

少参数核质量公式及核质量计算

甘再国 黄业成

(中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000)

摘 要

本文介绍一个少参数的原子核质量公式,并用它计算了 $28 \leq Z \leq 81$ 的1440个原子核质量和1250个核的双中子分离能 S_{2n} ,与实验比较,核质量和 S_{2n} 的方均根偏差分别为1.01MeV和0.57MeV.理论的双中子分离能曲线很好地重现了 $N = 50, 82$ 的主壳效应和 $Z = 40$ 时 $N = 56$ 的亚壳效应,以及 $N \geq 60$ 和90时的原子核发生大形变的特性.

一、引 言

对于各种原子核质量公式,参数的数目是很不相同的,从几个到几十甚至几百个.虽然随着参数的增加,理论值与实验值的方均根偏差会逐渐减小,但代价是某些参数的物理意义变得越来越不明显.本工作根据Johansson质量公式^[1-4],并在文献[5]的基础上,对公式中的某些参数和方程进行修改,计算范围从 $Z = 50 \sim 71$ 拓广到 $28 \leq Z \leq 81$.质量公式包括的参数较少,各参数的物理意义比较明晰,且修改后的公式能反映该区域的远离 β 稳定线核素的一些特性.

二、公式描述

Johansson 质量公式由三部分组成

$$M(Z, N, \beta) = M(Z, N) - E_{\text{def}}(Z, N, \beta) - E_{\text{shell}}(\beta). \quad (1)$$

第一部分是液滴模型部分,第二和第三部分是形变能和壳能修正.

$$M(Z, N) = ZM_p + NM_n - a_1A + a_2A^{2/3} + a_3Z^2/A^{1/3} + a_4 \left(1 - \frac{a_5}{A^{1/3}}\right) \left(\frac{I^2 + a_6I}{4A}\right) + \Delta, \quad (2)$$

式中 M_p 、 M_n 是质子和中子的质量, a_1 、 a_2 、 a_3 分别是体积能、表面能和库仑能常数, a_4 、 a_5 、 a_6 为对称能常数. Δ 为对能,取以下形式:

$$\Delta = \begin{cases} 12/A^{1/2} - 10/A, & \text{奇-奇核} \\ 10/A, & \text{奇}A \text{核} \\ -(12/A^{1/2} - 10/A), & \text{偶-偶核} \end{cases}$$

对称能中, Weigner 项 $I = |N - Z|$.

表达原子核双中子分离能的公式为:

$$S_{2n} = M(Z, N - 2, \beta) + 2M_n - M(Z, N, \beta). \quad (3)$$

形变能的具体形式表作:

$$E_{\text{def}}(N, Z, \beta) = K\beta^2 - 7.10A^{2/3}(1 - x)\beta^2 + 0.68A^{2/3}(1 + 2x)\beta^3, \quad (4)$$

K 随 Z, N 而慢慢地变化, 但由于 E_{def} 的值比较小, 在计算中, 我们把 K 作为常数. x 为可裂变参数:

$$x = \frac{Z^2/A}{51.77[1 - 1.79(N - Z)^2/A^2]}.$$

原子核形变参数 β 有如下形式:

$$\begin{aligned} \beta = S_1 A^{-1/3} \{ & U(1 - U)(2 - U) + S_2 V(1 - V)(2 - V) \\ & + S_3 U(1 - U)V(1 - V) \}, \end{aligned} \quad (5)$$

式中表达原子核远离幻数程度的 U 和 V 为:

$$U = \frac{Z - Z_{\text{幻}}}{\Delta Z_{\text{幻}}}, \quad V = \frac{N - N_{\text{幻}}}{\Delta N_{\text{幻}}},$$

$Z_{\text{幻}}$ 为小于且靠近原子核 Z 值的质子幻数, $\Delta Z_{\text{幻}}$ 为靠近 Z 的两个质子幻数之差. $N_{\text{幻}}$ 和 $\Delta N_{\text{幻}}$ 则是对中子而言的.

(1) 式中的第三项壳修正为:

$$E_{\text{shell}}(\beta) = E \cdot (\beta_0 - \beta), \quad (6)$$

上式 E 为常数, β_0 为计算区域中最大 β 值. 当 $\beta = \beta_0$ 时, 原子核形变达到最大, 此时没有壳效应, $E_{\text{shell}}(\beta) = 0$; 而当 $\beta = 0$ 时, 原子核位于双满壳, 壳效应达到最大值.

公式(5)描述了大多数原子核的 β 变化规律, 但在某些特殊点附近(如亚壳、形变区附近)的核素并不满足这种变化规律. 我们对(5)式作了适当的修正, 使得修正项只在这些特殊点附近起作用, 与实验 β 值相符合. 当远离这些点时, 修正项的贡献就很小, 它的加入, 并不影响(5)式的变化规律. 修正后的 β 采用以下形式:

$$\beta' = \beta(1 - \eta_1 + \eta_2). \quad (7)$$

那么, 在计算原子核质量及双中子分离能时, 公式(4)和(6)中的 β 均以 β' 代之.

