

形变核 $E4$ 跃迁中的转动效应

王保林

(淮阴师专, 223001)

荣钟麟 吴华川*

(苏州大学, 215006)

摘 要

本文用 $1/N$ 展开技术, 推导出形变核 $E4$ 跃迁约化矩阵元的解析表达式. $E4$ 跃迁强度的计算表明, 在 $E4$ 跃迁中考虑转动效应, 将在相当程度上改进理论与实验的符合.

一、引 言

形变核 $E4$ 跃迁的研究, 是 IBM 理论中对 g 玻色子重要性较为直接的检验. 实验上, ^{156}Gd 和 ^{150}Nd 的 (p, p') 散射显示了 $E4$ 跃迁的强度分布, 有如下特点^[1]: 在 1.3 MeV—3.0 MeV 之间有许多 $E4$ 值较强的 4^+ 态; $S_0 = B(E4, 0_1^+ \rightarrow 4_1^+)$ 的强度最大, 其余的 $E4$ 强度的量级约为 S_0 的 $1/N$ (N 为玻色子数) (图 1). 文献[1]在 sdg -IBM 中采用 $\text{HB} + \text{TDA}$ 技术, 在内禀态下, 系统计算了 $E4$ 跃迁几率, 从定性方面较好地解释了 $E4$ 跃迁强度分布的特点. 但理论计算所给出的 $0_1^+ \rightarrow 4_{\beta, \gamma}^+$ 的 $E4$ 强度大大高于实验值, 这反映了在研究跃迁问题方面 $\text{HB} + \text{TDA}$ 方法还存在缺陷. 一般说来, 对于形变核, 在内禀态下计算能谱应该是相当好的近似. 但是, 电磁跃迁对波函数非常敏感, 由于 $\text{HB} + \text{TDA}$ 技术破坏了转动对称性, 因而上述理论与实验的偏差有可能是由此而引起的.

S. Kuyucak 和 I. Morrison 提出的 $1/N$ 展开技术 (ONET)^[2], 从内禀态出发, 用角动量投影后变分的方法 (VAP) 确定内禀态参数和能谱. 此方法保持了转动对称性, 因而是相当严格的. 文献[3]已证明,

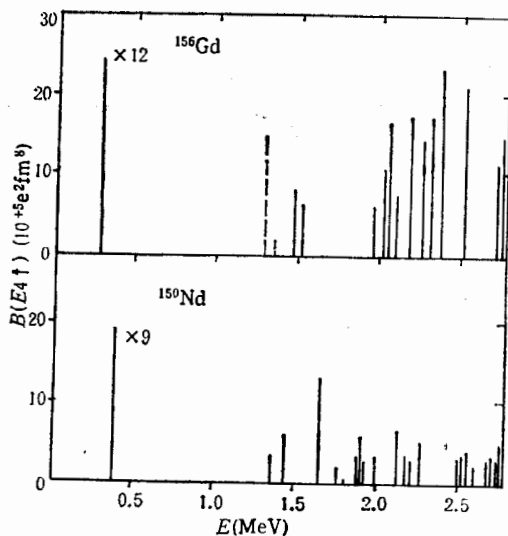


图 1 ^{156}Gd 和 ^{150}Nd 的 4^+ 态以及 $0_1^- \rightarrow 4^+$ 的 $B(E4)$ 实验值取自文献[1]

本文于 1990 年 10 月 23 日收到.

* 中国科学院理论所客座研究人员.

HB + TDA 系 ONET 在某种条件下的近似, 因而用 ONET 计算 $E4$ 跃迁应当给出较文献[1]更准确的结果. ONET 与 HB + TDA 的主要区别在于前者考虑了转动对称性.

本文采用 ONET, 在第二节系统计算基带到基带及基带到 $\beta, \gamma, \beta', \gamma'$ 等带的 $E4$ 跃迁约化矩阵元, 给出展开至第一层次的解析表达式. 第三节对 ^{155}Gd 和 ^{150}Nd 的 $E4$ 跃迁强度进行数值计算, 并讨论角动量投影对 $E4$ 跃迁的影响(即转动效应).

