

高能 α 粒子与原子核的散射

沈俊锋

(浙江大学物理系, 杭州 310027)

张禹顺

(中国科学院高能物理研究所, 北京 100039)

摘 要

本文以“两个复合粒子系统的高能散射理论”为骨架, 计算了 1.37 GeV 的 α 粒子与 ^{12}C 和 Ca 的同位素的弹性和非弹性微分截面。计算结果与实验值符合得比较好。发现在弹性散射中虚激发的贡献是重要的。

一、引 言

低能 ($E_\alpha < 150\text{MeV}$) α 粒子与原子核的碰撞, 过去已经积累了相当多的实验和理论方面的资料^[1,2]。高能 ($E_\alpha \geq 1.37\text{GeV}$) α 粒子与原子核的碰撞, 在过去的十几年中, 由于高能重离子碰撞有许多有趣的物理问题, 如原子核的碎片、粒子的产生、弹性和非弹性道对碰撞的贡献等等。特别可喜的是由 Saclay 测得了不少的散射实验数据以及其他的实验数据^[3,4], 因此, 广泛地引起了人们的重视。

为什么要用 α 粒子作探针呢? 原因在于: 首先由于 α 粒子的自旋、同位旋都是零, 并且它是复合粒子中最基本的, 也是最轻的一个。因此, 用它作探针对于区别不同的基态和激发态的自旋或同位旋是比较敏感的。其次由于 α 粒子在核内具有强力的吸收, 因此, α 粒子对探索核表面的结构是比较灵敏的, 这样, 从重离子散射可以了解核物质分布方面的知识^[5]。

理论上, 高能 α 粒子与原子核的碰撞, 通常在 Glauber^[6] 多次散射理论或者 Kerman, McManus 和 Thaler (KMT)^[7] 理论的基础上作进一步的发展或推广来描述的, 如用“冰结”近似、“光学极限”近似和“硬球”近似等^[3-5]。Ahmad 和 Alvi^[8] 在 Glauber 多次散射理论的基础上, 用半经典的方法来分析高能 α 粒子与原子核的弹性散射。

本文用“两个复合粒子系统的高能散射理论”作为骨架^[9], 并利用“分析强子与原子核散射的多步过程”^[10]来描述复合粒子与原子核的散射。前者是描述这样两个系统之间的散射理论, 即靶核系统引进集体坐标而炮弹是一个或多个粒子的系统; 后者是描述一个强子与靶核的激发态之间的散射。本文为计算上的方便, 用后者作为基本过程代入前者的

两个复合粒子系统之间的 S 矩阵, 得到了复合粒子与变形核态之间的散射振幅. 计算了 α 粒子与 ^{12}C 和 Ca 的同位素之间的弹性和非弹性的微分截面.

二、计算公式

根据文献 [9], α 粒子与满壳外核子之间的散射振幅可以写为:

$$F_{fi}(q) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} [\delta_{fi} - S_{fi}(\mathbf{b})]. \quad (1)$$

其中 $S_{fi}(\mathbf{b})$ 表示 α 粒子与满壳外核子之间的 S 矩阵, 它可以表示为:

$$S_{fi}(\mathbf{b}) = \langle c; f | \left[1 - \frac{1}{2\pi i k'} W(q', b) \right]^4 | c; i \rangle. \quad (2a)$$

$$W(q', b) = \int d^2q' S_a(q') e^{-i\mathbf{q}'\cdot\mathbf{b}} \cdot \hat{f}_{1-l}(q'). \quad (2b)$$

其中 S_a 是 α 粒子的形状因子, 它可以表示为:

$$S_a(q') = A_1 \cdot e^{(-q'^2/4k_1^2)} - A_2 \cdot e^{(q'^2/4k_2^2)}, \quad (3)$$

$$A_1 = k_2^3 / (k_2^3 - c \cdot k_1^3), \quad A_2 = c k_1^3 / (k_2^3 - c \cdot k_1^3).$$

其中 c , k_1 和 k_2 是参数^[11], k' 是入射粒子的动量, q' 是入射粒子的动量传递, $|c; i\rangle$ 和 $|c; f\rangle$ 是集体激发的始末态, \mathbf{b} 是碰撞参数, $\hat{f}_{1-l}(q')$ 表示入射粒子与满壳外核子之间的散射振幅算符.

