

${}^9_4\text{Be}$ 低激态的单体密度和振动模式

李楚良 李训贵

(湘潭师范学院物理系, 湘潭 411201)

摘 要

本文通过计算 $L^\pi=0^+, 2^+, 1_1^-$ 三个低激态的单体密度和形状密度取条件极值下的 $r(R)$ 函数曲线, 确定了 ${}^9_4\text{Be}$ 处于上述三态时的单体结构和内部振动模式。

一、引 言

文献[1, 2, 3] 分别计算了 ${}^9_4\text{Be}$ 超核的能谱和形状密度, 确定了系统的最可几几何结构。本文采用与文献[1, 2, 3] 相同的理论模型和计算方法, 计算了 $0^+, 2^+, 1_1^-$ 三个低激态中 α 和 Λ 粒子的单体密度及与振动自由度相联系的运动模式, 与文献[1, 2, 3] 一起组成了一组完整的工作。本文第二节讨论单体密度; 第三节讨论内部运动模式; 第四节总结全文并得出结论。

二、单体密度

作为三体系统的 ${}^9_4\text{Be}$ 超核, 在图 1 的 Jacobi 坐标中, 其 Λ 粒子的单体密度定义为^[4]:

$$\begin{aligned} \rho_1(x_3) = & \left(\frac{M}{2M\alpha}\right)^3 \int d\mathbf{r} |\phi(\mathbf{r}, \mathbf{R})|^2 = (-1)^{ML} \frac{2L+1}{4\pi} \\ & \times \sum_{N_1 L_1 N_2 L_2} \sqrt{(2L_1+1)(2L_2+1)} R_{N_1 L_1}(R) R_{N_2 L_2}(R) \\ & \times \sum_{n_1 l_1} \delta_{n_1 n_2} C_{[K_1]} C_{[K_2]} (-1)^{l_1} \sum_l W(LL_1 L L_2; l_1 l) \\ & \times C_{L M L L - M L}^{l_0} C_{L_1 0 L_2 0}^{l_0} P_l(\cos \bar{\theta}). \end{aligned} \quad (1)$$

式中 L 和 M_L 分别表示系统的总轨道角动量和它在 z 轴上的分量, $\bar{\theta}$ 是 \mathbf{R} 与 z 轴之间的夹角。计算中取 $M_L = 0$ 。 x_3 是 Λ 粒子离系统质心的距离。式中其它符号与文献[2] 中的有相同的意义。

系统 α 粒子的单体密度定义为:

$$\begin{aligned} \rho_1(\mathbf{r}) = & \int |\phi(\mathbf{r}, \mathbf{R})|^2 d\mathbf{R} = \sum_{[K_1]} \sum_{[K_2]} C_{[K_1]} C_{[K_2]} \delta_{N_1 N_2}^{L_1 L_2} (-1)^{l_1 + l_2 - L_1 - M_L} \\ & \times \sum_l \frac{l_1 l_2 \hat{L}^2}{4\pi} C_{L M L L - M L}^{l_0} C_{l_1 0 l_2 0}^{l_0} W(L l_1 L l_2; L_1 l) R_{n_1 l_1}(r) \end{aligned}$$

$$\times R_{n,l_2}(r)P_l(\cos\bar{\theta}). \quad (2)$$

式中, \mathbf{L} 和 M_L 的意义与(1)式相同, $\bar{\theta}$ 是 \mathbf{r} 与 z 轴之间的夹角. 式中其它符号与文献[2]中的有相同的意义.

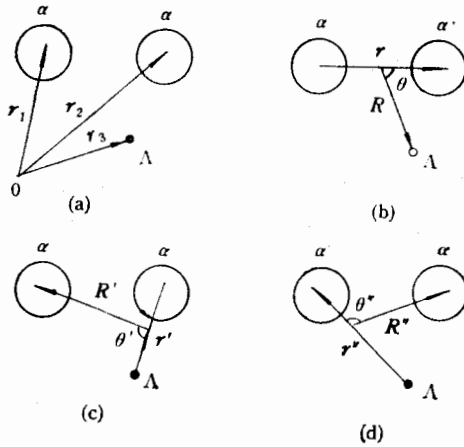


图1 α - α - Λ 三体系统的 Jacobi 坐标

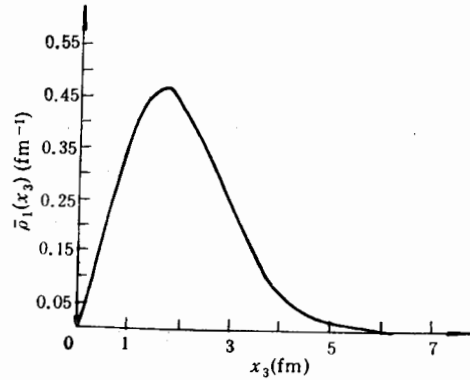


图2 0^+ 态 Λ 粒子的单体密度 $\bar{\rho}_1(x_3)$, 在 $x_3 = 1.60\text{fm}$ 处有极大值

1. Λ 粒子的单体密度

0^+ 态 Λ 粒子的单体密度 $\rho_1(\mathbf{x}_3)$ 是各向同性的, 因而定义^[5]:

