

# 电子跃迁引起的核激发和 $\gamma$ 激光器

霍裕昆 张宝辉 袁竹书

(复旦大学物理二系, 上海 200433)

## 摘 要

电子跃迁可能通过交换虚光子引起核的激发 (NEET)。本文讨论应用 NEET 将能量从外辐射场通过作为中介介质的原子传给原子核的可能性。首先给出了计算 NEET 几率的公式, 重点讨论跃迁矩阵元和选择定则。计算了几个已有实验数据的核素的 NEET 几率, 估算了 NEET 几率的上限值, 它大约是  $10^{-5}$ 。讨论了应用 NEET 于  $\gamma$  激光器的条件及可能性。

## 一、引 言

处于激发态的原子 (例如  $k$  壳层空穴态) 有多种退激方式。除了熟知的 X 射线和 Auger 电子发射外, 还可能通过传递虚光子而引起核的激发<sup>[1]</sup>, 后者简称 NEET (Nuclear Excitation by Electron Transition)。近年来, NEET 的研究颇受人们重视。有人建议<sup>[2]</sup> NEET 技术有可能用于发展核 ( $\gamma$ ) 激光器。  $\gamma$  激光器的研制被认为是今后 10 年物理学和科学技术发展的一个前沿领域<sup>[3]</sup>, 具有重大的潜在应用前景<sup>[4]</sup>。发展  $\gamma$  激光器要解决的一个关键问题是要找到有效的方法把作为泵源的外辐照场的能量耦合给原子核, 以引起核跃迁并在激光发射能级上达到粒子数反转。由于原子核的线度太小, 目前人们所熟悉的各种辐照场 (如激光、同步辐射、电子束等) 与原子核的作用截面都很小, 即它们直接照射引起核跃迁的几率十分小<sup>[5,6]</sup>。相比之下, 原子的电子体系有较大的电磁多极矩, 因此原子有可能作为联系外辐照场与原子核的一个中间环节。图 1 是应用 NEET 于三能级  $\gamma$  激光器的示意图。它由以下几个环节构成: ① 通过  $(n, \gamma)$  反应制备长寿命同质异能素 (图中  $I_i \pi_i$  能级); ② 用强辐射场照射形成空穴态  $(n_i l_i j_i)$ ; ③ 电子跃迁  $(n_i l_i j_i) \rightarrow (n_i l_i j_i)$ , 把能量 (以及角动量、宇称改变) 通过 NEET 或其它内场相互作用机制传给原子核, 使原子核跃迁到激光发射能级  $(I_i \pi_i)$  (通常是寿命为  $10^{-4} - 10^{-8}$  秒的短寿命同质异能态), 并在后者达到粒子数反转; ④ 当其它条件亦满足时, 实现受激的相干  $\gamma$  光子发射。

由于实验技术的困难, 迄今仅很少几个核素有 NEET 的实验结果<sup>[7-9]</sup>。已有的理论研究<sup>[1,10]</sup> 都有待完善。对磁偶极跃迁还没有完整的研究。许多重要的因素 (如偶极跃迁中的禁戒因子<sup>[11]</sup>) 都被忽略了。本文第二节首先给出计算 NEET 几率的量子力学公式, 重

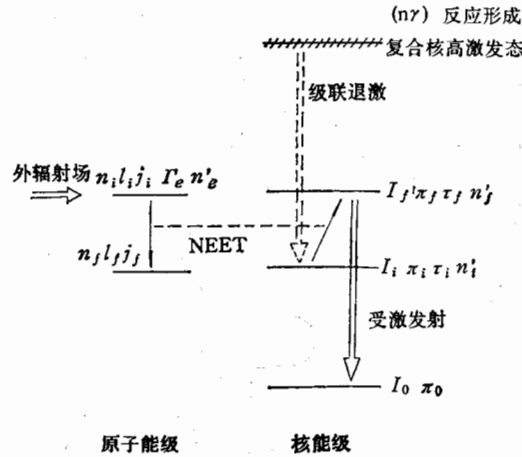


图 1 NEET 用于  $\gamma$  激光的示意图

图中  $n'$  示占有数密度,  $\tau$  示寿命,  $\Gamma$  示能级宽度,  $I, \pi$  示核能级,  $n, l, j$  示原子能级. 说明见正文

点是研究其跃迁矩阵元的选择定则. 针对已有实验数据的几个核素计算其 NEET 几率, 并一般地估算 NEET 几率的上限值. 第三节根据以上计算的结果讨论将 NEET 用于  $\gamma$  激光器的可能性及对参数的要求. 第四节是简短的小结.