1) 首先考虑四极和八极振荡下的 $\hat{f}_{1-l}(q')$. 质量为 m 的入射粒子与核之间的相互作用哈密顿量为

$$H = -\frac{\nabla^2}{2m} + V_{\text{opt}}(\mathbf{r}') + \sum_{\mu} \epsilon a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu}. \quad (4)$$

其中 V_{opt} 是 KMT 光学位^[7], 它在坐标空间可以表示为

$$V_{\text{opt}}(\mathbf{r}') = f_{\text{NN}}(0) \cdot \rho(\mathbf{r}'). \quad (5)$$

这里

$$f_{\text{NN}}(0) = \frac{ik'}{4\pi} \sigma_{\text{NN}}(1 - i\gamma_{\text{NN}}),$$

σ_{NN} 和 γ_{NN} 分别是核子-核子散射总截面和虚实比, 并且, 密度 ρ 为

$$\rho(\mathbf{r}') = \rho_0(\mathbf{r}') + \sum_{\lambda\mu} \rho_{\lambda\mu}(\mathbf{r}') [a_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} + a_{\lambda\mu}^{\dagger} Y_{\lambda\mu}^{\dagger}]. \quad (6)$$

在哈密顿量中, 假定核的激发能比入射粒子能量小得多, 则最后一项可以略去. 因此, 散射振幅算符

$$\hat{f}_{1-l}^{(v)}(q') = \frac{ik'}{2\pi} \int d\mathbf{b}' e^{i\mathbf{q}'\cdot\mathbf{b}'} \left\{ \delta_{fi} - e^{-\chi_0(b') + i \sum_{\lambda\mu} \chi_{\lambda\mu}(b') [g_{\lambda\mu} + g_{\lambda\mu}^{\dagger}]} \right\}. \quad (7)$$

$$\chi_0(b') = \frac{m f_{\text{NN}}}{\hbar^2 k'} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \cdot \rho_0(r'). \quad (7a)$$

这里 $g_{\lambda\mu} = a_{\lambda\mu} e^{i\mu\varphi}$, $g_{\lambda\mu}^{\dagger} = a_{\lambda\mu}^{\dagger} \cdot e^{-i\mu\varphi}$, 新算符 $g_{\lambda\mu}$ 和 $g_{\lambda\mu}^{\dagger}$ 满足算符 $a_{\lambda\mu}$ 和 $a_{\lambda\mu}^{\dagger}$ 的对易

关系。根据文献[10], 我们作进一步的假定 $z' \simeq 0$, 则

$$\chi_{\lambda\mu}(b') = \frac{m f_{NN}}{\hbar^2 k'} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \rho_{\lambda}(r') \cdot P_{\lambda\mu}(0). \quad (7b)$$

其中

$$P_{\lambda\mu}(0) = \begin{cases} 0 & \text{当 } (\lambda - \mu) = 2s + 1, \\ (-)^{s+\mu} \left[\frac{(4 + \lambda)(\lambda - \mu)!}{4\pi(\lambda + \mu)!} \right]^{1/2} \frac{(2s + 2\mu)}{2^{2s} s!(s + \mu)!} & \text{当 } (\lambda - \mu) = 2s. \end{cases}$$

为了方便, 用 Baker-Campbell-Hausdoff 公式^[12]

$$e^{i \sum_{\lambda\mu} \chi_{\lambda\mu}(b')(g_{\lambda\mu} + g_{\lambda\mu}^+)} = e^{i \sum_{\lambda\mu} \chi_{\lambda\mu}(b') g_{\lambda\mu}^+} \cdot e^{i \sum_{\lambda\mu} \chi_{\lambda\mu}(b') g_{\lambda\mu}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \chi_{\lambda\mu}^2(b')} \quad (8)$$

(7) 式代入 (2) 式, 对 d^2q' 积分, 并注意 $g_{\lambda\mu}|0\rangle = 0$, 得

$$\begin{aligned} & \left[1 - \frac{1}{2\pi i k'} \int d\mathbf{q}' \cdot S_{\alpha}(q') \cdot e^{-i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{b}} \cdot f_{i \rightarrow i}^{(\nu)}(q') \right]^4 \\ & = 1 + \sum_{j=1}^4 C_j^i \left[- \int b' db' \cdot e^{i\chi_0(b') - \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \chi_{\lambda\mu}^2(b') + i \sum_{\lambda\mu} \chi_{\lambda\mu}(b') g_{\lambda\mu}^+} II(bb') \right]^j. \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$II(bb') = 2A_1 k_1^2 \cdot e^{-k_1^2(b-b')^2} - 2A_2 k_2^2 \cdot e^{-k_2^2(b-b')^2}. \quad (9a)$$

C_j^i 为二项系数.