$$\bar{\rho}_1(\mathbf{x}_3) = \rho_1(\mathbf{x}_3)4\pi x_3^2, \quad (3)$$

它表明在离质心 $x_3\text{fm}$ 处找到 Λ 粒子的几率. 0^+ 态的 $\bar{\rho}_1(\mathbf{x}_3)$ 如图2所示. 对 2^+ 和 1_1^- 态, 由于 $\rho_1(\mathbf{x}_3)$ 不是各向同性的, 但具有绕 z 轴的旋转对称性, 因此定义^[6]:

$$\bar{\rho}_1(\mathbf{x}_3) = \rho_1(\mathbf{x}_3)2\pi x_3 x_{3\perp}. \quad (4)$$

式中 $x_{3\perp}$ 是 Λ 粒子与 z 轴间的垂直距离. 2^+ 和 1_1^- 态的 Λ 粒子的单体密度分别由图3和图4所示. 计算中取 $M_L = 0$.

对于 0^+ 态, 在 $x_3 = 1.60\text{fm}$ 处, $\bar{\rho}(\mathbf{x}_3)$ 有峰值. 对 2^+ 态, 单体密度在 $\bar{\theta} = 90^\circ$, $x_3 = 1.48\text{fm}$ 处有极大, 即 Λ 粒子的最可几位置在垂直于 z 轴方向离质心 1.48fm 的地方. 与 0^+ 态相比, Λ 粒子离质心更近. 1_1^- 态的单体密度在 $\bar{\theta} = 32^\circ$, $x_3 = 2.52\text{fm}$ 处有极大. 由以上讨论可知, 在所考虑的三个态中, 1_1^- 态的结构要比 0^+ 和 2^+ 态的松散得多, 这是因为 1_1^- 态的 Λ 粒子相对两 α 粒子的运动轨道角动量是 1, 而 0^+ 态的相对运动轨道角动量是 0.

2. α 粒子的单体密度

与 Λ 粒子的单体密度相同, 0^+ 态中 α 粒子的单体密度也是各向同性的, 因此, 定义:

$$\bar{\rho}_\alpha(\mathbf{r}) = \rho_\alpha(\mathbf{r})4\pi(r/2)^2, \quad (5)$$

它表明两 α 粒子相距 $r\text{fm}$ 的几率, 0^+ 态的 $\bar{\rho}_\alpha(\mathbf{r})$ 如图5所示. 2^+ 和 1_1^- 态的 α 粒子的单体密度 $\rho_\alpha(\mathbf{r})$ 具有绕 z 轴的旋转对称性, 因此定义:

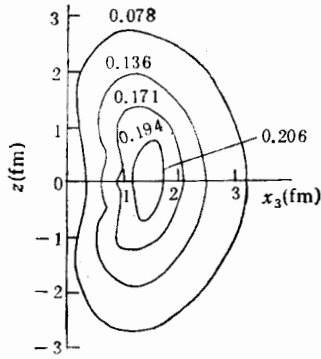


图 3 2^+ 态 α 粒子的单体密度 $\bar{\rho}_1(\mathbf{x}_3)$, 在 $\bar{\theta} = 90^\circ$, $x_3 = 1.48\text{fm}$ 处有极大. $M_L = 0$

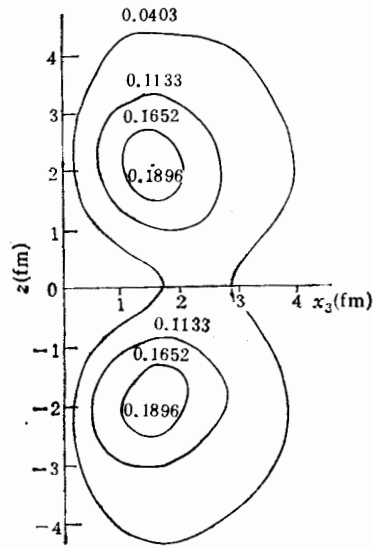


图 4 1_1^- 态 α 粒子的单体密度 $\bar{\rho}_1(\mathbf{x}_3)$, 在 $\bar{\theta} = 38^\circ$ 和 142° , $x_3 = 2.52\text{fm}$ 处有极大. $M_L = 0$

$$\bar{\rho}_\alpha(\mathbf{r}) = \rho_\alpha(\mathbf{r}) 2\pi(r/2)(r/2)_\perp, \quad (6)$$

