

Gd 同位素核混合对称态

文万信 顾金南

(中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000)

摘 要

本文应用中子-质子相互作用玻色子模型理论数值计算了 ^{150}Gd 、 ^{152}Gd 和 ^{154}Gd 核混合对称态的能量和电磁跃迁几率。计算表明, ^{150}Gd 核最低能量的混合对称态是 2_{M}^{+} , 而 ^{152}Gd 和 ^{154}Gd 则为 1_{M}^{+} , 随着核子数的增加; $B(M1, 0_{1}^{+} \rightarrow 1_{M}^{+})$ 由小变大, 表现出 $U(5)$ 极限向 $SU(3)$ 极限的转移。另外 Majorana 相互作用对混合对称态能量和电磁跃迁几率的影响也作了讨论。

混合对称态是中子-质子相互作用玻色子模型 (Neutron-Proton Interacting Boson Model, 即 IBM2)^[1] 所预言的一种具有新型动力学对称性的原子核状态。在群表示上, 完全对称态对应于中子玻色子和质子玻色子完全对称; 而混合对称态则对应于中子玻色子和质子玻色子部分对称部分反对称。1984年 Bohle 等人^[2] 从实验上证实了混合对称态的存在。他们在 ^{156}Gd 、 ^{158}Gd 、 ^{146}Nd 等核中发现了混合对称态 1_{M}^{+} , 其能量和电磁跃迁几率的实验数据与 IBM2 理论计算十分吻合。随后又找到了其它一些 $SU(3)$ 极限核的混合对称态。混合对称态的理论预言和实验证实是相互作用玻色子模型的又一成功之举。

Gd 同位素核是 $U(5)$ - $SU(3)$ 过渡核。 $^{156,158}\text{Gd}$ 核是较理想的 $SU(3)$ 极限核, 而 $^{150,152,154}\text{Gd}$ 属于 $U(5)$ 向 $SU(3)$ 极限过渡的核。实验指出, 部分 $SU(3)$ 极限核的 $B(M1, 0_{1}^{+} \rightarrow 1_{M}^{+})$ 较大。随着 $U(5)$ 极限向 $SU(3)$ 极限的过渡, $B(M1, 0_{1}^{+} \rightarrow 1_{M}^{+})$ 应逐渐增大, $^{154,156,158}\text{Gd}$ 核的 $B(M1, 0_{1}^{+} \rightarrow 1_{M}^{+})$ 的实验值^[2] 分别为 $0.95(11)\mu_{N}^2$ 、 $1.3(2)\mu_{N}^2$ 和 $1.4(3)\mu_{N}^2$, 增长趋势与理论一致。这里拟使用 IBM2 的理论数值计算和分析 $^{150,152,154}\text{Gd}$ 核的混合对称态性质, 并讨论 Majorana 相互作用对混合对称态的影响。

非动力学极限情形的 IBM2 的 Hamiltonian 十分复杂, 数值计算一般采用简化的 Hamiltonian, 目前较多采用的是 Talmi's Hamiltonian。在此基础上, 我们选择下面的简化 Hamiltonian 在数值计算时使用, 即

$$H = \varepsilon(\hat{n}_{d\nu} + \hat{n}_{d\pi}) + kQ_{\pi} \cdot Q_{\nu} + k_{\pi}Q_{\pi} \cdot Q_{\pi} + k_{\nu}Q_{\nu} \cdot Q_{\nu} + bL \cdot L + M, \quad (1)$$

其中,

$$Q_{\rho} = (d_{\rho}^{+}s_{\rho} + s_{\rho}\tilde{d}_{\rho})^2 + \chi_{\rho}(d_{\rho}^{+}\tilde{d}_{\rho})^2, \quad (\rho = \pi, \nu) \quad (2)$$

$$M = \xi_2 (s_v^+ d_x^+ - d_v^+ s_x^+)^2 \cdot (\tilde{s}_v \tilde{d}_x - \tilde{d}_v \tilde{s}_x)^2 - 2 \sum_{k=1,3} \xi_k (d_v^+ d_x^+)^k \cdot (\tilde{d}_v \tilde{d}_x)^k, \quad (3)$$

