}')_0 + g_3 s^\dagger (d'^\dagger d'^\dagger)_{0s'} + g_4 s^\dagger [d'^\dagger (d'^\dagger \tilde{d}')_2]_0 \\ & + g_5 s'^\dagger s'^\dagger (d^\dagger \tilde{d}')_0 + g_6 s'^\dagger (d^\dagger d'^\dagger)_{0s'} + g_7 s'^\dagger [d^\dagger (d'^\dagger \tilde{d}')_2]_0 \\ & + g_8 [(d^\dagger d'^\dagger)_2 d'^\dagger]_{0s'} + \sum_L g_9^{(L)} [(d^\dagger d'^\dagger)_L (d'^\dagger \tilde{d}')_L]_0. \end{aligned} \quad (2.19)$$

为便于书写, (2.17), (2.18) 与 (2.19) 式中带撇号的算符表示空穴型的, 不带撇号的为质子型的。 h_{mix} 项正是唯象引入的组态耦合项; h_1 只在闯入组态间存在非零矩阵元, 起补偿 $2p$ - $2h$ 激发能的作用; h_2 则是来源于 Dyson 玻色子展开中的非厄米项, 也造成组态间的耦合。

(2.15) 式中各项的系数均可计算^[6,2]。给定了壳模型组态、核子-核子有效相互作用强度参数, 且确定 $h_{s,d}$ 中的全部系数值后, 对角化哈密顿量 $h_{s,d}^\dagger$ 即给出低能激发谱和波函数。

三、计算结果及讨论

^{110}Cd 的正常组态和闯入组态分别取为:

$$(p_{3/2}, f_{5/2}, p_{1/2}, g_{9/2})^2 (d_{5/2}, g_{7/2}, h_{11/2}, d_{3/2}, s_{1/2})^2, \quad (3.1)$$

$$(p_{3/2}, f_{5/2}, p_{1/2}, g_{9/2})^4 (d_{5/2}, g_{7/2}, h_{11/2}, d_{3/2}, s_{1/2})^2 (d_{5/2}, g_{7/2}, h_{11/2}, d_{3/2}, s_{1/2})^2, \quad (3.2)$$

括号上的数字 \bar{n} 和 m 分别代表空穴和粒子数。价核子能级参照以前的工作^[4,7]选取。相互作用参数列于表 1。

表 1 核子-核子有效相互作用参数

	n	p	h	np	nh	ph
g	0.0492	0.0985	0.085			0.030
G	0.059	0.075	0.080			0.040
K	0.020	0.020	0.020	0.010	0.015	0.010

3.1 计算方法

体系的集体态空间由以下基矢张成:

$$|R, JM\rangle = \{|N_n x_n L_n\rangle |N_p x_p L_p\rangle |N_h x_h L_h\rangle\}_{JM}. \quad (3.3)$$

其中 x_σ 为唯一确定基矢所需的量子数 $\{n_d \nu n_\sigma\}$, (3.3) 式包括正常态空间的基矢 ($N_p = 0$, $N_h = 1$) 及闯入态空间的基矢 ($N_p = 1$, $N_h = 2$). h_{sd}^\dagger 本征方程的求解应在整个太空间中, 但因维数很高, 受计算条件的限制, 须对态空间作截断. 以所关心能区 (5 MeV 以下) 的结果基本不受截断的影响为前提, 我们曾考察过几种截断方案. 本文采用一种组态截断, 即对每一个角动量, 先把基矢按 h_{sd}^\dagger 对角矩阵元从小到大的顺序排列, 保留对应于对角元最小的足够多个基矢, 在由它们所张成的子空间对角化 h_{sd}^\dagger . 计算表明, 只要保持到 100 维左右, 低能态能量的计算值就已精确到 keV 量级. 因此, 这种截断可以给出合理的结果.

3.2 影响形成闯入态的因素

质子对的 2p-2h 激发需要两倍于质子主壳能隙 (E_{gsp}) 的未扰动能, 相互作用将补偿绝大部分激发能使闯入态下降到低能观测区. 因此, 闯入态能量的高低将取决于 (E_{gsp}) 能量的大小和相互作用所提供补偿的多少.

