

强流离子束通过 Penning 阱时产生的电子云*

郁庆长

(中国科学院高能物理研究所, 北京 100039)

摘 要

本文研究强流离子束通过 Penning 阱时产生的电子云。利用电子运动的流体方程组讨论了电子云中电子密度、电子温度、电子的漂移角速度和扩散流密度以及电位的分布。

强流离子束通过 Penning 阱时,束离子电离残余气体原子所产生的电子被电磁场约束而形成电子云。这种电子云和我们讨论过的依靠 Penning 放电维持的电子云^[1]和依靠热电子发射维持的电子云^[2]类似。图1是 Penning 阱的示意图。两侧的平板电极接地,中央的圆筒电极接正偏压。整个阱位于纵向磁场和高真空中。电子云中的电子一方面绕磁力线作螺旋运动,另一方面在纵向磁场与横向自电场作用下作角向漂移。此外,电子与气体原子的碰撞将使电子向外扩散。由此而损失的电子由束的电离作用补充。可以用下述流体方程组描述这种电子云:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (n\mathbf{v}) &= Zn_B, \\ \frac{en}{m}(\nabla U - \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \frac{1}{m} \nabla(nkT) - n(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} - \nu n\mathbf{v} &= Zn_B(\mathbf{v} - \mathbf{v}_1), \\ n\mathbf{v} \cdot \nabla \left(U - \frac{1}{2} m v^2 - \frac{5}{2} kT \right) &= Zn_B \left(\frac{1}{2} m v^2 + \frac{5}{2} kT - E_1 \right), \\ \nabla^2 U &= \frac{e}{\epsilon_0} (n - n_B). \end{aligned} \quad (1)$$

上述方程依次是电子运动的连续性方程、动量方程、能量方程和静电场方程。假定离子是单电荷的,并略去了热导项。 e, m, n, T, \mathbf{v} 分别为电子的电荷(绝对值)、质量、密度、温度和平均速度, n_B 为束离子密度, U 为电位, \mathbf{B} 为磁感应强度, k 为 Boltzmann 常数,

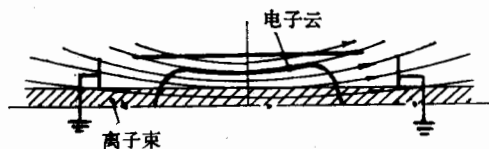


图1 Penning 阱

本文1991年3月9日收到。

* 国家自然科学基金资助项目。

ϵ_0 为真空介电常数, ν 为电子-原子碰撞的有效动量传输频率、 Z 为束离子电离气体原子的电离频率, E_1 与 v_1 为电离中电子获得的平均动能与平均速度。

为方便起见采用圆柱坐标系 (r, φ, z) 。上述方程组可重写如下:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (n v_z) &= Z n_B, \\ \frac{e n}{m} (v_r B_z - v_z B_r) - r n \left(v_r \frac{\partial \omega}{\partial r} + v_z \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) - 2 n v_r \omega - v_n \omega r &\equiv Z n_B \omega r, \\ \frac{e n}{m} \left(\frac{\partial U}{\partial r} - \omega r B_z \right) + n \omega^2 r - \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial r} (n k T) &= 0, \\ \frac{e n}{m} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \omega r B_r \right) - \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial z} (n k T) &= 0, \\ n v_r \frac{\partial}{\partial r} \left(e U - \frac{1}{2} m v^2 - \frac{5}{2} k T \right) + n v_z \frac{\partial}{\partial z} \left(e U - \frac{1}{2} m v^2 - \frac{5}{2} k T \right) \\ &= Z n_B \left(\frac{1}{2} m v^2 + \frac{5}{2} k T - E_1 \right), \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} &= \frac{e}{\epsilon_0} (n - n_B). \end{aligned} \quad (2)$$

这里 $\omega = v_\varphi / r$ 为电子的漂移角速度, v_r 与 v_z 为电子的径向与轴向扩散速度。由于 ν, Z 远小于电子回旋频率, 电子扩散速度也较小, 因此略去了 ν, Z, v_r, v_z 的二次项。

将上述方程组和文[1]中自持磁约束电子云中电子运动的流体方程组比较, 可以看到除含 n_B 的项外两个方程组基本一致。因此文[1]中对于电子的扩散与逃逸、能量输运以及各物理量分布的讨论也基本适用于由强流离子束产生的电子云。

如果近似地认为磁场比较均匀, 电子云各物理量与 z 无关, ω 远小于电子回旋频率, $\frac{d\omega}{dr}$ 与 $\frac{dT}{dr}$ 是较小的量, $Z \ll \nu$, 此时式(2)可简化为

$$\frac{d}{dr} (r j) = Z n_B r, \quad (3)$$

$$e j B = \nu n m \omega r, \quad (4)$$

$$\frac{dU}{dr} = r \omega B, \quad (5)$$

$$j \frac{d}{dr} \left(e U - \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 - \frac{5}{2} k T \right) = Z n_B \left(\frac{1}{2} m \omega^2 r^2 + \frac{5}{2} k T - E_1 \right), \quad (6)$$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dU}{dr} \right) = \frac{e r}{\epsilon_0} (n - n_B). \quad (7)$$

