

有限温度下核子-核子间的单 η 介子交换势*

郑国桐

苏汝铿

(杭州师范学院物理系, 310012)

(复旦大学物理系, 上海 200433)

摘 要

本文用有限温度量子场论的虚时格林函数法讨论 η 介子与核子相互作用耦合常数和单 η 介子交换势随温度的变化。我们发现, 当温度 $k_B T$ 上升到 215 MeV 时, 耦合常数变为零, 核子-核子间的单 η 介子交换势消失。

一、引 言

在单玻色子交换势中, 耦合常数起着决定核力强度的作用。在能够比较成功地描写核子-核子间相互作用的 Bonn 势中^[1], 除了讨论交换 $\pi, \rho, \omega, \sigma$ 等介子外, 还讨论了交换 η 介子对核力的影响, 在以前的论文中, 我们已经讨论了温度对单 π 交换势, 单 σ 交换势的影响^[2-4], 本文将把上述讨论推广到单 η 交换势。我们将讨论 η 介子和核子的耦合常数及 η 介子有效质量随温度的变化, 并进而给出有限温度下的单 η 交换势。

η 介子是中性粒子, 是同位旋空间中的单态, 而且是三个 π 介子的共振态。 η 介子与核子间的耦合是赝矢耦合^[1]。在 Bonn 势中, η 介子和 π 介子一样, 它们和核子的耦合均采用赝矢耦合的形式, 不同之处在于, π 介子是同位旋 $T = 1$ 的三重态。

我们将采用温度场论中的虚时格林函数方法, 通过计算三线顶角修正给出 η 介子和核子间耦合常数随温度的变化, 通过泡图^[2-4] 求和给出 η 介子的有效质量随温度的变化, 以讨论单 η 交换势随温度的变化关系。我们将证明: 当 $k_B T = 215$ MeV 时, 单 η 交换势将下降为零, 核子间的单 η 交换势消失。

二、顶角修正

η 介子和核子间的相互作用拉氏密度为

$$\mathcal{L}_I = \frac{g}{m} \bar{\psi}(x) \gamma^5 \gamma^\mu \psi(x) \partial_\mu \varphi(x), \quad (1)$$

式中 $\psi(x)$ 和 $\varphi(x)$ 分别为核子场和 η 介子场, m 为核子质量。 g/m 为核子与 η 介子的耦合常数。利用虚时温度格林函数, 可给出有限温度下二阶核子-核子散射振幅 $T_{ii}^{(2)}$ 及

本文于 1991 年 2 月 26 日收到。

* 国家自然科学基金及国家教委博士点基金资助。

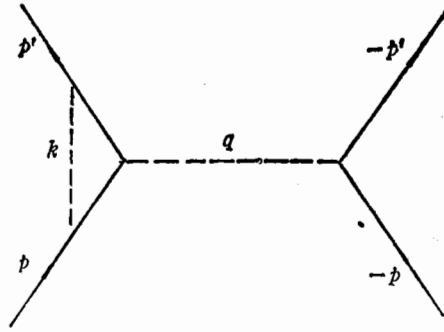


图1 核子-核子散射振幅的二阶顶角修正
实线为核子线,虚线是 π 介子的传播子

对该散射振幅的左三线顶角修正(图1)为^[5]

$$T_{if}^{(2)} = -\bar{u}(p') \frac{g}{m} \gamma^5 q u(p) \frac{1}{q^2 - m_\pi^2} \bar{u}(-p') \frac{g}{m} \gamma^5 q u(-p), \quad (2)$$

$$T'_{if} = -\bar{u}(p') \frac{g}{m} \Lambda_5 u(p) \frac{1}{q^2 - m_\pi^2} \bar{u}(-p') \frac{g}{m} \gamma^5 q u(-p), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{g}{m} \Lambda_5 &= \frac{i}{\beta} \sum_n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{i}{k^2 - m_\pi^2} \left(\frac{g}{m} \gamma^5 \not{k} \right) \frac{i}{\not{p}' - \not{k} - m} \left(\frac{g}{m} \gamma^5 q \right) \\ &\quad \times \frac{i}{\not{p} - \not{k} - m} \left(\frac{g}{m} \gamma^5 \not{k} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