因此, 对于弹性散射的 S 矩阵为

$$S_{00}(b) = 1 + \sum_{j=1}^4 C_j^i \left[- \int b' db' e^{i\chi_N(b')} II(bb') \right]^j. \quad (10)$$

并且

$$\chi_N(b') = \chi_0(b') + \chi_{cp}(b'), \quad (10a)$$

$$\chi_{cp}(b') = \frac{1}{2} i \sum_{\lambda\mu} \chi_{\lambda\mu}^2(b'). \quad (10b)$$

α 粒子与靶核之间的弹性散射振幅为:

$$F_{00}(q) = \Theta(q) i k_{\alpha} \int_0^{\infty} b db J_0(qb) [1 - S_{00}(b)]. \quad (11)$$

其中 $\Theta(q) = e^{(r^2) A q^2 / (6A)}$ 为质心修正因子, 这里核密度的平均平方根半径 $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ 取自文献[5, 23].

对于基态(无声子)到激发态(N 声子)的 S 矩阵为

$$S_{(v)}(b) = \left\langle N \left| \sum_{j=1}^4 C_j^i \left[\tilde{A}_0(b) + \tilde{A}_1(b) + \dots \right]^j \right| 0 \right\rangle. \quad (12)$$

$$\tilde{A}_0(b) = \int b' db' \cdot e^{i\chi_N(b')} \cdot II(bb'). \quad (12a)$$

$$\tilde{A}_1(b) = \int b' db' \cdot e^{i\chi_N(b')} \left(-i \sum_{\lambda\mu} \chi_{\lambda\mu}(b') \right) II(bb') \cdot g_{\lambda\mu}^+. \quad (12b)$$

对单声子态, 并且它的总角动量为 L 和它的投影为 M , 得

$$S_{(s)}(b) = \langle 0 | a_{LM} O(b) g_{\lambda\mu}^{\dagger} | 0 \rangle = e^{iM\varphi} \cdot f_{i-M}^{(L)} \cdot O(b). \quad (13)$$

$$O(b) = (-4 + 12\tilde{A}_0 - 12\tilde{A}_0^2 + 4\tilde{A}_0^3) \cdot \int b' db' \cdot e^{i\chi_{NN}(b')} (-i\chi_{LM}(b')) \cdot II(bb'). \quad (13a)$$

在这种情况下, α 粒子与靶核之间的非弹性散射振幅为

$$F_{LM(s)}(q) = \Theta(q) \cdot (-k_\alpha) (-i)^M f_{i-M}^{(L)} \int_0^\infty b db \cdot J_M(qb) \cdot O(b). \quad (14)$$

2). 假定还是光学位, 并且假定靶核是轴对称的四极变形, 则密度可以表示为

$$\rho(r', \theta) = \rho_0(r') + \rho_2(r') Y_{20}(\theta). \quad (15)$$

因此一个入射粒子与靶核之间的散射振幅算符

$$f_{i-i}^{(R)}(q') = \frac{ik'}{2\pi} \int db' e^{i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{b}'} \{ \delta_{ji} - e^{-A_0(b')} - A_{20}(b', \theta) \}. \quad (16)$$

其中

$$A_0(b') = \frac{mf_{NN}}{\hbar^2 k'} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \cdot \rho_0(r'). \quad (16a)$$

$$A_{20}(b', \theta) = \frac{mf_{NN}}{\hbar^2 k'} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \cdot \rho_2(r') Y_{20}(\theta). \quad (16b)$$

(16) 式代入 (2) 式, 并对 dq' 积分, 得

$$\left[1 - \frac{1}{2\pi i k'} \int d\mathbf{q}' \cdot S_\alpha(q') e^{-i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{b}} \cdot f_{i-i}^{(R)}(q') \right]^4 = 1 + \sum_{j=1}^4 C_j \left[- \int b' db' e^{-A_0(b')} - A_{20}(b', \theta) \cdot II(bb') \right]^j. \quad (17)$$