## 二、NEET 几率及选择定则

1. 波函数 本文所讨论的核-电子体系波函数可简写为  $\psi = \psi(I, \pi, n, l, j, F, M)$ . 其中,  $I$  和  $\pi$  为核的角动量和宇称,  $(n, l, j)$  为单电子态量子数,  $\bar{F} = \bar{I} + \bar{j}$  是体系总角动量,  $M$  是其投影. 如图 1 所示, NEET 是从  $\psi_i$  到  $\psi_f$  的无辐射跃迁.

2. 相互作用哈密顿量 在非相对论表象中, 单电子-核的静电相互作用哈密顿量是

$$\begin{aligned} \mathcal{H}'^{(E)} &= \sum_k \frac{-ee_k}{|r_e - r_k|} \\ &= \sum_{L\mu} \left[ -\frac{4\pi e}{2L+1} \frac{(-1)^\mu}{r_e^{L+1}} Y_{L-\mu}(f_e) \sum_k e_k r_k^L Y_{L\mu}(f_k) \right], \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $k$  表示核子. 磁偶极相互作用<sup>[2]</sup>

$$\mathcal{H}'^{(M)} = \bar{\mu}_1 * \left[ \frac{4\mu_B}{3r_e^2} \delta(r_e) \bar{s} + \frac{2\mu_B}{r_e^3} \left( \bar{l} - \bar{s} + \frac{3(\bar{r}_e * \bar{s})}{r_e^2} \bar{r}_e \right) \right], \quad (2)$$

式中,  $\bar{\mu}_1$  是核磁矩,  $\mu_B$  是玻尔磁子. (2) 式第一项是费米接触相互作用. 应用恒等式,

$$-s_\nu + \frac{3(\bar{r}_e * \bar{s})}{2} \equiv -\sqrt{8\pi} \sum_\mu C_{1-\mu, 2\mu+\nu}^{1\nu} Y_{2\mu+\nu}(f) s_{-\mu}. \quad (3)$$

可以证明(2)式包括电子坐标空间的二阶张量.

3. NEET 几率 很容易证明, NEET 的几率是

$$P_N = \frac{|\mathcal{E}'_{fi}|^2}{(E_f - E_i)^2 + \Gamma_e^2/4} \quad (4)$$

式中,  $E_i$  和  $E_f$  是  $\phi_i$  和  $\phi_f$  的未扰动本征能量,  $\Gamma_e$  是电子空穴态  $(n_i l_i j_i)$  的能级宽度,  $\mathcal{E}'_{fi} = \langle \phi_f | \mathcal{H} | \phi_i \rangle$  是跃迁矩阵元. 对于电  $2^L$  极跃迁

$$\begin{aligned} \mathcal{E}'_{fi}{}^{(EL)} &= (-1)^{l_f - F - 1/2 + L - l_i} e \sqrt{\frac{4\pi(2l_f + 1)(2j_f + 1)(2l_i + 1)(2j_i + 1)}{(2L + 1)}} \\ &\quad \mathcal{W}(l_i j_i l_f j_f, FL) \mathcal{W}\left(l_i j_i l_f j_f, \frac{1}{2} L\right) \langle l_i \pi_f | \sum_k e_k r_k^L Y_L(\hat{r}) | l_i \pi_i \rangle \\ &\quad \cdot \int \mathcal{R}_f(r) r^{-(L-1)} \mathcal{R}_i(r) dr, \end{aligned} \quad (5)$$