为计算方便起见,可将(4)式改写为

$$\frac{g}{m} \Lambda_5 = \frac{g}{m} \Lambda_5^\beta q + \frac{g}{m} \tilde{\Lambda}_5^\beta, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_5^\beta &= \frac{i}{\beta} \sum_n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{i}{k^2 - m_\pi^2} \left(\frac{g}{m} \gamma^5 \not{k} \right) \frac{i}{\not{p}' - \not{k} - m} \gamma^5 \\ &\quad \times \frac{-i(\not{p} - \not{k} - m)}{(\not{p} - \not{k})^2 - m^2} \left(\frac{g}{m} \gamma^5 \not{k} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Lambda}_5^\beta &= \frac{i}{\beta} \sum_n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{i}{k^2 - m_\pi^2} \left(\frac{g}{m} \gamma^5 \not{k} \right) \frac{i}{\not{p}' - \not{k} - m} \\ &\quad \times \frac{i}{(\not{p} - \not{k})^2 - m^2} \left\{ 2 \frac{g}{m} [q \cdot p \not{k} - q k (\not{p} + m)] \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

先计算 Λ_5^β . 为此,利用恒等式

$$\frac{1}{abc} = \int_0^1 d\lambda \int_0^1 du \frac{2}{[a + (b-a)\lambda + (c-b)u]^3} \quad (8)$$

及狄喇克方程 $\bar{u}(p')(\not{p}' - m) = 0$, 可将(6)式改写为

$$\Lambda_5^\beta = \frac{2}{\beta} \left(\frac{g}{m} \right)^2 \gamma^5 \sum_n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \int_0^1 d\lambda \int_0^1 du \frac{(i\omega_n)^4 + \zeta(i\omega_n)^2 + \xi}{[(i\omega_n)^2 - W^2]^3}, \quad (9)$$

式中

$$\zeta = 2|\mathbf{k}|^2 + 2(m + \not{p})(p' - \bar{p})^0 \gamma^0 - 4(p' - \bar{p})^0 \bar{p}^0 - \lambda(2 - \lambda)m^2 - 2uq(p' - 2\bar{p})$$

$$-u^2 q q + (u q + \lambda m)(p - m + \lambda m - u q) - 2p \cdot \bar{p},$$

$$\begin{aligned} \xi = & |\mathbf{k}|^4 + 2(m + p) \sum_{i=1}^3 (k^i)^2 (p' - \bar{p})^i \gamma^i - 4 \sum_{i=1}^3 (k^i)^2 (p' - \bar{p})^i \bar{p}^i \\ & + |\mathbf{k}|^2 [\lambda(2 - \lambda)m^2 + 2uq \cdot (p' - 2\bar{p}) + u^2 q q - (uq + \lambda m)(p - m + \lambda m \\ & - uq) + 2p \cdot \bar{p}] - (uq + \lambda m)[\lambda(2 - \lambda)m^2 - 2uq \cdot (p' - \bar{p}) + u^2 q q](p - m) \\ & - (2uq \cdot \bar{p} - 2p \cdot \bar{p} + \lambda^2 m^2 - u^2 q q)[\lambda(2 - \lambda)m^2 + u^2 q q + 2uq(p' - \bar{p})], \\ \bar{p} = & \lambda p' + uq, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\bar{k}^2 = (i\omega_n)^2 - |\mathbf{k}|^2, \quad i\omega_n = i2n\pi/\beta, \quad \beta = (k_B T)^{-1},$$

$$W^2 = |\mathbf{k}|^2 + \bar{p}^2 - (p'^2 - m^2)\lambda - (p^2 - p'^2)u + (1 - \lambda)m_\eta^2.$$

利用复变函数中的迴路积分方法,可完成(9)式中对分立指标 n 的求和^[6,2],得

$$\begin{aligned} \Lambda_5^\beta = & - \left(\frac{g}{m}\right)^2 \gamma^5 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \int_0^1 d\lambda \int_0^1 d u \left\{ \frac{3}{8W} + \frac{3}{4W(e^{\beta W} - 1)} - \frac{5\beta e^{\beta W}}{4(e^{\beta W} - 1)^2} \right. \\ & + \frac{W\beta^2 e^{\beta W}}{4(e^{\beta W} - 1)^2} - \zeta \left[\frac{e^{\beta W} + 1}{2W^3(e^{\beta W} - 1)} + \frac{\beta e^{\beta W}}{W^2(e^{\beta W} - 1)^2} \right] \\ & \left. + (\xi + \zeta W^2) \left[\frac{\beta^2 e^{\beta W}}{4W^3(e^{\beta W} - 1)^2} + \frac{3\beta e^{\beta W}}{4W^4(e^{\beta W} - 1)^2} + \frac{3(e^{\beta W} + 1)}{8W^5(e^{\beta W} - 1)} \right] \right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