对 $28 \leq Z \leq 49$ 区域, 在 $Z = 40$ 附近, $N = 56$ 时的亚壳及 $N = 60$ 附近形变区, η_1, η_2 有如下形式:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{S_4 V^2 (1 - V)^2}{(1 + |Z - 39.5|)(1 + |N - 55.5|)}, \\ \eta_2 &= \frac{S_4 V^2 (1 - V)^2}{(1 + |Z - 39.5|)(1 + |N - 58.5|)}; \end{aligned} \quad (8)$$

而对 $50 \leq Z \leq 81$ 区域, 在稀土区丰中子核素, $N \geq 90$ 时的形变则有:

$$\eta_1 = 0, \quad \eta_2 = \frac{S_4 V^2 (1 - V)^2}{(1 + |Z - 61.5|)(1 + |N - 87.5|)}. \quad (9)$$

三、计算结果和讨论

1. 核质量公式参数的确定

根据文献[6]给出的 β 值用(7)式进行拟合,得到 S_1 等的数值,见表1.

表1 β 方程中的参数

Z	N	S_1	S_2	S_3	S_4
28—81	28—49	1.16	1.13	7.43	
28—81	50—81	1.48	1.03	6.19	32.0
28—81	82—125	1.45	1.4	6.10	26.0

公式(2)中 a_3, a_4, a_6 取固定的常数,而 a_1, a_2 为自由参数, E 在一定的范围内可调, K 由计算区域 A 的平均值确定.通过对740个核质量拟合定出 a_1, a_2 和 E 的值,这样本文提供的质量公式的参数列于表2中.

表2 质量公式参数

参数	$a_1(\text{MeV})$	$a_2(\text{MeV})$	$a_3(\text{MeV})$	$a_4(\text{MeV})$	a_5	a_6	$K(\text{MeV})$	$E(\text{MeV})$	β_0
量值	16.145	19.729	0.73	138.6	2.25	8.1	173.1	60.5	0.368

2. 原子核形变参数

根据方程(7),在 $28 \leq Z \leq 81$ 区域中,计算了一千多个原子核的 β 值,其中 $50 \leq Z \leq 81$ 区域的计算值与实验值^[6]符合得很好(图见文献[5]),而 $28 \leq Z \leq 50$ 区域的结果则稍差一些.图1清楚地显示了 N 为幻数时(如 $N = 50$), β 有极小值,对应着小的形变.离幻数越远,形变越大.当 $N = 56$ 时,在 $Z = 40$ 附近也有一极小值,此时的 β 值比 N 为主幻数时大,这说明亚壳的“幻性强度”比主壳的要小;当 Z 远离40亚壳时, $N = 56$ 的亚壳效应就渐渐消失,形变参数曲线变得光滑了,这表明 $N = 56$ 的亚壳效应在 $Z = 40$ 亚壳时得到加强.

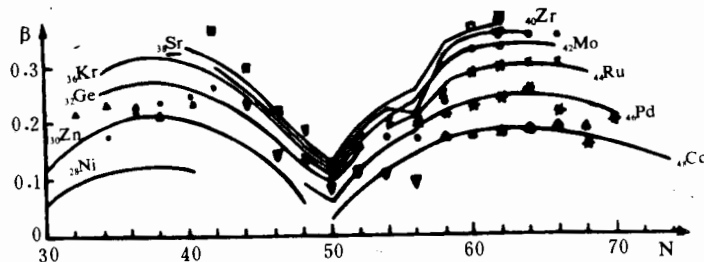


图1 原子核形变参数曲线

实验值 \blacktriangle 30Zn \circ 42Mo \bullet 32Ge \times 44Ru \square 38Sr $*$ 46Pd ∇ 40Zr \triangle 48Cd 理论值——

由该图我们还可以看到, N 较大时, 理论与实验值符合得较好; 而当 $N < 50$ 时, 尽管分区进行计算, 但由于实验 β 值的变化规律不稳定, 上下跳动较大, 两者符合得较差。后面我们还将看到由此引起的质量计算的偏差情况。

3. 形变能 E_{def} 和壳能 E_{shell}

文献[5]曾分别给出 E_{def} 和 E_{shell} 的图象, 并作过详细的讨论。现在把 $E_{\text{def}} + E_{\text{shell}}$ 作为一个整体, 看看它们是如何影响原子核质量的(见图 2)。从整体看, $E_{\text{def}} + E_{\text{shell}}$ 随 N 的变化构成一个铃铛形, 铃顶位于幻数的位置。在幻数附近, 曲线变化得快; 在形变区 ($N = 60$ 及 $N = 90$), 曲线变化较慢, 其值也比较小, 也就是说, $E_{\text{def}} + E_{\text{shell}}$ 对壳层附近的修正较大, 对形变区修正较小, $E_{\text{def}} + E_{\text{shell}}$ 表现为对小形变灵敏。