磁偶极跃迁矩阵元为

$$\begin{aligned} \mathcal{E}'_{fi}{}^{(M1)} &= (-1)^{j_i + l_f - F} \sqrt{(2j_f + 1)(2l_f + 1)} \mathcal{W}(l_i j_i l_f j_f, F1) \langle l_i \pi_f | \mu_l | l_i \pi_i \rangle \\ &\quad \cdot \left\{ \delta_{l_i 0} \delta_{l_f 0} \frac{2}{3} \mu_B \mathcal{R}_i(0) \mathcal{R}_f(0) + 2 \mu_B \int \mathcal{R}_f(r) \frac{1}{r} \mathcal{R}_i(r) \right. \\ &\quad \cdot dr \left[ \delta_{l_i l_f} (-1)^{3/2 - l_i - j_i} \sqrt{l_i(l_i + 1)(2l_i + 1)(2j_i + 1)} \mathcal{W}\left(l_i j_i l_f j_f, \frac{1}{2} 1\right) \right. \\ &\quad \left. \left. + 3\sqrt{5} \sqrt{(2l_i + 1)(2j_i + 1)} C_{l_i 0 2 0}^{l_f 0} \begin{bmatrix} l_f & 1/2 & j_f \\ l_i & 1/2 & j_i \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

我们使用通常表示的 Clebsch-Gordan 系数, Racah 系数和 Wigner  $9j$  符号.  $\mathcal{R}(r) = \mathcal{R}_{n_l j}(r)$  是电子径向波函数,

$$|\langle l_f \pi_f | \sum_k e_k r_k^L Y_L(\hat{r}) | l_i \pi_i \rangle|^2 = \frac{(2l_i + 1)}{(2l_f + 1)} \mathcal{B}_{fi}^{(EL)} \quad (7)$$

是核的电  $2^L$  极跃迁的约化矩阵元,  $\mathcal{B}_{fi}^{(EL)}$  是核的约化电多极跃迁几率.  $\langle l_f \pi_f | \mu_l | l_i \pi_i \rangle$  是核磁矩的约化跃迁矩阵元, 它与核的磁偶极约化跃迁几率的关系是

$$\mathcal{B}_{fi}^{(M1)} = \frac{3}{4\pi} \frac{(2l_i + 1)}{(2l_f + 1)} |\langle l_f \pi_f | \mu_l | l_i \pi_i \rangle|^2. \quad (8)$$

由于约化跃迁几率是实验可观测量, 并有大量的编译数据, (7)、(8)两式为较准确地估算 NEET 矩阵元提供了基础.

4. NEET 的选择定则 NEET 是一种无辐射的共振跃迁, 共振条件是  $E_i = E_f$ , 并且电子和核跃迁的电多极(或磁多极)性要一致. 对于电  $2^L$  极跃迁, 电子和核的跃迁选择定则是相似的. 对于磁偶极跃迁, 由于电子跃迁算符包括二阶空间变量, 因此电子的跃迁不再是单纯的自旋反转, 允许电子轨道角动量改变  $2\hbar$ . 核的跃迁算符  $\mu_l$  并不会改变单个核子的轨道角动量.

5. 数值计算 寻找满足 NEET 共振条件的核素十分困难, 迄今仅对  $^{189}\text{Os}$ 、 $^{197}\text{Au}$  和  $^{237}\text{Np}$  三个核素有发表的 NEET 几率测量值<sup>[7-9]</sup>. 我们应用上述公式计算这三个核素的 NEET 几率并与实验值比较. 表 1 给出有关的参数及计算结果. 我们考虑了两种方案计算核矩阵元. 一种是用单粒子约化跃迁几率(即 Weisskopf 单位). 另一种是采用实

表 1  $^{199}\text{Os}$ 、 $^{197}\text{Au}$  和  $^{237}\text{Np}$  的 NEET 几率

	与 NEET 有关的		$\Delta E = E_j - E_i$ eV	$\Gamma_c$ (eV)	$\mathcal{P}_{ji}$ (eV)	$P_i$	$P_{\text{exp}}$
	原子能级	核能级					
$^{199}\text{Os}$			1261.5	34	0.155 (3.71E-2)	$2.1E-8$ ( $1.2E-9$ )	$(1.7 \pm 0.2)E-7$
$^{197}\text{Au}$			74.18	40	0.255 (4.26E-2)	$1.2E-5$ ( $4.7E-7$ )	$(2.2 \pm 1.8)E-4$
$^{237}\text{Np}$			1902.0	80	5.55 (0.272)	$5.9E-6$ ( $1.3E-8$ )	$(2.1 \pm 0.6)E-4$