$$L = \sqrt{10} \{ (d_x^+ \tilde{d}_x)^1 + (d_v^+ \tilde{d}_v)^1 \}. \quad (4)$$

M 为 Majorana 相互作用。

Hamiltonian (1) 可以展开为 21 个独立的 Casimir 算子的线性迭加, 所包含的动力学对称性十分丰富。它包含了主要核子相互作用。在一些特殊条件下, 它能够给出 $U(5)$ 、 $SU(3)$ 、 $\overline{SU}(3)$ 、 $O(6)$ 和 $\overline{O}(6)$ 等极限情况; 当 $\chi_x = \chi_v$ 和 $2k = k_x = k_v$ 时, 它又能回到 IBM1。 (1) 式中的 $k_x Q_x \cdot Q_x$ 和 $k_v Q_v \cdot Q_v$ 体现了全同核子的四极相互作用也比较重要这一物理实质。随着中子和质子玻色子数目的增减, 作用强度 (即系数 k_x 和 k_v) 可灵活调节。 (1) 式的另一个特点是, 当 1) $2k \neq k_x \neq k_v$, 或 2) $\chi_x \neq \chi_v$, 或 3) $\xi_1 \neq \xi_2 \neq \xi_3$ 时, F 旋守恒将被破坏。 F 旋对称性破缺对于研究混合对称态十分有益。从核子相互作用、动力学对称性和 F 旋对称性破缺三方面与其它 Hamiltonian 作比较, (1) 式是比较理想的简化 Hamiltonian。 IBM2 研究混合对称态时, 遇到的最大问题是如何选择 Majorana 相互作用项参数。 因为参数 ξ_1 、 ξ_2 和 ξ_3 的选择还未找到普遍的理论依据。 Barrett 等人^[5], 认为 $\xi_1 = \xi_3$, $\xi_2 \approx 0$, 这样, Majorana 项也造成 F 旋对称性破缺。为简单起见, 一般取 $\xi_1 = \xi_3 = \xi_2$ 。 目前一般由混合对称态能级的实验值确定 ξ_1 、 ξ_2 和 ξ_3 。 这里选择 $\xi_1 = \xi_3 = \xi_2 = 0.2 \text{ MeV}$ 。 这个数值是根据 ^{150}Gd 混合对称态能级确定的。

选择其它参数时假定: 1) 同位素核的 χ_x 不变, 同中子异位素核的 χ_v 不变; 2) ε 、 k 、 χ_v (χ_x) 随 N_v (N_x) 平缓变化。 计算时应细致调节参数, 使计算能谱与实验能谱尽可能好地符合。 其它参数选择如下:

表 1 Hamiltonian 参数选择

	$\varepsilon(\text{MeV})$	$k(\text{MeV})$	$k_x = k_v(\text{MeV})$	$b(\text{MeV})$	χ_v	χ_x
^{150}Gd	0.65	-0.005	-0.0025	0.003	0	-1.1
^{152}Gd	0.405	-0.01	-0.005	0.004	-0.8	-1.1
^{154}Gd	0.05	-0.044	-0.022	0.012	-1.0	-1.1

计算表明, ^{152}Gd 和 ^{154}Gd 核最低能量的混合对称态是 1_M^+ 和 3_M^+ ; 而 ^{150}Gd 核的最低能量的混合对称态是 2_M^+ , 它的 1_M^+ 态能量较高。 在动力学对称性由 $U(5)$ 极限向 $SU(3)$ 极限过渡的同时, 最低混合对称态亦由 2_M^+ 向 1_M^+ 转变。 计算得到的 ^{150}Gd 1_M^+ 态能量比 ^{152}Gd 和 ^{154}Gd 的 1_M^+ 能量要高, 图 1 给出了 $^{150,152}\text{Gd}$ 同位素核的实验和计算能级。

计算得到的 ^{150}Gd 的 2_M^+ 态和 2_M^+ 波函数分别为

$$\begin{cases} |2_M^+\rangle \approx 0.471|d_x\rangle + 0.880|d_v\rangle \approx |F = F_{\max}, 1\rangle, \\ |2_M^+\rangle \approx 0.880|d_x\rangle - 0.471|d_v\rangle \approx |F = F_{\max} - 1, 1\rangle. \end{cases} \quad (5)$$