二、 $E4$ 约化矩阵元计算

由文献[1]知, 一般的 $E4$ 算符为

$$T_{\mu}^{(4)} = \sum_{j,l} t_{jl} (b_j^{\dagger} \tilde{b}_l)_{\mu}^{(4)}, \quad (1)$$

其中 $j, l = 0, 2, 4, t_{jl}$ 为从物理上分析得到的确定数值. N 个玻色子系统的基带内禀态取为

$$|\phi_g\rangle = (b_0^{\dagger})^N |-\rangle. \quad (2)$$

考虑单、双声子激发态的混合后^[2], 激发带的内禀态取为

$$|\phi_K\rangle = \left[(b_0^{\dagger})^{N-1} b_K^{\dagger} + (b_0^{\dagger})^{N-2} \sum_{m \neq 0, K} \xi_m^K b_m^{\dagger} b_{K-m}^{\dagger} \right] |-\rangle. \quad (3)$$

其中 $b_m^{\dagger} = \sum_i x_{im} b_{im}^{\dagger}$, 为内禀态玻色子算子. 在文献[2]中给出的角动量投影下, 任一算符 $T_N^{(4)}$ 约化矩阵元的计算公式为:

$$\begin{aligned} \langle K' L' \| T^{(4)} \| K L \rangle &= \frac{(2L' + 1)^{1/2} (2L + 1)}{2[\mathcal{N}(\phi_{K'}, L') \mathcal{N}(\phi_{KL})]^{1/2}} \\ &\cdot \sum_{MN} \langle L M I N | L' K' \rangle \cdot \int d\beta \sin \beta d_{MK}^L(\beta) \langle \phi_{K'} | T_N^{(4)} e^{-i\beta J_y} | \phi_K \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

其中归一化因子为

$$\mathcal{N}(\phi_K, L) = \frac{2L + 1}{2} \int d\beta \sin \beta d_{KK}^L(\beta) \langle \phi_K | e^{-i\beta J_y} | \phi_K \rangle. \quad (5)$$

$E4$ 跃迁约化矩阵元的计算, 按文献[2]的方法步骤进行, 除特殊说明外, 本文采用的符号均与文献[2]相同.

1. 十六极矩和基带内 $E4$ 跃迁

由(4)式, 十六极算符的约化矩阵元

$$\begin{aligned} \langle g, L \| T^{(4)} \| g, L \rangle &= \frac{(2L + 1)^{3/2}}{2\mathcal{N}(\phi_g, L)} \sum_M \langle L M 4 - M | L 0 \rangle \\ &\cdot \int d\beta \sin \beta d_{M0}^L(\beta) \langle \phi_g | T_{-M}^{(4)} e^{-i\beta J_y} | \phi_g \rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

用玻色子对易关系可得

$$\begin{aligned} \langle \phi_g | T_{-M}^{(4)} e^{-i\beta J_y} | \phi_g \rangle &= NN_1 [Z(\beta)]^{N-1} \\ &\cdot (-1)^M \sum_{j'l} \langle j'l | 4-M | 4-M \rangle t_{ij} x_j x_l d_{M0}^l(\beta). \end{aligned} \quad (7)$$

耦合 d 矩阵, 用 C-G 系数求和公式, 并除以归一化因子

$$\mathcal{N}(\phi_g L) = \frac{1}{2} (2L+1) N_1 F(\Gamma, L), \quad (8)$$

得到

$$\begin{aligned} \langle g, L || T^{(4)} || g, L \rangle &= N \frac{3(2L+1)}{F(\Gamma, L)} \sum_{ijl} t_{ij} x_j x_l \\ &\cdot \langle j'l 0 0 | J 0 \rangle \langle l 0 l 0 | J 0 \rangle \left\{ \begin{matrix} j & L & J \\ L & l & 4 \end{matrix} \right\} F(\Gamma_1, J). \end{aligned} \quad (9)$$