完成(11)式中对 λ 和 u 的积分,在非相对论近似下,可将 Λ_5^β 分成两部份:第一部分对 \mathbf{k} 的积分发散,由于赝矢耦合是个微商耦合,不可重整化,因此必须采用如同 Bonn 势的处理方法,引入形状因子^[1,2]. 另一部分对 \mathbf{k} 的积分不发散,且与温度有关. 由于我们只对 g 随温度的变化感兴趣,因此只须讨论对 \mathbf{k} 积分收敛的第二部份,其结果为

$$\Lambda_5^\beta \sim \Lambda^\beta \gamma_5,$$

$$\begin{aligned} \Lambda^\beta = & - \left(\frac{g}{m}\right)^2 \frac{1}{2\pi^2} \left\{ \frac{m^2}{24} [11(I_2 + I_4) + 9I_{21} + 27(I_7 + I_8)] + m^2 \beta^2 \left[\frac{3\alpha_2^2}{8} (2I_3 + 3I_5) \right. \right. \\ & + \frac{3}{2} \alpha_4^2 \left(\frac{I_{11}}{4} + I_{17} + \frac{5}{4} I_{18} \right) + \frac{\alpha_6^2}{4} \left(I_3 + \frac{3}{2} (I_5 + I_{11} + 4I_{17} + 5I_{18}) \right) \\ & + \frac{3}{8} \alpha_7^2 (I_{12} + 4I_{19} + 5I_{20}) \left. \right] + m^4 \beta^2 \left[\frac{29}{120} (I_1 + 3I_3 + 3I_5) \right. \\ & + \frac{3}{2} \beta^2 \alpha_5^2 \left(\frac{I_{12}}{4} + I_{19} + \frac{5}{4} I_{20} \right) \left. \right] + \frac{24}{\beta^2} \left[\frac{I_6}{2} + I_{22} + \frac{3}{2} (I_{13} + I_{23}) \right] \\ & \left. + \frac{\alpha_1^2}{4} I_{21} + \frac{3}{2} \alpha_3^2 \left[\frac{1}{4} (I_4 + I_{10}) + \frac{5}{4} I_{16} + I_{15} \right] + \frac{1}{8\beta^2} (I_9 + 3I_{14}) \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} \alpha_1^2 = & \frac{m^2}{4} - \frac{m_\eta^2}{3}, \quad \alpha_2^2 = \frac{7m^2}{30} - \frac{3m_\eta^2}{20}, \quad \alpha_3^2 = \frac{m^2}{4} - \frac{m_\eta^2}{6}, \quad \alpha_4^2 = \frac{m^2}{2} - \frac{19}{60} m_\eta^2, \\ \alpha_5^2 = & \frac{43}{168} m^2 - \frac{11}{70} m_\eta^2, \quad \alpha_6^2 = \frac{2}{15} m^2 - \frac{1}{12} m_\eta^2, \quad \alpha_7^2 = \frac{23}{210} m^2 - \frac{1}{15} m_\eta^2, \quad (13) \end{aligned}$$

I_1 至 I_{23} 是一些积分(见附录).

$\tilde{\Lambda}_5^\beta$ 可用同样方法讨论. 通过冗长的计算后可以证明, $\tilde{\Lambda}_5^\beta$ 在非相对论近似下,其贡献只是高阶修正,可以略去. Λ^β 实际上给出耦合常数随温度的变化.

三、有限温度下的单 η 交换势

引入左、右顶角修正后,在泡泡图^[2,4]近似下,动量空间中的单 η 交换势为

$$T_{if} = - \left[\frac{g(\beta)}{m} \right]^2 \bar{u}(p') \gamma^5 q u(p) \frac{1}{q^2 - m_\eta^2 - i\pi(q^2)} \bar{u}(-p') \gamma^5 q u(-p), \quad (14)$$

式中

$$g(\beta) = g(1 + \Lambda^\beta) \quad (15)$$

是有限温度下 η 介子与核子的耦合常数, $\pi(q^2)$ 是泡泡图下自能贡献,满足

$$\pi(q^2) = - \frac{i}{\beta} \sum_n \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \text{Tr} \left[\frac{g}{m} \gamma^5 q \frac{i}{k - m} \frac{g}{m} \gamma^5 q \frac{i}{k - q - m} \right], \quad (16)$$

$\pi(q^2)$ 可用文献[2]同样的办法求出。(14)式作傅里叶变换后,可得出坐标空间中的单 η 交换势为

$$V_\eta(r) = \left(\frac{Fg(\beta)}{2m} \right)^2 \frac{M_\eta^3}{3\pi} [Z(x)S_{12} + Y(x)\sigma_1 \cdot \sigma_2], \quad (17)$$