我们得散射振幅

$$F_{LM(R)}(q) = \Theta(q) \frac{ik}{2\pi} \int db \cdot e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} \cdot \int dQ Y_{LM}^*(Q) Y_{00}(Q) \cdot \sum_{j=1}^4 C_j \left[- \int b' db' e^{-A_0(b')} - A_{20}(b', \theta) \cdot II(bb') \right]^j. \quad (18)$$

最后得微分截面为

$$\frac{d\sigma}{dQ} = \sum_M |F_{LM}(q)|^2. \quad (19)$$

三、结果与讨论

利用上节的计算公式, 我们计算了入射能量为 1.37 GeV 的 α 粒子与 ^{12}C 和 $^{40,42,44}\text{Ca}$ 的弹性和非弹性散射微分截面。在计算中, 参数列在表 1 中。参数 σ_{NN} 和 γ_{NN} 均由自由电子散射所定出^[4,13], 参数 c , k_1 和 k_2 取自文献 [11]。 ^{12}C 的基态密度 $\rho_{12\text{C}}$ 取自电子散射^[14], 而 $^{40,42,44}\text{Ca}$ 的基态密度用两个参数的费米分布, 即

$$\rho_0(r') = \rho_0 / [1 + e^{(r'-R)/a}].$$

其中 R 和 a 取自文献 [15].

原子核的跃迁密度用 Tassie 模型^[16]

$$\rho_L(r') = N_L r'^{L-1} \frac{d}{dr} \rho_0(r').$$

强度参数 N_L 由约化跃迁几率来确定

$$B(EL) = (2L + 1) \left| \int_0^\infty r'^{L+2} \rho_L(r') dr' \right|^2.$$

在计算中,对于 ^{12}C , ^{42}Ca 和 ^{44}Ca 的 $B(E2)$ 取自文献 [17], 而 ^{12}C 和 ^{40}Ca 的 $B(E3)$ 取自文献 [18].

表 1

| | | c | $k_1(\text{fm})$ | $k_2(\text{fm})$ | γ_{NN} | $\sigma_{\text{NN}}(\text{fm}^2)$ | $R(\text{fm})$ | $a(\text{fm})$ | $B(E2)$ (fm^4) | $B(E3)$ (fm^6) | $\langle r^2 \rangle_A^{1/2}$ (fm) |
|------------------|---------|-----|------------------|------------------|----------------------|-----------------------------------|----------------|----------------|------------------------------|------------------------------|--|
| ^{12}C | 2_1^+ | 1 | 0.85 | 1.85 | 0.26 | 2.84 | | | 41.5 | | 2.46 |
| | 3_1^- | 1 | 0.85 | 1.85 | 0.26 | 2.84 | | | | 610.8 | |
| ^{40}Ca | 3_1^- | 1 | 0.85 | 1.85 | 0.26 | 2.84 | 3.661 | 0.594 | | 20400 | 3.49 |
| ^{42}Ca | 2_1^+ | 1 | 0.85 | 1.85 | 0.26 | 2.84 | 3.627 | 0.641 | 420.3 | | 3.54 |
| ^{44}Ca | 2_1^+ | 1 | 0.85 | 1.85 | 0.26 | 2.84 | 3.655 | 0.625 | 470.3 | | 3.55 |