其 $1/N$ 展开的结果为

$$\begin{aligned} \langle g, L || T^{(4)} || g, L \rangle &= N \sqrt{2L+1} \langle L 0 4 0 | L 0 \rangle \\ &\cdot \left\{ \alpha_{00} + \frac{1}{N} \left(\alpha_{00} - \frac{\alpha_{10} - 10\alpha_{00}}{2y} \right) \right. \\ &\left. - \frac{\bar{L}}{2yN^2} \left(\alpha_{00} + \frac{\alpha_{20} - \alpha_{11} - 38\alpha_{10} + 180\alpha_{00}}{36y} \right) + \dots \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

式中

$$\alpha_{mn} = \sum_{ijl} t_{ij} \langle j'l 0 | 4 0 \rangle x_j x_l j^m \bar{l}^n. \quad (11)$$

采用同样的步骤, 我们得到基带内 E4 跃迁的约化矩阵元为

$$\begin{aligned} \langle g, L+4 || T^{(4)} || g, L \rangle &= N \cdot \sqrt{2L+1} \langle L 0 4 0 | L+4 0 \rangle \\ &\times \left\{ \alpha_{00} + \frac{1}{N} \left(\alpha_{00} - \frac{\alpha_{10} - 10\alpha_{00}}{2y} \right) \right. \\ &\left. - \frac{\bar{L} + \bar{L} + 4}{4yN^2} \left(\alpha_{00} + \frac{\alpha_{20} - \alpha_{11} - 38\alpha_{10} + 180\alpha_{00}}{36y} \right) + \dots \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

2. 基带 $\rightarrow \beta, \beta'$ 带的跃迁

为了计算基带到激发带的跃迁, 我们先讨论 $T^{(4)}$ 的下列矩阵元

$$\begin{aligned} \langle \phi_K | T_{-M}^{(4)} e^{-i\beta J_y} | \phi_g \rangle &= N_1 Z^{N-2} \sum_{ijl} t_{ij} (-1)^M \\ &\times \left\{ \langle j'l | 4-M | 4-M \rangle \left[(N-1) Y_K + \frac{N-2}{Z} \sum_{m \neq 0, K} \xi_m^K Y_m Y_{K-m} \right] x_j x_l d_{M0}^l \right. \\ &+ (-1)^K Z \langle j'kl | 4-M-K | 4-M \rangle x_{jK} x_l d_{M+K}^l \\ &+ \sum_{m \neq 0, K} (-1)^m \xi_m^K \langle j'ml | 4-M-m | 4-M \rangle Y_m x_j x_l d_{M+m}^l \\ &\left. + (-1)^K \langle j'K-m'l | 4-M-K+m | 4-M \rangle Y_{K-m} x_{jK-m} x_l d_{M+K-m}^l \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

根据基带和激发带的正交性, (13)式中第一、二两项在第一层次的贡献将消失。又因最后两项的贡献是 $1/N^m$, 故在我们的计算中取 $m \neq 1$ 。这样很容易计算基带到 β 带的 E_4 约化矩阵元为

$$\begin{aligned} \langle \beta, L+4 \| T^{(4)} \| g, L \rangle &= \frac{3N!(2L+9)(2L+1)}{2[\mathcal{N}(\phi_\beta, L+4)\mathcal{N}(\phi_g, L)]^{1/2}} \\ &\times \sum_{i'l} t_{il} \langle l0L0 | J0 \rangle \left\{ \begin{matrix} j & L+4 & J \\ L & l & 4 \end{matrix} \right\} \left[\langle j0L+40 | J0 \rangle x'_j x_l F(\Gamma_1, J) \right. \\ &- 2 \sum_{l\nu} \xi'_{l\nu} \langle j1L+40 | J1 \rangle x_{j1\nu} x_l \sum_k x_{k1\nu} x_k \\ &\left. \times \sum_I \langle k1J-1 | I0 \rangle \langle k0J0 | I0 \rangle F(\Gamma_2, I) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