由此表明, ^{150}Gd 核的 2_M^+ 态基本上是一个 d 玻色子组态的中子和质子完全对称态, 而 2_M^+ 态是一个 d 玻色子组态的中子和质子混合对称态。 ^{150}Gd 核的 1_M^+ 态的波函数为

$$|1_M^+\rangle = 0.997|2_M^+ \times 2_M^+\rangle + \dots, \quad (6)$$

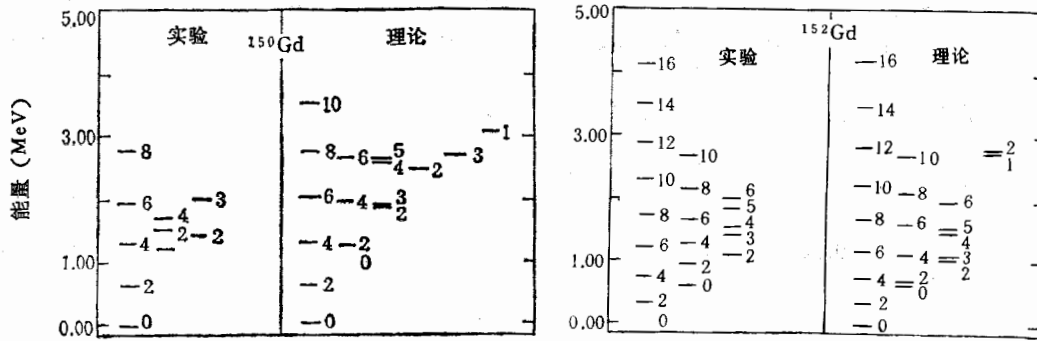


图 1 ^{150}Gd 核和 ^{152}Gd 核的能谱图

其中 $2_{1\pi}^+$ 表示 1 个 d_{ν} 玻色子的耦合角动量为 2, 以下表示与此相似.

其它极限的波函数也可按 $U(5)$ 极限的基矢展开. ^{152}Gd 核 1_{M}^+ 态的波函数为

$$|1_{M}^+\rangle = 0.963|2_{1\pi}^+ \times 2_{1\pi}^+\rangle + \dots, \quad (7)$$

^{154}Gd 核的 1_{M}^+ 态的波函数为

$$|1_{M}^+\rangle \approx -0.172|2_{1\pi}^+ \times 2_{2\pi}^+\rangle - 0.170|2_{1\pi}^+ \times 2_{3\pi}^+\rangle. \quad (8)$$

(6)、(7) 和 (8) 式说明 ^{150}Gd 、 ^{152}Gd 和 ^{154}Gd 核 1_{M}^+ 态起主要作用的分别是 2 个 d 玻色子组态 ($d_{\pi}d_{\nu}$) 和 4 个 d 玻色子组态 ($d_{\pi}^2d_{\nu}^2$) 及 ($d_{\pi}^3d_{\nu}$).

电磁跃迁强度对于等效电荷的依赖比较敏感. 文献 [4,5] 给出的部分 $SU(3)$ 极限核等效电荷为 $g_{\pi} = 0.63\mu_N$, $g_{\nu} = 0.05\mu_N$ 和 $e_{\pi} = 0.130\text{eb}$, $e_{\nu} = 0.086\text{eb}$. $^{150,152,154}\text{Gd}$ 核是 $U(5)-SU(3)$ 过渡核, 等效电荷数值会有所不同. 我们在上述数值基础上调节得到的等效电荷为 $g_{\pi} = 0.70\mu_N$, $g_{\nu} = 0.05\mu_N$ 和 $e_{\pi} = 0.147\text{eb}$, $e_{\nu} = 0.09\text{eb}$. 另外, $T(E2)$ 跃迁算符中的参数 χ_{π} 、 χ_{ν} 与 Hamiltonian 中的相应参数取值相同. 计算得到的电磁跃迁几率与实验符合较好 (表 2).