$(r/2)_\perp$ 是 α 粒子与 z 轴之间的垂直距离. 2^+ 和 1_1^- 态的 $\bar{\rho}_\alpha(\mathbf{r})$ 分别由图 6 和图 7 所示, 计算中取了 $M_L = 0$. 在所考虑的三个态中, α 粒子的单体密度也表明了 1_1^- 态的结构最松散. 单从角动量方面考虑, 应该 2^+ 态最松散, 但 V_{ac} 中 D 波的 V_0 比 S 波的 V_0 更小^[2],

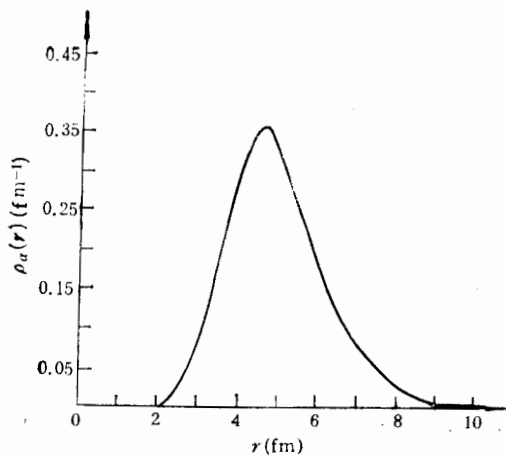


图 5 0^+ 态的 α 粒子单体密度 $\bar{\rho}_\alpha(\mathbf{r})$, 在 $(\frac{r}{2}) = 2.205\text{fm}$ 处有极大

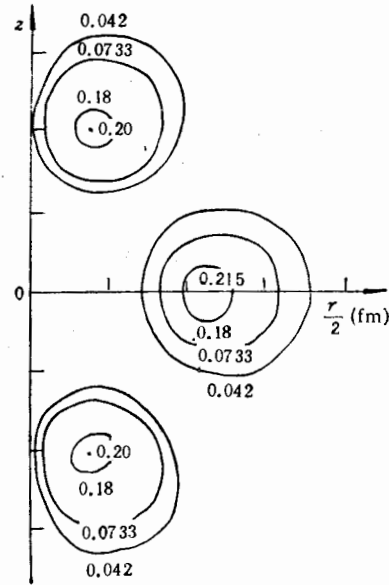


图 6 2^+ 态 α 粒子单体密度 $\bar{\rho}_\alpha(\mathbf{r})$, 在 $\bar{\theta} = 90^\circ$, $(\frac{r}{2}) = 2.28\text{fm}$ 处有极大

势的 l 相关性此处对结构的影响最强, 结果 1_1^- 态最松散.

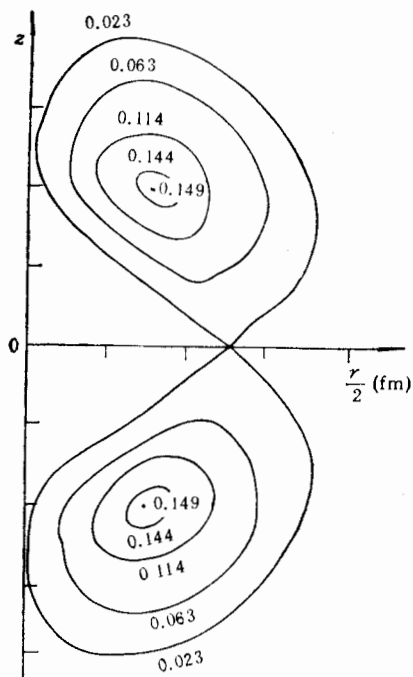


图7 1_1^- 态 α 粒子的单体密度 $\bar{\rho}_\alpha(r)$, 在 $\theta = 36^\circ, \left(\frac{r}{2}\right) = 2.50\text{fm}$ 处有极大

比较 α 和 Λ 粒子的单体密度可知, 两 α 之间的距离比 Λ 离两质心之间的距离大得多, 显示了 ${}^9\text{Be}$ 长椭球形的大形变结构.

三、内部振动模式

在对形状密度^[1,2]和单体密度进行详细讨论后, 我们确定了 $L^\pi = 0^+, 2^+, 1_1^-$ 三个态的内部运动模式. 我们从确定内部运动模式所得到的系统的内部运动信息是从对能谱的分析中无法得到的.