化成 $1/N$ 展开形式

$$\begin{aligned} \langle \beta, L+4 \| T^{(4)} \| g, L \rangle &= \sqrt{N} \cdot \sqrt{2L+1} \cdot \langle L040 | L+4 0 \rangle \\ &\times \left\{ \beta_{00} + \left(\beta'_{10} - 8\sqrt{5} \sum_{\nu} \xi'_{1\nu} b_{1\nu} \beta_{00}^{1\nu} \right) \frac{2L+5}{20yN} + \dots \right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \beta_{00} &= \sum_{i'l} t_{il} \langle j0l0 | 40 \rangle x'_j x_l, \\ \beta'_{10} &= \sum_{i'l} t_{il} \langle j0l0 | 40 \rangle x'_j x_l (j-I), \\ \beta_{00}^{1\nu} &= \sum_{i'l} t_{il} \langle j1l0 | 41 \rangle x_{j1\nu} x_l, \\ b_{1\nu} &= \sum_l x_{l1\nu} x_l \sqrt{l}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

对基带到 β' 带的跃迁, 只要将上述结果中的 x'_j 换成 x''_j 即可。

3. 基带 $\rightarrow \gamma, \gamma'$ 带的跃迁

由(13)式, 我们得到基带到 γ 带的 E_4 跃迁约化矩阵元为

$$\begin{aligned} \langle \gamma, L+4 \| T^{(4)} \| g, L \rangle &= \frac{3\sqrt{2}N!(2L+9)(2L+1)}{2[\mathcal{N}(\phi_\gamma, L+4)\mathcal{N}(\phi_g, L)]^{1/2}} \\ &\times \sum_{i'l} t_{il} \langle l0L0 | J0 \rangle \left\{ \begin{matrix} j & L+4 & J \\ L & l & 4 \end{matrix} \right\} \left[\langle j2L+4-2 | J0 \rangle x_{j2} x_l F(\Gamma_1, J) \right. \\ &- 2 \sum_{\nu} \xi^2_{l\nu} \langle j1L+4-2 | J-1 \rangle x_{j1\nu} x_l \sum_k x_{k1\nu} x_k \\ &\left. \times \sum_I \langle k-1J1 | I0 \rangle \langle k0J0 | I0 \rangle F(\Gamma_2, I) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

展开结果为

$$\begin{aligned} \langle \gamma, L+4 \| T^{(4)} \| g, L \rangle &= \sqrt{2N} \sqrt{2L+1} \langle L042 | L+4 2 \rangle \\ &\times \left\{ \gamma_{00} + 4\gamma_{00} \frac{L}{2yN} - 2\sqrt{2} \left(\gamma'_{10} - 2 \sum_{\nu} \xi^2_{1\nu} b_{1\nu} \beta_{00}^{1\nu} \right) \frac{L+3}{2yN} + \dots \right\}, \end{aligned} \quad (18)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{00} &= \sum_{i'l'} t_{il} \langle j2l0 | 4 \ 2 \rangle x_{i2} x_{i1}, \\ \gamma'_{10} &= \sum_{i'l'} t_{il} \langle j2l-1 | 4 \ 1 \rangle x_{i2} x_{i1} \sqrt{l}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

将 x_{i2} 换成 x'_{i2} , 便得到基带到 γ' 带的 E4 约化矩阵元。

4. 基带 $\rightarrow K=1$ 带的跃迁

关于基带到 $K=1$ 带的跃迁, 考虑到两带的正交性质, 和单、双声子激发态混合项中 $m \neq 0, 1$ (因而不存在单、双声子激发态的混合), 约化矩阵元为

$$\begin{aligned} \langle K=1, L+4 \| T^{(4)} \| g, L \rangle &= \sqrt{2N} \sqrt{2L+1} \langle L041 | L+4 \ 1 \rangle \\ &\cdot \left\{ u_{00} + 4u_{00} \frac{L}{2yN} - \sqrt{5} u'_{10} \frac{L+4}{2yN} + \dots \right\}, \end{aligned} \quad (20)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} u_{00} &= \sum_{i'l'} t_{il} \langle j1l0 | 4 \ 1 \rangle x_{i1} x_{i1}, \\ u'_{10} &= \sum_{i'l'} t_{il} \langle j1l-1 | 4 \ 0 \rangle x_{i1} x_{i1} \sqrt{l}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