一般认为质子主壳能隙约为 4 MeV^[8], 它的大小对闯入态能量的高低影响显著. 在相互作用不变的情况下, 减小能隙能使闯入态能量急剧降低, 如图 1 所示. 较小的能隙有利于闯入态在较低的能量区形成准转动带结构. 但是计算也表明, 即使能隙较大, 只要某些相互作用足够强, 质子对的 2p-2h 激发仍然能够获得足够的能量补偿而形成闯入准转动带. 因此, 对具体核的闯入态作理论描述时必须比较准确地估计能隙的大小, 从而才能对有效相互作用的强度作出推测.

我们系统考察了可能补偿质子对的 2p-2h 激发能的所有相互作用. 结果表明, 质子间及空穴间的对力确实是最重要的因素, 如图 2. 为清晰起见, 把体系的基态能量取为零. 图中只画出了闯入态的能级. 正因为如此, 唯象工作中直接引入一包括对力效应的有效参量

$$\Delta = 2E_{gsp} - \Delta E_{\text{pairing}}(2p) - \Delta E_{\text{pairing}}(2h)$$

来标定不同组态间的能差^[8]. 从图 2 的能级间隔还可看到, 本文方案中对力强度的变化还引起闯入态结构的变化. 因质子空穴数比粒子数多, 右图更明显些. 像唯象工作那样, 只引入有效参数 Δ 不能描述对力对闯入态能带结构的效应.

四极对力通过确定相应 d 玻色子的结合能提供能量补偿, 主要对闯入态空间的能谱结构起作用. 由于 ϵ_d 显著大于 ϵ_s , 对 0^+ 闯入态的影响可以不计. 四极-四极力在 s 态