表 2 Gd 同位素核部分计算值与实验值比较

Nuclide	$E_{1_{M}^+}(\text{MeV})$		$B(M1, 0_{1_{M}^+}^+ - 1_{M}^+)$ (μ_N^2)		$B(E2, 0_{1_{M}^+}^+ - 2_{1_{M}^+}^+)$ ($e^2\text{b}^2$)		$B(M1, 0_{1_{M}^+}^+ - 1_{M}^+)$ (μ_N^2)	1_{M}^+ state F/F_{max}
	exp.	theor.	exp.	theor.	exp.	theor.		
^{150}Gd		3.091		0.0007		0.86	0.235	63.6%
^{152}Gd		2.758		0.0144	1.07	1.09	0.282	66.6%
^{154}Gd	2.936	2.938	0.95(10)	0.98	3.85	3.88	0.067	69.2%
^{156}Gd	3.075		1.3(2)		4.64			
^{158}Gd	3.200		1.4(3)		5.02			

$$T(E2) = e_{\pi}Q_{\pi} + e_{\nu}Q_{\nu}, \quad (9)$$

$$T(M1) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}(g_{\pi}L_{\pi} + g_{\nu}L_{\nu}). \quad (10)$$

计算得到的 ^{150}Gd 核最低混合对称态 $2_{1\pi}^+$ 的能量为: $E_{2_{1\pi}^+} = 2.483\text{MeV}$, $E2$ 跃迁几率为: $B(E2, 0_{1_{M}^+}^+ - 2_{1_{M}^+}^+) = 0.025e^2\text{b}^2$, $B(E2, 0_{2_{M}^+}^+ - 2_{1_{M}^+}^+) = 0.0002e^2\text{b}^2$, $B(E2, 2_{1_{M}^+}^+ - 2_{1_{M}^+}^+) = 0.004e^2\text{b}^2$, $M1$ 跃迁几率为: $B(M1, 2_{1_{M}^+}^+ - 2_{1_{M}^+}^+) = 0.105\mu_N^2$.

F 旋矢量和 F 旋标量在完全对称态与混合对称态之间的跃迁中所起作用的大小完全不同, 对于 ^{150}Gd 核, $\langle 0_1^+ \| Q_\pi - Q_\nu \| 2_M^+ \rangle = 30.8$, 而 $\langle 0_1^+ \| Q_\pi + Q_\nu \| 2_M^+ \rangle \approx 0$, ^{152}Gd 和 ^{154}Gd 核的 0_1^+ 态与 1_M^+ 态之间的 $M1$ 跃迁主要由 F 旋矢量 $\sqrt{\frac{3}{4\pi}}(L_\pi - L_\nu)$ 决定. ^{150}Gd 、 ^{152}Gd 和 ^{154}Gd 核的 $\langle 0_1^+ \| \sqrt{\frac{3}{4\pi}}(L_\pi - L_\nu) \| 1_M^+ \rangle^2 / \langle 0_1^+ \| \sqrt{\frac{3}{4\pi}}(L_\pi + L_\nu) \| 1_M^+ \rangle^2$ 比率分别为 0.002、0.05 和 14.6. 这个比率变化也反映了 $U(5)$ 极限向 $SU(3)$ 极限的转移.