5. 基带 $\rightarrow K=3, 4$ 带的跃迁

基带到 $K=3, 4$ 带的约化矩阵元计算中展开式过于繁杂, 因而我们只计算了它们的主导项:

$$\langle K=3, L+4 \| T^{(4)} \| g, L \rangle = \sqrt{2N} \sqrt{2L+1} \langle L04 \ 3 | L+4 \ 3 \rangle \{v_{00} + \dots\}, \quad (22)$$

式中,

$$v_{00} = \sum_{i'l'} t_{il} \langle j3l0 | 4 \ 3 \rangle x_{i3} x_{i1}. \quad (23)$$

$$\langle K=4, L+4 \| T^{(4)} \| g, L \rangle = \sqrt{2N} \sqrt{2N+1} \langle L04 \ 4 | L+4 \ 4 \rangle \{w_{00} + \dots\}, \quad (24)$$

式中,

$$w_{00} = \sum_{i'l'} t_{il} \langle j4l0 | 4 \ 4 \rangle x_{i4} x_{i1}. \quad (25)$$

三、E4 跃迁强度及转动效应

为了确定恢复转动对称性对 E4 跃迁的影响(即转动效应), 我们在进行 E4 跃迁强度计算时, 采用的 Hamiltonian 和 E4 算符的形式及参数均与文献[1]相同。Hamiltonian 为

$$H = \varepsilon_g \hat{n}_g + \varepsilon_d \hat{n}_d - \kappa Q^{(2)} \cdot Q^{(2)} - \kappa' L \cdot L, \quad (26)$$

其中, $L \cdot L$ 项不影响内禀态参数, 因而对 E4 跃迁无影响, 各有关参数为^[1]

^{156}Gd : $\varepsilon_g = 1.2\text{MeV}$, $\varepsilon_d = 0.2\text{MeV}$, $\kappa = 0.015\text{MeV}$, $\beta = 0.7$;

^{150}Nd : $\varepsilon_g = 0.8\text{MeV}$, $\varepsilon_d = 0.3\text{MeV}$, $\kappa = 0.0192\text{MeV}$, $\beta = 0.75$.

在不增加任何可调参数的情形下, 计算了 ^{156}Gd 和 ^{150}Nd 两个核 0_1^+ 到各个 4^+ 态的 $E4$ 跃迁几率, 结果见图 2, 图中也给出了 HB + TDA 的结果以资对照。

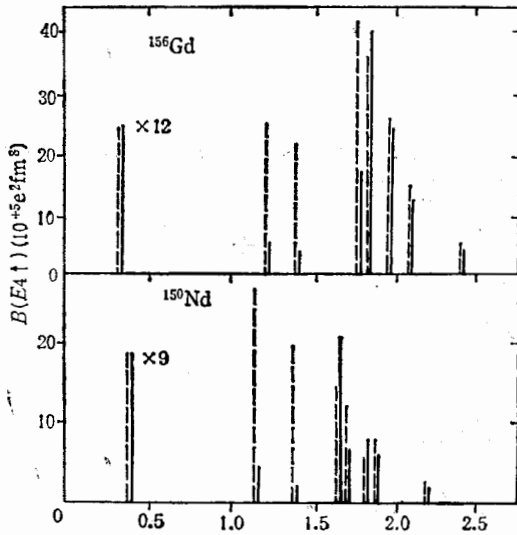


图 2 ^{156}Gd 和 ^{150}Nd 的 4^+ 态及 $0_1^+ \rightarrow 4^+$ 的 $B(E4)$ 理论值
实线为本文考虑转动效应后的结果, 虚线
为文献[1]的结果

总是加强主导项的, 而双声子项则总是削弱主导项的。对 β, γ 带, 双声子项的大小与主导项同数量级, 因而两种贡献的总效果使得基带到 β, γ 带的跃迁几率比 HB + TDA 的结果下降许多。而对基带到 β', γ' 等带的跃迁, 双声子项比主导项小得多, 因而对 $E4$ 跃迁强度修正不大。在上述两种情形中, 单声子项与主导项相比均较小, 因而其贡献不大重要。转动效应引起的这种修正, 显然是与实验相符合的。考虑到在我们的计算中, 使用了与文献[1]中完全相同的参数, 因此上述结果表明, 在 $E4$ 跃迁中, 转动效应是必须考虑的。