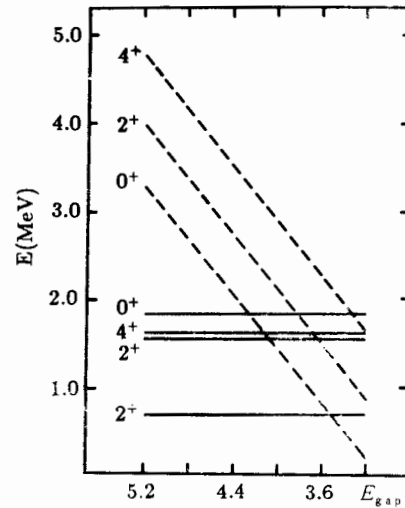


图 1 E_{gsp} 对激发谱的影响

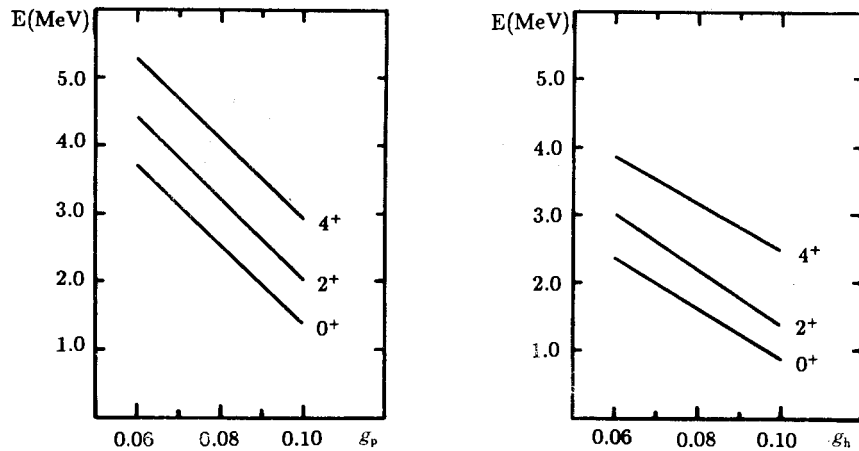


图2 质子对力和空穴对力对2p-2h激发能的补偿

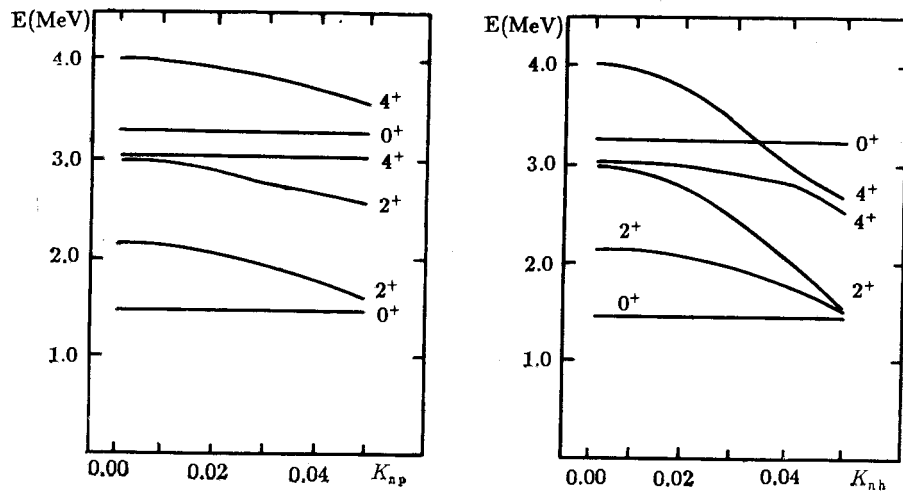


图3 中子-质子、中子-空穴四极力对闯入态能量的影响

之间的矩阵元为零。计算表明,对闯入 0^+ 态影响也不大,与四极对力一样影响闯入态空间的能谱结构,使它向转动型变化,如图3所示。

为了研究中子玻色数 N_n 的影响,在保持参数不变情况下,对不同的 N_n 作了计算,结果见图4。从图上可以看到,闯入态空间能谱的结构与中子玻色子数有密切的关系,随 N_n 的增加,最低的 0^+ , 2^+ , 4^+ 态逐渐下降,以 2^+ 和 4^+ 下降比较明显,倾向于形成一个转动带。这一结果与实验资料是一致的,即在价中子处于半满壳的区域容易观测到闯入态形成的准转动带。

3.3 质子-空穴相互作用与耦合系数 u_0, u_2

哈密顿量中组态耦合项包括 h_{\min} 项与非厄米项。本小节将考察质子-空穴相互作用

用与耦合项系数的关系。一方面探讨唯象工作中引入的 h_{mix} 耦合项的微观来源; 另一方面从相互作用的强弱来探讨组态混合的强度。为与唯象工作相比较, 图 5 给出 p-h 相互作用与 u_0, u_2 的关系。

u_0 反映了通过产生或湮灭 s 及 s' 玻色子引起两种组态之间的跃迁, 本方案中它来源于 g_{ph} 与 K_{ph} 的贡献; u_2 反映了通过产生或湮灭 d 及 d' 玻色子引起两种组态间的跃迁, 来源于 G_{ph} 和 K_{ph} 的贡献。因此, 耦合项是 p-h 相互作用的反映。从图 5 可以看到, g_{ph}, G_{ph} 的微小增加分别引起 u_0, u_2 急剧增加。用表 1 给定的 p-h 强度计算的 u_0, u_2 比唯象工作中对应项系数所取的值大^[3], 原因在于本方案中区分了质子及空穴自由度, 这一点将在下面详细讨论。

3.4 组态耦合项与组态混合

在 s-d 哈密顿量中, 若令组态耦合项的矩阵元为零, 将消除两组态间的混合, 得到两组分立的激发谱(图 6)。对于正常组态, 0_2^+ 态偏高, 能谱表现出 γ 不稳特征, 这是因为此组态处于壳层的末尾区域。闯入态构成的能谱比