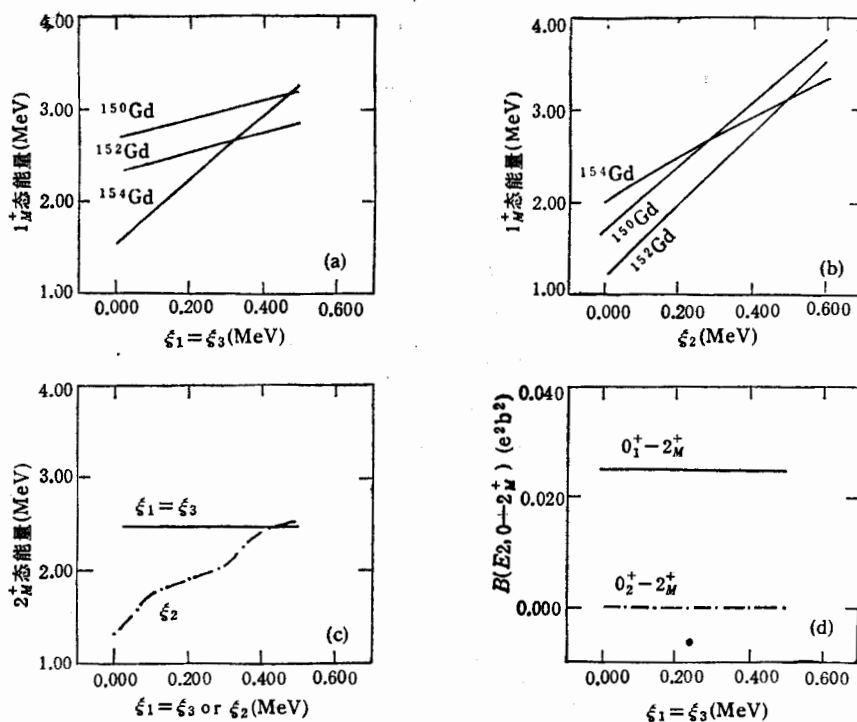


图 2 a、b 为混合对称态能级随 Majorana 参数的变化, c、d 为 ^{150}Gd 核 $E_{1_M^+}^+$ 和 $B(E2, 0^+ - 2_M^+)$ 随 Majorana 参数的变化

Majorana 相互作用对于混合对称态有着极其重要的作用. 当简化 Hamiltonian 中的参数 $2k \neq k_\pi \neq k_\nu$ 或 $\chi_\pi \neq \chi_\nu$ 时, F 旋对称性破缺, 文献 [6] 对此有深入的讨论. 当 Majorana 相互作用参数 $\xi_1 \neq \xi_3 \neq \xi_2$ 时, F 旋也不守恒. 这里讨论 $\xi_1 = \xi_3 = \xi_2$ 的混合对称态变化情形. 在保持其它参数不变的条件下 (其中 $\chi_\pi \neq \chi_\nu$), 调节 $\xi_1 = \xi_3$ 或 ξ_2 , 计算得到一些物理量与 $\xi_1 = \xi_3$ 或 ξ_2 的依赖关系, 见图 2、3. 计算结果表明, 低位的完全对称态的能级和电磁跃迁几率基本不随 $\xi_1 = \xi_3$ 或 ξ_2 变化. $B(M1, 0_1^+ - 1_M^+)$ 对于 Majorana 相互作用参数的依赖较弱, 而 $B(M1, 0_2^+ - 1_M^+)$ 和 $E_{1_M^+}^+$ 的依赖性很强. $\xi_1 = \xi_3$ 对于 2_M^+ 能级位置和 ^{150}Gd $B(E2, 0_1^+ - 1_M^+)$ 的影响不大, 但 $\xi_1 = \xi_3$ 和 ξ_2 都对 $E_{1_M^+}^+$ 有影响.