此处 $j = n v_r$ 为向外扩散的电子流密度。

设离子束为圆柱形, 半径为 a , 束离子密度均匀, 分别讨论束内与束外的电子云。

1. 束内区域 ($r \leq a$)

由于束离子密度是均匀的, 束内电子密度也近似为均匀的。由式(3)得

$$j = \frac{1}{2} Z n_B r. \quad (8)$$

代入式(4)得到束内的 ω 值 ω_0 ,

$$\omega_0 = \frac{e Z n_B B}{2 m \nu n_0}, \quad (9)$$

此处 n_0 为束内电子密度。电子云中心温度可由式(6)求出

$$k T_0 = \frac{2}{5} E_1. \quad (10)$$

由式(7),

$$\frac{dU}{dr} = \frac{er}{2\epsilon_0} (n_0 - n_B), \quad U = U_0 + \frac{er^2}{4\epsilon_0} (n_0 - n_B). \quad (11)$$

代入式(5)可求出

$$n_0 = \frac{n_B}{2} [1 + (1 + 4\epsilon_0 Z B^2 / m \nu n_B)^{\frac{1}{2}}]. \quad (12)$$

如果束不太强, $4\epsilon_0 Z B^2 / m \nu \gg n_B$,

$$n_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0 Z n_B}{m \nu}} B. \quad (13)$$

2. 束外区域 ($r \geq a$)

由式(3)得

$$j = \frac{1}{2r} Z n_B a^2. \quad (14)$$

代入式(4)与(5),

$$\omega = \frac{e Z n_B B a^2}{2 m \nu n r^2}, \quad (15)$$

$$\frac{dU}{dr} = \frac{e Z n_B B^2 a^2}{2 m \nu n r}. \quad (16)$$

再代入式(7)得

$$\frac{1}{n} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{n} \right) = \frac{2 m \nu}{\epsilon_0 Z n_B B^2 a^2} r. \quad (17)$$

这个方程的解为

$$n = n_0 \left[1 + \frac{2 m \nu n_0^2}{\epsilon_0 Z n_B B^2} \left(\frac{r^2}{a^2} - 1 \right) \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (18)$$

当束不太强时

$$n \approx n_0 [2(r/a)^2 - 1]^{-\frac{1}{2}}. \quad (19)$$

在某些应用中为了方便, 近似地把这种电子云当作平衡态电子云。这相当于认为 $\nu, Z \approx 0$ 。对于平衡态, 电子温度和漂移角速度为常数^[3]。此时式(2)中第一、第二和第五个方程两端为 0, 剩下的方程为

$$e \left(\frac{\partial U}{\partial r} - \omega r B_z \right) + m \omega^2 r = \frac{k T}{n} \frac{\partial n}{\partial r},$$

$$e \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \omega r B_r \right) = \frac{kT}{n} \frac{\partial n}{\partial z},$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{e}{\epsilon_0} (n - n_b). \quad (20)$$

引入修正位^[4]

$$\phi = U + \frac{m\omega^2 r^2}{2e} - \omega r A, \quad (21)$$

代入式(20)得

$$n = n_0 \exp \left[\frac{e}{kT} (\phi - \phi_0) \right], \quad (22)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_0 - n_b) - 2\omega \left(B_z - \frac{m\omega}{e} \right). \quad (23)$$

此处 n_0, ϕ_0 是电子云中心的 n, ϕ 值, 从上述方程解出 ϕ 的分布后即可计算电子密度和电位的分布^[4]. 值得注意的是平衡态理论本身无法确定 ω, T 和 n_0 的值, 仍需利用式(9)、(10)与(12)来估计它们.

上述理论可以在空间电荷透镜的研究和设计中应用.

参 考 文 献

- [1] 郁庆长, 高能物理与核物理, **14**(1990), 973; **14**(1990), 1067.
- [2] 郁庆长, 高能物理与核物理, **15**(1991), 298.
- [3] T.M. O'Neil and C. F. Driscoll, Phys. Fluids, **22**(1979), 266.
- [4] 郁庆长, 原子能科学技术, **21**(1987), 666.

The Electron Cloud Produced by Intense Ion Beam in Penning Trap

YU QINGCHANG

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039)

ABSTRACT

When an ion beam pass through the Penning trap an electron cloud is produced. The distributions of the electron density, electron temperature, drift angular velocity of electrons, diffusion flow density of electrons and electric potential in the electron cloud are discussed by means of the fluid equations of the motion of electrons.