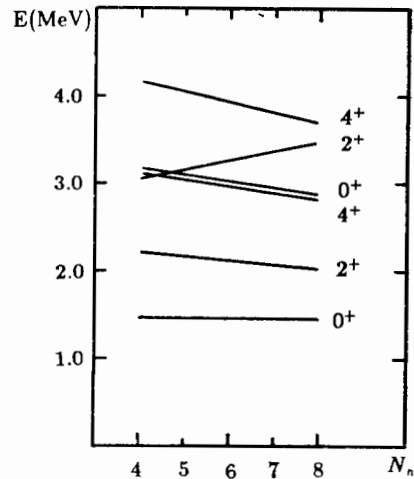


图 4 中子玻色子数 N_n 对闯入态影响

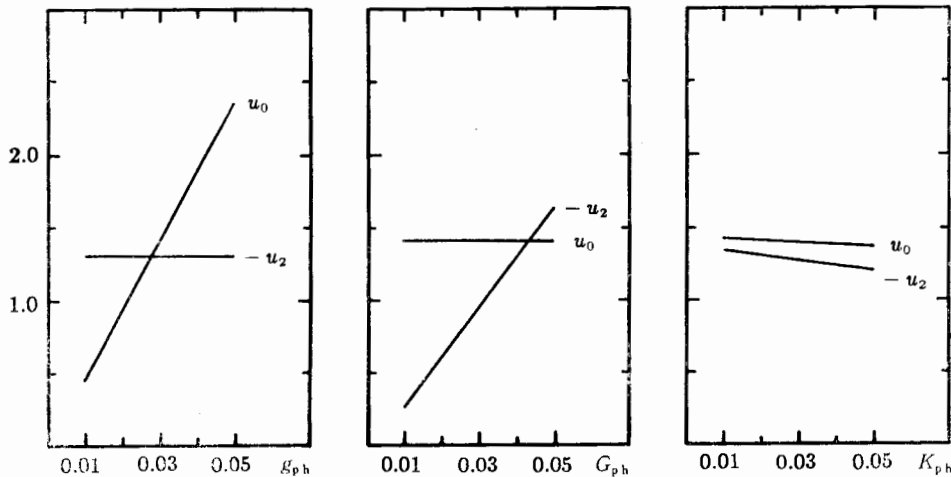


图 5 p-h 相互作用与耦合项系数 u_0, u_2 的关系

正常态构成的能谱要高 1.5MeV 左右, 但它们具有大致相似的能谱结构。由此看出, 4 个价核子的激发与 2p-2h 激发具有一定的等价性。由图 6 我们看到, 相互作用已使闯入态进入低能区, 加入耦合项即能给出实验观测到的 2^- 声子态由于 $0^+, 2^+$ 态的闯入而形成的五重态结构。

计算表明, 耦合项对能谱影响很小, 但对波函数影响强烈。为便于分析波函数的混合

情况,仿照文献[3],分别在正常态和闯入态子空间中对角化 s-d 哈密顿量,再各取能量最低

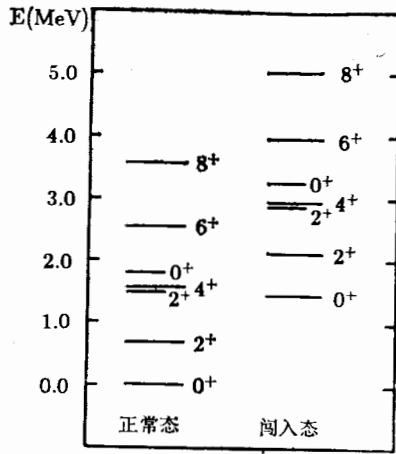


图6 无耦合激发谱

分量较大,正可以解释实验观察到的两质子转移反应截面增加的现象^[9].但是,与唯象工作相比,虽然参数 u_0, u_2 较大,而混合仍比唯象计算的结果弱.为了弄清原因,我们考察了哈密顿量中的耦合项,发现主要来自是否区分质子的粒子及空穴自由度.以 0^+ 闯入态为例,它的主要分量是 s 分量,粒子及空穴玻色子均处于 s 态.我们考虑 u_0 耦合项在纯 s 态间的矩阵元,在区分 s 与 s' 时, $n_s = 1, n_{s'} = 2, u_0 s s'$ 的非零矩阵元为:

$$\langle n_s = 0, n_{s'} = 1 | u_0 s s' | n_s = 1, n_{s'} = 2 \rangle = \sqrt{2} u_0.$$

如果不区分 s 与 s', 则 $n_{s\pi} = 3$, 对应的 $u_0 s_\pi s_\pi$ 的非零矩阵元为:

$$\langle n_{s\pi} = 1 | u_0 s_\pi s_\pi | n_{s\pi} = 3 \rangle = \sqrt{6} u_0.$$

显然,对于相同的耦合强度 u_0 , 在不区分粒子和空穴自由度的情况下 u_0 耦合项将造成更强烈的混合.对其它耦合项及其它能态的分析也有与态相关的类似的结果.从微观图象上看,区分不同类型的自由度应当更为合理,不区分两种自由度只能认为是一种近似^[10].以上讨论也指出了这种近似造成误差的性质.