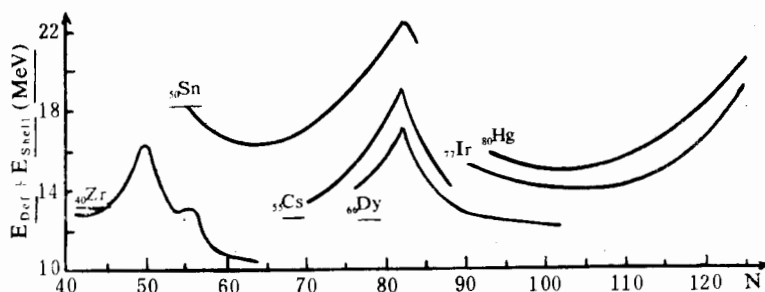


图 2 $E_{\text{def}} + E_{\text{shell}}$ 曲线

对长的同位素链, 若中子数 N 跨越两个主壳层时, 曲线将为双铃形。对 $Z = 40$ 的 $E_{\text{def}} + E_{\text{shell}}$ 曲线, 在 $N = 56$ 处出现一个较小的铃顶, 这正是 $N = 56$ 亚壳的体现, 它与图 1 中形变参数 β 曲线在 $N = 56$ 处出现极小值是相对应的。

4. 原子核质量计算

根据这个质量模型, 我们计算了 $28 \leq Z \leq 81$ 区间的 1440 个原子核的质量, 几乎包括区域内的全部已知核素。图 3 是计算值与实验值^[7]的比较, 方均根偏差为 1.01 MeV。在 $N < 50$ 时, 偏差要比其它地方大一些, 这正是上面已经谈及的由于 β 的偏差较大而引起的。但总的看来, 理论与实验值仍然符合得很好。在幻数及形变区附近没有出现较

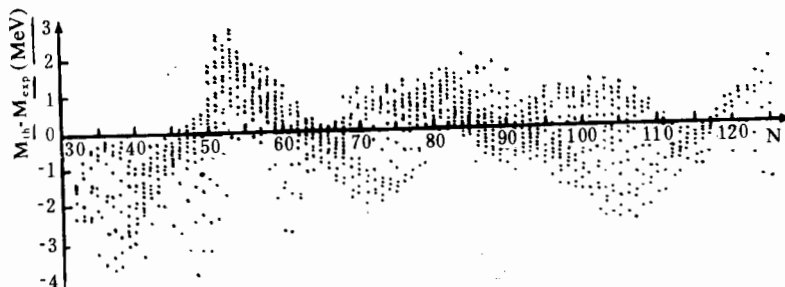


图 3 质量计算结果

大的系统偏差,这是由于修正项 E_{def} 和 E_{shell} 的函数形式选择得比较合适,使原子核质量在满壳和形变区附近得到较好的修正.

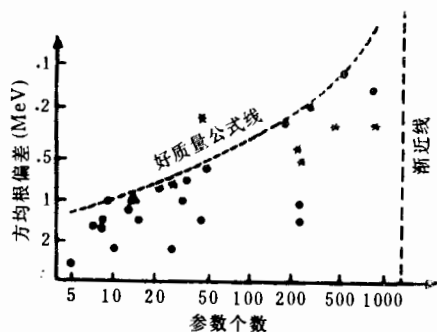


图4 各种质量公式比较

●见文献[8]; *见文献[9]; △本工作

图4为不同质量公式的对比,它描述了质量公式参数与方均根偏差的关系.图中每一点相应的作者可在文献[8,9]中找到.一般说来,参数越多,偏差越小;但个别公式虽然用了较多的参数,却未能得到较小的偏差.本文的质量公式只用十几个参数,仍然得到很好的结果.

5. 双中子分离能 S_{2n}

双中子分离能 S_{2n} 是指从原子核中分离两个中子所需的能量.分离能曲线的突然下降,意味着从一个壳层到另一个壳层的过渡,开始下降的地方对应着中子幻数;反之,当双中子分离能曲线增加时,代表着原子核在这里发