表中第二列给出有关的原子和核的能级结构及跃迁类型 $^{199}\text{Os}$ 、 $^{197}\text{Au}$ 、 $^{237}\text{Np}$ 第三列示偏离能量共振的程度;  $\Gamma_c$ 是电子空穴始态的总能量宽度 $^{[13]}$ ;  $\mathcal{P}_{ji}$ 和  $P_i$  分别示跃迁矩阵元和 NEET 几率的计算值,括号外的是用 Weisskopf 单位计算的结果,括号内的是考虑了核跃迁的禁戒因子后的计算值,  $P_{\text{exp}}$  是 NEET 几率的实验值 $^{[7-9]}$ .

验测量的分辐射宽度<sup>[14-16]</sup>(表中括号内的值)。两种方法计算的 NEET 几率的比值即所谓的禁戒因子<sup>[11]</sup>, 它们分别是 0.057、0.036 和 0.0023, 我们计算的 NEET 几率远低于已发表的实验值。由于这一实验技术难度较大, 已发表的实验数据都来自同一研究小组<sup>[7-9]</sup>, 我们建议通过更精确的实验来判别目前理论与实验的分歧。同时更完善的理论需建立在量子场论基础上, 并考虑电子之间的关联效应。

6. NEET 几率上限值的估算 设满足共振条件 ( $E_i = E_f$ ), 采用合理的参数计算 NEET 几率, 以此作为 NEET 几率上限值的一般估算。对于中重元素的 E1 跃迁, 与 Weisskopf 单位约化几率对应的跃迁矩阵元  $\mathcal{M}_{fi}^{(E1)*} \approx 5\text{eV}$ , 如果  $\Gamma_e = 50\text{eV}$ , 禁戒因子为  $10^{-3}$ , 得到 NEET 几率  $P_{\text{max}}^{(E1)} \approx 10^{-5}$ 。对于 M1 跃迁, 相应的矩阵元  $\mathcal{M}_{fi}^{(M1)*} = 0.5\text{eV}$ ,  $\Gamma_e \approx 50\text{eV}$ , 禁戒因子为  $10^{-1}$ , 得到  $P_{\text{max}}^{(M1)} \approx 10^{-5}$ 。对于电四极或更高阶的跃迁, 即令考虑到其跃迁的集体效应(禁戒因子大于 1), 其几率仍远小于上述值。

### 三、NEET 和 $\gamma$ 激光

按照图 1 的模型研究应用 NEET 于  $\gamma$  激光器的可能性及对参数的要求。模型激光器为一细长圆柱体<sup>[17]</sup>, 半径  $a = 4\mu\text{m}$ , 柱长  $l = 4\text{cm}$ , 体积  $V$  约为  $1 \times 10^{-6}\text{cm}^3$ 。激光工作物质为长寿命同质异能素(图 1 能级  $i$ ), 其密度为  $n'_i = 1 \times 10^{22}/\text{cm}^3$ , 原子总数为  $N_i = n'_i V \approx 1 \times 10^{16}/\text{cm}^3$ , 能级  $f$  是激光发射能级, 其寿命  $\tau_f$  约为  $10^{-6}$  秒。用宽度小于  $\tau_f$  的脉冲辐照场作为泵浦源, 产生密度为  $n'_e$  的空穴态 ( $n_i l; j_i$ )。通过 NEET 将原子核从能级  $i$  抽运到  $f$ , 在后者达到粒子数反转。为了使体系有正的受激增益系数, 要求满足

$$\sigma_R g_R \left( n'_i - \frac{g_f}{g_0} n'_0 \right) - \sigma_A g_A n' > 0, \quad (9)$$