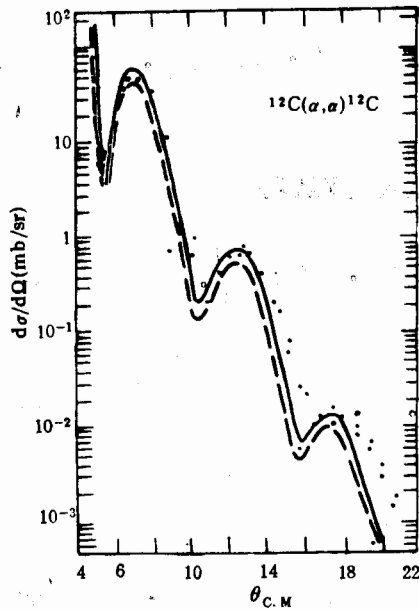


图 1

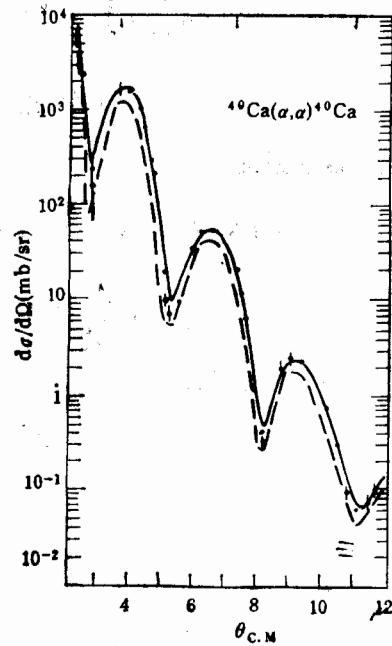


图 2

在图 1 和图 2 中,我们比较了没有和有虚激发的微分截面。从图中我们可以看出,对于 ^{12}C 和 ^{40}Ca 的弹性散射,由于虚激发在峰值区域的修正约 15% 左右。这种虚激发是

由于在方程 (10a) 中第二项 $\chi_{cp}(b')$ 的出现而引起的。也就是说, 由于 χ_{cp} 使靶核跃迁到低激发态, 然后, 从低激发态回到基态。所以, 我们认为高能 α 粒子与原子核的弹性散射, 原子核低激发态的虚激发是重要的。如果在计算中不考虑原子核的虚激发, 相当于把光学位对原子核的初、末态求平均; 在计算弹性散射时, 等价于取跃迁密度为零。这个结果与 Viollier et al.^[5], Morris et al.^[19] 和 Zhang^[20] 等人的结果很相似。

在计算中, 我们认为 ^{12}C 的 2^+ 、 3^- 激发态分别是四极转动态和八极振荡态。这原因之一是 ^{12}C 的 $E2$ (或 $E3$) 约化跃迁几率要比单粒子的约化跃迁几率大十多倍。并且, 从文献 [21, 22] 的大量分析, 说明上述的观点是可靠的。对于 Ca 的同位素的 2^+ 、 3^- 激发态, 可以认为是四极和八极振荡态。

在图 3 中, 我们给出了 1.37 GeV 的 α 粒子与 ^{12}C 的 2^+ 、 3^- 激发态的非弹性散射微分截面。实线是本文计算的结果, 虚线是文献 [3] 的结果。从图中可以看出, 我们的计算结果比较接近实验值。

在图 4 中, 我们给出了 1.37 GeV 的 α 粒子与 $^{42,44}\text{Ca}$ 的 2^+ 激发态和 ^{40}Ca 的 3^- 激发态的非弹性散射的微分截面。图中实线是本文计算的结果。可以看出, 我们的计算值与实验值吻合得较好。