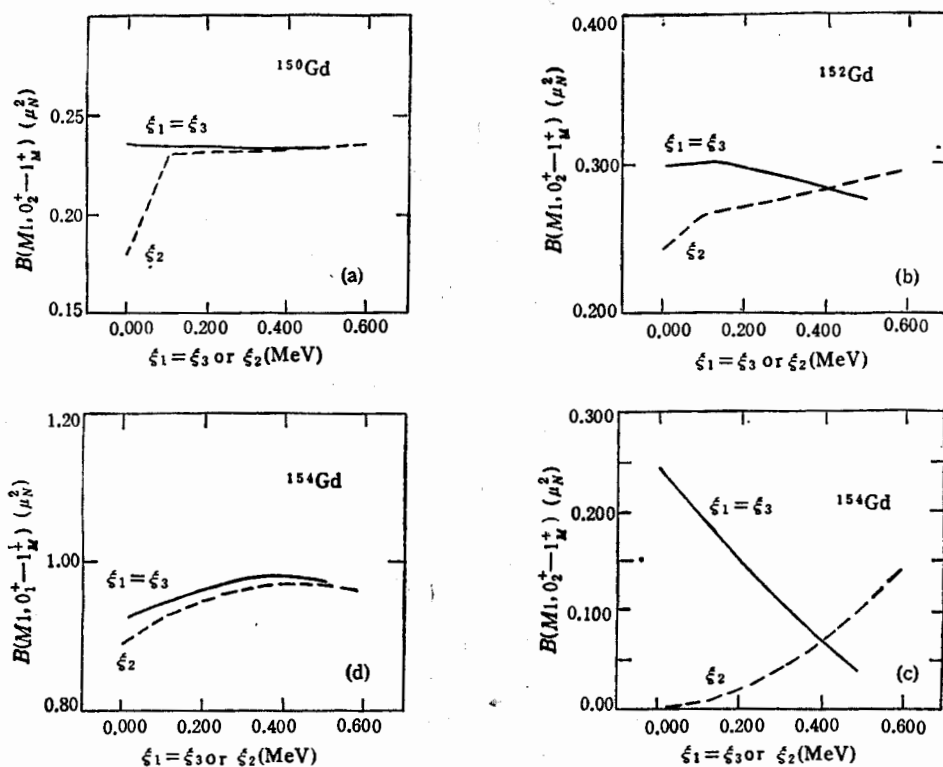


图 3 a、b、c 分别为 $^{150}, ^{152}, ^{154}\text{Gd}$ 核 $B(M1, 0_2^+ - 1_1^+)$ 随 Majorana 参数的变化, d 为 ^{154}Gd 核 $B(M1, 0_2^+ - 1_1^+)$ 随 Majorana 参数的变化

Majorana 相互作用的选择是混合对称态能级和电磁跃迁几率理论计算的关键,但对它的物理机制及参数取值还需作进一步的解释,而混合对称态实验数据的积累可望为解决这一问题发挥一定作用。已对三个 Gd 同位素核 (^{158}Gd 、 ^{156}Gd 和 ^{154}Gd) 观测到了混合对称态,迄今为止这是实验观测到具有混合对称态最多的同位素。Gd 同位素核是 $U(5)$ - $SU(3)$ 过渡核,若能够继续测出 ^{160}Gd 、 ^{152}Gd 和 ^{150}Gd 核的混合对称态,对于系统确定 $U(5)$ 极限和 $SU(3)$ 极限的 Majorana 相互作用参数和对混合对称态进行理论分析将具有十分重要的意义。

我们所使用的计算程序是龙桂鲁博士和孙洪洲教授检验和修改过的 NPBS 数值计算程序^[7,8],计算在近物所 VAX-8350 计算机上完成。

参 考 文 献

- [1] F. Iachello and A. Arima, *The Interacting Boson Model*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, (1987).
- [2] D. Bohle, A. Reichter et al., *Phys. Lett.*, **137B**(1984), 27; *Phys. Lett.*, **148B**(1984), 260; U. Hartmann et al., *Nucl. Phys.*, **A499**(1989), 93.
- [3] B. R. Barrett et al., in *Shell Model and Nuclear Structure: Where do we stand?* ed. Aldo Covello, World Scientific, 1988, P421.
- [4] P. Sala, A. Gelberg and P. von Brentano, *Z. Phys.*, **A323**(1980), 281.
- [5] Shi Zhongren and Zhang Ming, *Chin. J. Nucl. Phys.*, Vol. 11 No. 2(1989), 13.

- [6] P. van Isacker, *Nucl. Phys.*, **A476**(1988), 301.
[7] T. Otsuka and N. Yoshida, program NPBOS, report JAERI-M 85-094.
[8] 龙桂鲁, 孙洪洲, 高能物理与核物理, **13**(1989), 849.

Mixed Symmetry States in Gd Isotopes

WEN WANXIN GU JINNAN

(*Institute of Modern Physics, Academia Sinica, Lanzhou 730000*)

ABSTRACT

The mixed symmetry states in nuclei of ^{150}Gd , ^{152}Gd and ^{154}Gd are numerically studied with the theory of the neutron-proton interacting boson model. It shows that the mixed state of the lowest energy in ^{150}Gd nuclide is 2_M^+ but ones in ^{152}Gd and ^{154}Gd are 1_M^+ and that the value of $B(M1, 0_1^+ - 1_M^+)$ increases with the total nucleon number of Gd isotopes, which indicate a transition from $U(5)$ limit to $SU(3)$ limit. The influence of the Majorana interaction on the energy and electromagnetic transition probability of the mixed symmetry state is also discussed.