其中 $x = M_\eta r$, $Z(x) = \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} \right) Y(x)$, $Y(x) = e^{-x}/x$,

$$S_{12} = \frac{3(\sigma_1 \cdot r)(\sigma_2 \cdot r)}{r^2} - (\sigma_1 \cdot \sigma_2) \text{ 是张量力项. (17)式中}$$

$$M_\eta = Fm_\eta, \quad (18)$$

$$F = [1 + (g^2 B / \pi^2 m^2)]^{-1/2}, \quad (19)$$

$$B = \frac{1}{2\beta^2} \left[(I_4 - I_1) - \frac{1}{3} (I_5 + I_6) + m^2 \beta^2 (I_2 + I_3) \right], \quad (20)$$

M_η 是 η 介子的有效质量,它是温度的函数.若取 $S = 0$,则 $\sigma_1 \cdot \sigma_2 = -3$,因此两核子间自旋单态的单 η 交换势是

$$V(r) = - \left(\frac{Fg(\beta)}{2m} \right)^2 \frac{M_\eta^3}{\pi} Y(x). \quad (21)$$

四、数值结果与讨论

在数值计算中,我们取 $m = 548.8 \text{ MeV}$, $g^2(0)/4\pi = 3$,这些数值的取法和 Bonn 势一致^[1]. $g^2(\beta)/4\pi \sim T$ 曲线如图2所示.图2表明,在低温区 ($0 \text{ MeV} \leq k_B T \leq 60 \text{ MeV}$), $g^2(\beta)/4\pi$ 是一条平行于温度轴的直线,在此区中力的强度 $g^2(\beta)/4\pi$ 与温度无关,耦合常数不随温度的改变而改变.在高温区 ($k_B T \geq 60 \text{ MeV}$), $g^2(\beta)/4\pi$ 随温度升高而迅速下降.当 $k_B T = 215 \text{ MeV}$ 时, $g^2(\beta)/4\pi$ 为零, η 介子和核子退耦.

图3给出温度 $k_B T$ 分别等于 0 MeV (曲线 a), 160 MeV (曲线 b), 180 MeV (曲线 c) 和 200 MeV (曲线 d) 的单 η 交换势 $V(r)$.图3中可见,对固定的力程 r ,当温度升高时, $V(r)$ 的模 $|V(r)|$ 不断下降,单 η 交换势不断变弱,当 $k_B T = 215 \text{ MeV}$ 时,对所有的 r , $|V(r)| = 0$,由交换 η 介子所产生的核力消失.

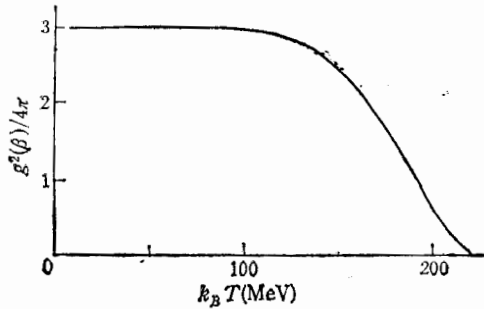


图 2 η 介子与核子的耦合常数随温度 $k_B T$ 的变化

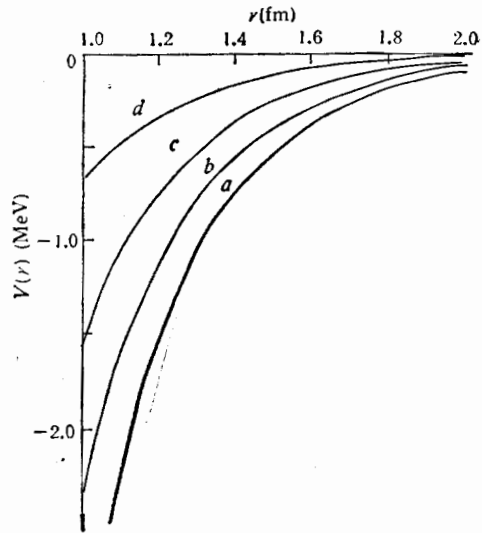


图 3 单 η 交换势中二核子自旋单态有心力随温度 $k_B T$ 的变化。曲线 a 为 $k_B T = 0 \text{ MeV}$, 曲线 b 为 $k_B T = 160 \text{ MeV}$, 曲线 c 为 $k_B T = 180 \text{ MeV}$, 曲线 d 为 $k_B T = 200 \text{ MeV}$

在 $0 \leq k_B T \leq 215 \text{ MeV}$ 的温区中, 可以证明, η 介子的有效质量 M_η 随 $k_B T$ 的变化很小。这里不再画出。

利用顶角修正和泡泡图求和, 可以进一步讨论单 ω 交换势, 单 ρ 交换势, 并进而研究 Bonn 势随温度的变化。这方面的工作正在进行中。最终给出 Bonn 势随温度和密度的变化, 并用以讨论相变, 是我们这一系列工作的目标。