应当指出, 在(3)式中所给的内禀态表式中, 只包含单、双声子激发的混合, 而一般地还应当包括三声子、四声子等激发方式的混合。但是, 如将(3)式所示激发带之内禀态改写为

$$|\phi_K\rangle = \left[\frac{1}{\sqrt{N}} b_K^\dagger b_0 + \frac{1}{\sqrt{N(N-1)}} \sum_{m \neq 0, K} \xi_m^K b_m^\dagger b_{K-m}^\dagger b_0 b_0 \right] |\phi_g\rangle, \quad (3')$$

并进而以 RPA 形式的基态波函数^[4,5]

$$|\phi_g(\text{RPA})\rangle = \mathcal{N}_0^{-1} \exp \left\{ \sum_{p,q} G_{pq} b_p^\dagger b_q^\dagger b_0 b_0 \right\} |\phi_g\rangle, \quad (27)$$

取代(3')式中的 $|\phi_g\rangle$, 这样(3')式中之第一项将包含所有奇声子激发方式, 而第二项则包含所有偶声子激发方式。(27)式中 \mathcal{N}_0^{-1} 为归一化常数, G_{pq} 为与 Hamiltonian 有关的

$E4$ 跃迁强度的计算, 系采用本文第二节导出的约化矩阵元。这些矩阵元, 在取零层次近似^[2]时, 给出主导项(即式(12)、(15)、(18)、(20)、(22)和(24)中花括号内的第一项)。由主导项所算出的 $E4$ 跃迁矩阵元强度则与文献[1]中的结果相同。 ξ^K 值由文献[1]中的方法算出。

约化矩阵元中除主导项之外的项, 即为由转动效应引起的修正项。修正项一般由两部分组成: i) 与双声子激发有关的项, 即包含系数 ξ^K 的项; ii) 与单声子激发相关的项, 即不含系数 ξ^K 的所有项。由约化矩阵元的公式可以看出, 基带 \rightarrow 基带及基带 $\rightarrow K=1$ 的带的跃迁中, 无双声子激发修正项。数值计算表明: 单声子项($\beta'_{10}, \gamma'_{10}$ 及 ν'_{10} 等)的贡献

常数。但作者所进行的数值计算表明, RPA 形式的波函数引起的修正是很小的, 因而可以认为在(3')式中取 $|\phi_g\rangle$ 为(2)式所示的形式是相当精确的。因此, 三声子、四声子等激发方式可以不予考虑。

需要说明的是, ONET 的推导比较繁杂, 其展开式的收敛性也不太明确。但由于展开是对 $1/N$ 及 \bar{L}/N^2 来进行的, 所以对形变核且当 L 较小时, 只考虑低层次项应当是相当可靠的。ONET 的优点是能够给出解析表达式, 这给讨论物理内涵带来了方便。

参 考 文 献

- [1] Wu Huachuan (H. C. Wu) et al., *Phys. Rev.*, **C38**(1988), 1638.
- [2] S. Kuyucak and I. Morrison, *Ann. Phys.*, **181**(1988), 79.
- [3] 吴华川、荣钟麟、王振, *高能物理与核物理*, **15**(1991), 256.
- [4] J. Dukelsky et al., *Nucl. Phys.*, **A425**(1984), 93.
- [5] P. Ring and P. Schuck, "The Nuclear Many Body Problem", (Springer-Verlag 1980).

The Rotational Effects in $E4$ Transitions of Deformed Nuclei

WANG BAOLIN

(Huaiyin Normal College, 223001)

RONG ZHONGLIN

(Suzhou University, 215006)

WU HUACHUAN

(Suzhou University, Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica 215006)

ABSTRACT

By employing the $1/N$ expansion technique, the analytical expressions of the reduced $E4$ matrix elements are derived for deformed nuclei. The results of the strengths of $E4$ transitions show that the inclusion of the rotational effects in $E4$ transition improves greatly the agreement between the theory and the experimental data.