式中  $\sigma_R = \frac{2\pi k^2 f \beta}{(1 + \alpha)(1 + \alpha')} \frac{\Gamma_f}{(\Gamma_0 + \Gamma_f)}$  是核共振吸收截面,  $\alpha$  是内变换系数,  $\beta$  是分支比,  $k$  是光子波长  $\Gamma_k$  是  $k$  能级的总宽度,  $\alpha'$  是能级的非均匀展宽系数,  $f$  是无反冲发射因子,  $g_R$  和  $g_A$  分别是电磁力与核及原子的耦合因子。对于无定形物质,  $g_A/g_R \approx 1$ ; 对于具有 Borrmann 效应的晶体<sup>[18,19]</sup>,  $g_A/g_R \approx 0.1$ 。  $n'_i - g_f n'_0/g_0$  是粒子反转数,  $g_k = 2I_k + 1$ ,  $n' = n'_i + n'_f + n'_0$ ,  $\sigma_A$  是光子的散射截面(如光电效应等)。(9)式第一项是受激发射而引起的单位长度增益因子, 第二项是损耗因子。对于 Mossbauer 发射<sup>[16,19]</sup>,  $\sigma_A g_A / \sigma_R g_R \approx 10^{-3}$ 。由于  $n'_0 \ll n'_i$ ,  $n' \approx n'_i$ , 由(9)式得到粒子反转数条件  $n'_i/n' > 10^{-3}$ , 即  $n'_i > 10^{19}/\text{cm}^3$  核的占有数方程为

$$\begin{aligned} \frac{dn'_f}{dt} &= n'_e \frac{n'_i}{n} P_N \frac{1}{\tau_e} - \frac{n'_f}{\tau_f}, \\ \frac{dn'_i}{dt} &= -\frac{n'_i}{\tau_i} - n'_e \frac{n'_i}{n} P_N \frac{1}{\tau_e}. \end{aligned} \quad (10)$$

如果取 NEET 几率  $P_N = 10^{-6}$ , 电子空穴态寿命  $\tau_e$  约为  $10^{-16}$  秒, 则空穴态密度要满足  $n'_e \geq \frac{n'_i \tau_e}{P_N \tau_f}$  ( $\approx 10^{15}/\text{cm}^3$ )。空穴总数为  $N_e = n'_e V$  ( $\approx 10^9$ ), 如果每产生一个空穴所需要的

能量为  $E_e = 10\text{keV}$ , 则产生空穴所需总功率为  $W = N_e \frac{1}{\tau_e} E_e \approx 10^{10}\text{W}$ , 功率密度为  $\rho = \frac{W}{V} \approx 10^{16}\text{W/cm}^3$ , 脉冲泵源提供的能量为  $E = W \cdot \tau_f (\sim 10^4\text{J})$ , 对于超辐射 (Super-radiant) 或超荧光 (Superfluorescence), 所要求的功率值比上述值还要大约一个数量级。显然, 通常具有 Mossbauer 效应和 Borrmann 效应的固体介质在这么高功率辐照场中很可能要被破坏。

此外, 从直观的吸收截面分析也可以看到, 用 NEET 作为能量传送的中间机制并不一定有利, 对于中重原子, 例如取  $Z = 75$ ,  $A = 150$ , 其  $K$  壳层电子半径  $\langle r_e \rangle \sim a_0/z (\sim 7.5 \times 10^{-11}\text{cm})$ ,  $a_0$  是玻尔半径, 而核半径为  $R_N = 1.3A^{1/3}\text{fm} (\sim 7.5 \times 10^{-13}\text{cm})$  则  $\langle r_e \rangle^2/R_N^2 (\sim 10^4)$ , 即电子作为“大天线”其接收辐射场能量的面积较核大  $10^4$  倍。可是由于传送效率很低,  $P_N < 10^{-5}$ , 因此即令不考虑其它损失机制, 通过 NEET 激发核的几率可能要比直接照射还小。

#### 四、结 论

1. 处于激发态的原子 (例如内壳层空穴态) 退激的方式除了发射 X 射线和 Auger 电子外, 还可能通过 NEET 过程。这是一种无辐射的共振跃迁过程, 其几率由 (4) 式给出。

2. (5) 和 (6) 式分别给出 NEET 的电  $2^L$  极和磁偶极跃迁矩阵元。(7)、(8) 两式将核矩阵元与  $\gamma$  跃迁的分辐射宽度相联系起来, 后者是实验可测量, 从而使得这一计算更为可靠。另一值得注意的特点是磁偶极 NEET 的电子跃迁算符包含有二阶空间张量, 因此电子跃迁不再是单纯的自旋反转。