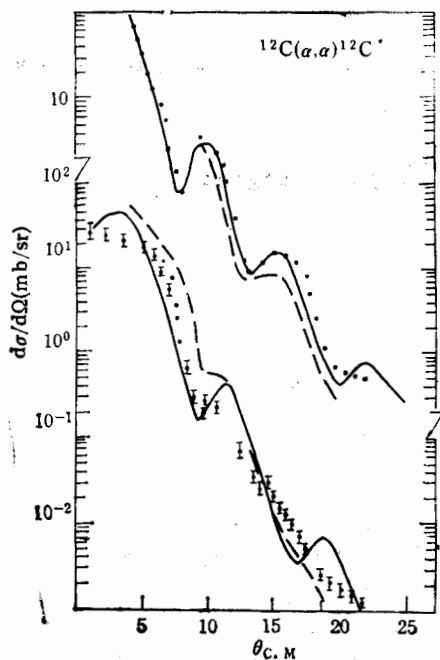


图 3

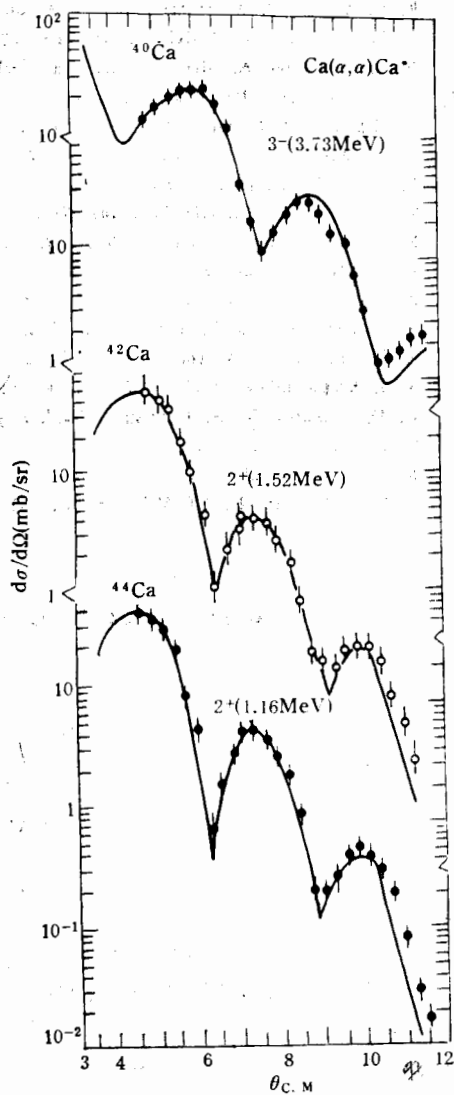


图 4

此外,应该指出,在本文的计算中,不仅物理图象清楚,而且计算比较简单。在整个计算过程中,没有任何可调的参数。

参 考 文 献

- [1] G. Bruge, et al., *Nucl. Phys.*, **A146**(1970), 597
- [2] L. Bimbot, et al., *Nucl. Phys.*, **A210**(1973), 397.
- [3] A. Chaumeaux, et al., *Nucl. Phys.*, **A267**(1976), 413.
- [4] G. D. Alkhazov, et al., *Nucl. Phys.*, **A280**(1977), 365.
- [5] R. D. Viollier and E. Turtshi, *Ann. Phys.*, **124**(1980), 290.
- [6] R. J. Glauber, *Lectures on Theory Physics*, Vol.1(1959), 315.
- [7] A. K. Kerman, H. McManus and R. M. Thaler, *Ann. Phys.*, (N. Y.) **8**(1959), 551.
- [8] I. Ahmad and M. A. Alvi, *Phys. Rev.*, **C28**(1983), 2543.
- [9] Zhang Yu-shun, *J. math. Phys.*, **30**(6) (1989), 1365.
- [10] R. D. Amado, J. A. McMeil and D. A. Sparrov, *Phys. Rev.*, **C Vol.25**(1982), 13.
- [11] R. H. Basel and C. Wilkin, *Phys. Rev.*, **174**(1968), 1179.
- [12] For a proof see A. Messiah, *Quantum Mechanics* (North-Holland, Amsterdam, 1965, Vol. 1, p. 442.
- [13] C. Wilkin, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **24**(1974), 341.
- [14] I. Sick and J. S. McCasthy, *Nucl. Phys.*, **A150**(1970), 631.
- [15] G. D. Alkhazov, et al., *Nucl. Phys.*, **A274**(1976), 443.
- [16] L. J. Tassie, *Anstral. J. Phys.*, **9**(1956), 407.
- [17] S. Raman, et al., *Atomic Data and Nucl. Data Tables*, **36**(1987), 1.
- [18] R. H. Spear, *Atomic Data and Nucl. Data Tables*, **42**(1989), 55.
- [19] C. L. Morris et al., *Phys. Rev.*, **C30**(1980), 662.
- [20] Zhang Yu-shun, *Nucl. Phys.*, **A516**(1990), 633.
- [21] F. Hinterberger, and P. Turek, *Nucl. Phys.*, **A115**(1968), 570;
A. N. Antonov, E. V. Inopin, *Yad. Fiz.*, **16**(1972), 74;
V. I. Kirpichnikov, et al., *Yad. Fiz.*, **40**(1984), 1377;
O. D. Dalkarov, V. A. Karmanov, *Nucl. Phys.*, **A445**(1985), 579.
- [22] S. R. Cotanch, et al., *Phys. Rev.*, **C15**(1977), 1379;
S. R. Cotanc, et al., *Phys. Rev.*, **C21**(1980), 2115.
- [23] C. W. DE Jager, H. DE Vries and C. DE Vries, *Atomic Data and Nucl. Data Tables*, **14**(1974), 479.

α -Nucleus Scattering at High Energies

SHEN JUNFENG

(Zhejiang University, Hangzhou 310027)

ZHANG YUSHUN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039)

ABSTRACT

In this paper, the differential cross sections of the elastic and inelastic scattering of α -particle of energy 1.37 GeV on the 2^+ and 3^- excited states of ^{12}C and ^{40}Ca isotopes are calculated by the method of the inelastic two-composite-particle system scattering theory at high energy. The results are in agreement with experimental data. The importance of the virtual excitation in calculating the differential cross section of the elastic is discussed.