表2 $0^+, 2^+, 4^+$ 激发态的波函数.

	正常组态				闯入组态			
	$ 1\rangle$	$ 2\rangle$	$ 3\rangle$	$ 4\rangle$	$ I\rangle$	$ 2\rangle$	$ 3\rangle$	$ 4\rangle$
0^+	0.99							
0^+		0.39	0.63	0.11	0.53	0.10	0.38	0.11
0^+		0.32	0.35		0.85	0.10	0.23	0.10
0^+		0.86	0.45				0.22	
2^+	0.99							
2^+		0.97	0.15			0.20		
2^+			0.94	0.27		0.18		
2^+		0.22	0.34	0.75	0.25	0.46		
4^+	0.99							
4^+		0.97	0.14		0.19			
4^+		0.19	0.93		0.32			
4^+		0.14	0.35		0.93			

四、小 结

本文在选取特定的组态下,较系统分析了近满壳核闯入态及组态混合的微观理论方案^[2].由于闯入态是质子对跨过主壳能隙激发到上一主壳而形成的,所以特别着重讨论

了补偿这种激发能的机制。从计算结果看, 各种补偿能量的因素都已包括到本文的方案中。在价中子数比较多的情况下, 只要合理地确定质子主壳的能隙及核子之间有效相互作用的强度, 闯入态可以出现在能谱的低能区并形成准转动带结构。比较计算和实验结果^[4], 我们认为本文所介绍的可用于研究具体核闯入态的性质。这方面的工作已获得了一些相当好的结果。将另外报道。

本文求解 s-d 哈密顿量本征方程的方法与描述组态混合的唯象工作^[5]区别很大。他们采用的方法是先在正常组态及闯入组态空间分别对角化哈密顿量, 然后从中各取几个能量最低态作混合。如果只关心最低激发态, 这是一个使计算变得很简单的方法。但是在唯象的实际计算中, 哈密顿量在两个子空间中取了不同的参数, 事实上同一体系的不同状态用了不同的哈密顿量描述。本文只用了一个哈密顿量描述体系的所有可能态。我们觉得这样做更加合理。

参 考 文 献

- [1] K. Heyde et al., *Phys. Repts.*, **C102** (1983), 291.
- [2] 刘庸, 齐辉, 杨泽森, *高能物理与核物理*, **15**(1991), 52.
- [3] See example, K. Heyde et al., *Phys. Rev.*, **C25** (1982), 3160.
- [4] 潘武明, 刘庸, 齐辉, *高能物理与核物理*, **14**(1990), 49.
- [5] Yang Ze-sen, Liu Yong, Qi Hui, *Nucl. Phys.*, **A421** (1984), 297c.
- [6] 刘庸, 博士论文, 北京大学, 1984.
- [7] 刘庸, 田晓岭, 杨泽森, *高能物理与核物理*, **7**(1983), 724.
- [8] K. Heyde et al., *Nucl. Phys.*, **A466** (1987), 189.
- [9] H.W. Fielding et al., *Nucl. Phys.*, **A281** (1977), 389.
- [10] P. Van Isacker, K. Heyde, M. Waroquier and G. Wenes, *Nucl. Phys.*, **A380** (1982), 383
- [11] A. Mheemeed et al., *Nucl. Phys.*, **A412** (1984), 113.

Microscopic Analysis of Intruder States and Configuration Mixing in Even-Even Nuclei Near Closed Shells

LI XIANYIN ZHAO XIAOFENG

(Department of physics, Anhui University, Hefei 230039)

WANG YUCHENG LIU YONG

(Institute of particle physics, Hua Zhong Normal University, Wuhan 430070)

ABSTRACT

In this paper, a microscopic theory describing the intruder states in even-even nuclei near closed shells is applied to calculate the low-lying spectrum and wavefunctions corresponding to ^{110}Cd configurations. The affects of several factors on the formation of intruder states, the mechanism and the strength of configuration mixing are studied systematically. By comparison with phenomenological works, the s - d hamiltonian derived from the microscopic theory is investigated.