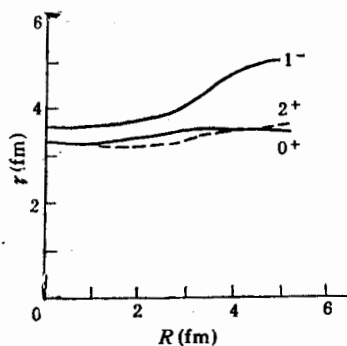
对于一个量子力学的三体系统, 有三个振动和扭曲的内部运动自由度, 另外三个是整体旋转的自由度. 定义 r, R 和 θ 为三个内部运动自由度, r, R, θ 这三个变量中的每一个都与一个运动模式相联系, r 的变化对应 α - α 之间的振动, R 的变化对应着 Λ 粒子相对于 α - α 质心的振动, θ 的变化则对应扭曲. 将与形状密度^[1,2] ρ_s 的最大值 ρ_s^{max} 对应的 r, R, θ 值用 r_0, R_0, θ_0 表示, 即 $\rho_s(r_0, R_0, \theta_0) = \rho_s^{\text{max}}$. 本文主要研究与 r 和 R 对应的运

动模式. 设 Δ 是 r 和 R 在 r_0 和 R_0 附近的变化量, 然后我们考察 ρ_s 在条件 $r = r_0 + \Delta$ 下的极值. 而对应此条件极值的形状就是当 $r = r_0 + \Delta$ 时的最可几形状. 该条件极值 $\rho_s^{\text{max}}(r) = \rho_s^{\text{max}}(r_0 + \Delta)$ 表明 $r = r_0 + \Delta$ 的的形状的可几程度. 如果在 r_0 附近取一系列 r 值, 并在每种情况下通过观察条件极值找出最可几形状, 我们就能了解系统对 r 变化的反应. 对 R 也进行同样的研究. 通过比较 $\rho_s^{\text{max}}(r_0 + \Delta)$ 和 $\rho_s^{\text{max}}(R_0 + \Delta)$, 便会得到 r 振动和 R 振动两运动模式哪个更重要的结论. 如果 $\rho_s^{\text{max}}(r_0 + \Delta)$ 比 $\rho_s^{\text{max}}(R_0 + \Delta)$ 值小得多, 说明两 α 粒子之间的振动远没有 Λ 粒子与两 α 质心之间的振动可几, 即系统的内部运动模式是 Λ 粒子相对两 α 粒子质心之间的振动. 研究结果表明, 对于 0^+ 和 2^+ 态, R -振动比 r -振动可几, 这是由于系统在这两个态所处的线度内, ΛN 相互作用弱于 NN 相互作用的结果. 而对 1_1^- 态, r -振动比 R -振动更快一些, 由于 1_1^- 态的结构很松散, 这也是预期的结果.

为了研究 r -振动与 R -振动之间的耦合特性, 定义^[4]:

$$\bar{\rho}_s(R) = \rho_s(r(R), R, \theta_0). \quad (7)$$

这里, r 考虑为 R 的函数. θ_0 是与 ρ_s^{max} 对应的 θ 值. 结果, $\bar{\rho}_s$ 取条件极值, 得到 $r(R)$ 函数. 三个态的 $r(R)$ 曲线如图 8 所示. 图中 $0^+, 2^+$ 态的曲线基本上平的, 表明 r 的变化与 R 的变化之间耦合很弱, 从而 r 和 R 独立地振动. 而对 1_1^- 态, r -振动与 R -振动的位相相同, 即 R 变大时, r 也变大, 反之亦然, 结果系统作呼吸运动.

图 8 $r(R)$ 函数曲线

四、结 论

计算结果表明, 0^+ , 2^+ 态具有类似的几何结构和内部运动模式。此两态中的内部运动是 r 和 R 在平衡位置附近的振动, R 的振幅比 r 的振幅更大。对于能量较高的 1_1^- 态, 内部运动模式则是 r 和 R 的呼吸振动, r 的振幅比 R 的振幅更大。这表明超核激发时, 集团之间具有一定的可压缩性。

若能在实验上发展新的技术来探测少体内部集团之间的关联, 从而得到核对超子加入后的反应信息并检验核模型, 这将是非常有意义的。

参 考 文 献

- [1] Lü Guo-xiong and Li Xun-gui, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, **15**(1989), 65.
- [2] 李训贵, 高能物理与核物理, **4**(1991), 316.
- [3] 李训贵, 湘潭师范学院学报, **6**(1989), 14.
- [4] T. K. Lim, C. G. Bao, D. P. Hou and H. S. Huber, «Few-Body Methods: Principles and Applications» pp. 581—599.
- [5] C. G. Bao, *Nucl. Phys.*, **A373**(1982), 1.
- [6] C. G. Bao et al., *Nucl. Phys.*, **A439**(1985), 456.

The One-Body Density and the Oscillation Mode of the Hypernucleus ${}^8\text{Be}$ at Low-Lying States

LI CHULIANG LI XUNGUI

(Department of Physics, Xiangtan Normal College, 411201)

ABSTRACT

The One-body structure and the internal oscillation mode of the hypernucleus ${}^8\text{Be}$ at low-lying states have been determined by calculating the one-body density and the curves of $r(R)$ at the conditional maximum of the shape density ρ_s .