附 录

第二和第三节中的 I_1 至 I_{13} 是如下一些积分:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{\beta y}}{(\beta y)^3 (e^{\beta y} - 1)^2}, & I_2 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{\beta y}}{(\beta y)^2 (e^{\beta y} - 1)^2}, \\
 I_3 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{\beta y}}{(\beta y)^4 (e^{\beta y} - 1)^2}, & I_4 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2}{(\beta y)^3 (e^{\beta y} - 1)}, \\
 I_5 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2}{(\beta y)^2 (e^{\beta y} - 1)}, & I_6 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{\beta y} \beta y}{(e^{\beta y} - 1)^2}, \\
 I_7 &= \int_0^\infty dx \frac{x^4 e^{\beta y}}{(\beta y)^4 (e^{\beta y} - 1)^2}, & I_8 &= \int_0^\infty dx \frac{x^4}{(\beta y)^2 (e^{\beta y} - 1)}, \\
 I_9 &= \int_0^\infty dx \frac{x^6 e^{\beta y}}{(\beta y)^3 (e^{\beta y} - 1)^2}, & I_{10} &= \int_0^\infty dx \frac{x^6 e^{\beta y}}{(\beta y)^2 (e^{\beta y} - 1)^2}, \\
 I_{11} &= \int_0^\infty dx \frac{x^4 e^{\beta y}}{(\beta y)^2 (e^{\beta y} - 1)^2}, & I_{12} &= \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{\beta y}}{(\beta y)^2 (e^{\beta y} - 1)^2}, \\
 I_{13} &= \int_0^\infty dx \frac{x^6 e^{\beta y}}{(\beta y)^4 (e^{\beta y} - 1)^2}, & I_{14} &= \int_0^\infty dx \frac{x^6}{(\beta y)^2 (e^{\beta y} - 1)}, \\
 I_{15} &= \int_0^\infty dx \frac{x^6 e^{\beta y}}{(\beta y)^6 (e^{\beta y} - 1)^2}, & I_{16} &= \int_0^\infty dx \frac{x^6}{(\beta y)^2 (e^{\beta y} - 1)},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{17} &= \int_0^{\infty} dx \frac{x^4 e^{\beta y}}{(\beta y)^4 (e^{\beta y} - 1)^2}, & I_{18} &= \int_0^{\infty} dx \frac{x^4}{(\beta y)^7 (e^{\beta y} - 1)}, \\
 I_{19} &= \int_0^{\infty} dx \frac{x^2 e^{\beta y}}{(\beta y)^6 (e^{\beta y} - 1)^2}, & I_{20} &= \int_0^{\infty} dx \frac{x^2}{(\beta y)^7 (e^{\beta y} - 1)}, \\
 I_{21} &= \int_0^{\infty} dx \frac{x^4 e^{\beta y}}{(\beta y)^3 (e^{\beta y} - 1)^2}, & I_{22} &= \int_0^{\infty} dx \frac{x^4 e^{\beta y}}{\beta y (e^{\beta y} - 1)^2}, \\
 I_{23} &= \int_0^{\infty} dx \frac{x^2}{\beta y (e^{\beta y} - 1)}.
 \end{aligned}$$

式中

$$\beta y = (x^2 + \beta^2 m^2)^{1/2}.$$

参 考 文 献

- [1] R. Machleidt, K. Holinde and Ch Elster, *Phys. Rep.*, **149**(1987), 1.
 [2] R. K. Su and G. T. Zheng, *Jour. of Phys.*, **G16**(1990), 203.
 [3] T. Chen and R. K. Su, *Hing Energy Phys. and Nucl. Phys.*, **12**(1988), 131.
 [4] 郑国桐, 苏汝铿, 高能物理与核物理, **14**(1990), 325.
 [5] D. 卢里, 粒子和场, 科学出版社, 北京(1981), p.342.
 [6] A. L. 费特, J. D. 瓦立克, 多粒子系统的量子理论, 科学出版社, 北京(1984), p.314.

One η -Meson Exchange Potential of Nucleon-Nucleon at Finite Temperature

ZHENG GUOTONG

(Department of Physics, Hangzhou Teacher's College, 310012)

SU RUKENG

(Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433)

ABSTRACT

By means of the imaginary-time Green's function method, the temperature dependences of the η -meson and nucleon interaction coupling constant and one η -meson exchange potential are discussed. We find that when temperature increases to 215 MeV, the coupling constant approaches to zero and the one η -meson exchange potential of nucleon-nucleon disappears.