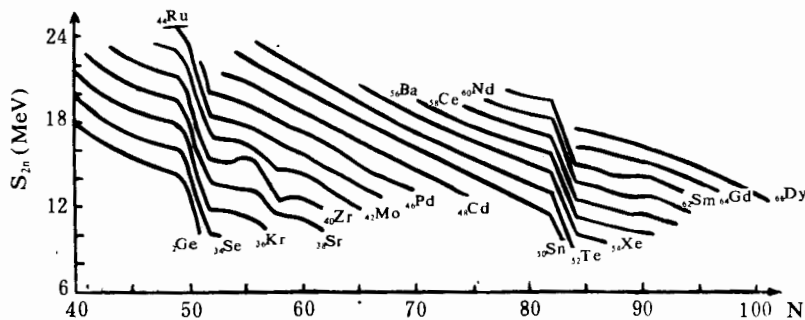


图5 S_{2n} 理论值

生了形变. 在我们已计算过的区域 ($28 \leq Z \leq 81$) 里, 既遇到主壳层 ($N = 50, 82$) 和

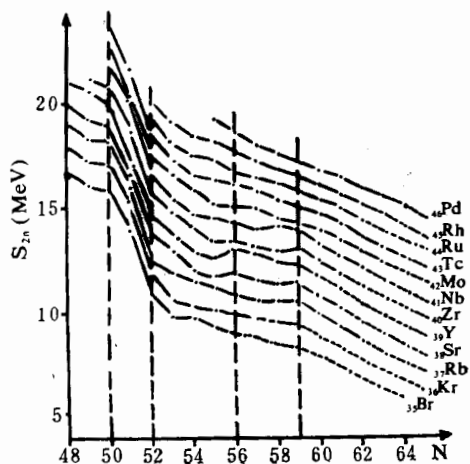


图6 Möller 和 Nix 理论 S_{2n} 值

亚壳 ($N = 56$), 也遇到形变区 ($N = 60, N = 90$). 对 1250 个原子核的双中子分离能进行计算, 将其结果与实验值^[10]比较, 方均根偏差为 0.57 MeV. 图5显示出当 $N = 50$ 和 82 时的主壳效应, 同时也清楚地重现了 $N = 56$ 时的亚壳效应. 它以 $Z = 40$ 时最为显著, 随着 Z 的进一步增加(或减小)亚壳逐渐减弱甚至消失. 正如前面曾指出过的, $N = 56$ 的中子亚壳在 $Z = 40$ 的质子亚壳中得到加强. 亚壳效应是局部的, 它不像主壳那样贯穿于整个中子幻数. 在图中我们还可以看到当 $N = 60$ 和 90 时, 这两个区域的原子核发生形变. 像这样一些原子核的结构性质, 对大

数质量公式来说是无法重现的,而本工作却能得到很好的反映,这是由于我们对表达形变参数 β 方程进行了修改的结果。若令 $\eta_1 = \eta_2 = 0$ (即不进行修正),双中子分离能曲线将光滑地变化,不能显示亚壳和形变的特性。

现把用 Nix 公式计算得到的一些结果^[11](图 6)作比较。曲线在 $N = 56$ 处没有出现亚壳,相反地却显示出形变,而在 $N = 60$ 处的曲线反而下降。这都与实验事实不符。

四、结 论

本文描述的少参数质量公式,对已计算过的区域 ($28 \leq Z \leq 81$),理论结果能很好地重现原子核主壳、亚壳和核形变特性。公式适用于远离 β 稳定线核素的质量计算。

参 考 文 献

- [1] S. A. E. Johansson, *Arkiv for Fysik*, **22**(1962), 414.
- [2] S. A. E. Johansson et al., *Arkiv for Fysik*, **36**(1967), 353.
- [3] S. A. E. Johansson et al., AMCO-7, p. 429—435. Edited by O. Klepper, Darmstadt, 1984.
- [4] L. Spanier et al., *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **39**(1988), 353.
- [5] 黄业成等,高能物理与核物理,**15**(1991),336.
- [6] S. Raman et al., *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **36**(1987), 18.
- [7] A. H. Wapstra et al., *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **39**(1988), 281.
- [8] F. Tondeur, 4th International Conference on Nuclei far from Stability, 1981, p. 81.
- [9] P. E. Haustein, *Nucl. Far from Stability (V)*, 1987, p. 56.
- [10] A. H. Wapstra et al., *Nucl. Phys.*, **A432**(1985), 57—139.
- [11] G. Audi et al., AMCO-7, p. 157, Edited by O. Klepper, Darmstadt, 1984.

A Mass Formula with a Few Free Parameters and Nuclear Mass Calculations

GAN ZAIGUO HUANG YECHENG

(Institute of Modern Physics, Academia Sinica, Lanzhou 730000)

ABSTRACT

A mass formula with deformation and shell corrections for a few free parameters was described. By means of the formula the calculations of 1440 nuclear masses and 1250 two neutron separation energies S_{2n} in the region of $28 \leq Z \leq 81$ were performed. The root-mean-square deviations are respectively 1.01 MeV for nuclear masses and 0.57 MeV for S_{2n} . The results of the theory could also reproduce the characters of the closure shell, the subshell and the deformation of the nuclei.