3. 在合理的参数范围内估算了  $E1$  和  $M1$  NEET 几率的上限值, 它们大约为  $10^{-5}$ , 更高阶跃迁的几率还要小。

4. 用实验给出的分辐射宽度计算了  $^{189}\text{Os}$ 、 $^{197}\text{Au}$  和  $^{237}\text{Np}$  的 NEET 几率, 它们都远小于已发表的实验结果。需要考虑开展更精确的测量以甄别理论与实验分歧的来源, 理论计算也有待改进。

5. 估算了将 NEET 用于三能级  $\gamma$  激光器的可能性。所要求的核反转数  $n_f' \sim 10^{19}/\text{cm}^3$ , 空穴密度  $n_c' \sim 10^{15}/\text{cm}^3$ , 泵源提供的电离功率密度为  $10^{16}\text{W/cm}^3$ , 通常具有 Mossbauer 效应和 Borrmann 效应的工作物质很难承受这么大功率的辐照场照射。

这一工作得到国家自然科学基金、上海市科学基金和复旦大学科学基金的资助。

#### 参 考 文 献

- [1] M. Morita, *Prog. of Theor. Phys.*, **49**(1973), 1574.
- [2] J. C. Solem, *Advance in Laser Science* (1), AIP Conf. Proc. No. 146, Edited by W. C. Stwellely, New York, 1986, p. 22.
- [3] V. L. Ginzburg, *Phys. Today*, **43**(1990), May, p. 9.
- [4] G. C. Baldwin and J. C. Solem, *Rev. of Mod. Phys.*, **53**(1981), 687.
- [5] Y. K. Ho, F. C. Khanna and M. A. Lone, *Nucl. Phys.*, **A440**(1985), 189.
- [6] Y. K. Ho and Z. Y. Pan, *Nucl. Phys.*, **A486**(1989), 271.
- [7] K. Atazai, R. Arakawa and T. Saito, *Nucl. Phys.*, **A1297**(1978), 97.

- [ 8 ] H. Fujioka et al., *Z. Phys.*, **A315**(1984), 121.
- [ 9 ] T. Saito et al., *Phys. Lett.*, **92B**(1980), 293.
- [10] K. Pisk, Z. Kaliman and B. A. Logan, *Nucl. Phys.*, **A504**(1989), 103.
- [11] P. M. Endt, *Atomic Data and Nucl. Data Tables*, **22**(1979), 3; **23**(1979), 547; **26**(1981), 47.
- [12] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1976.
- [13] S. T. Manson, *Atomic Data and Nucl. Data Tables*, **14**(1974), 111.
- [14] R. B. Firestone, *Nucl. Data Sheets*, **34**(1981), 537.
- [15] B. Harmatz, *Nucl. Data Sheets*, **34**(1981), 101.
- [16] Y. A. Ellis, *Nucl. Data Sheets*, **23**(1973), 71.
- [17] B. Balko, *J. Quant. Spectr. Radiation Transfer*, **40**(1988), 751.
- [18] J. T. Hutton, G. T. Trammell and J. P. Hannon, *ibid.*, **2**(1986), 44.
- [19] G. T. Trammell, J. T. Hutton and J. P. Hannon, *ibid.*, **17**, **40**(1988), 693.

## Nuclear Excitation by Electron Transition and Gamma-Ray Laser

HUO YUKUN    ZHANG BAOHUI    YUAN ZHUSHU

(Nuclear Science Department, Fudan University, Shanghai 200433, China)

### ABSTRACT

This paper studies nuclear excitation by electron transition (NEET) and its potential application in developing gamma-ray laser. A quantum mechanics formula to calculate NEET probabilities was presented with emphasis on the calculations of the transition matrix elements and discussions of the transition selection rules. The NEET probabilities for a number of nuclides were calculated. The upper limit of NEET probability is evaluated to be about  $10^{-5}$ . The possibility for applying the technique of NEET in the development of gamma laser was investigated.