

2π 干涉学分析的源空间参数*

霍雷 蒋玉桢 王山 张卫宁 刘亦铭

(哈尔滨工业大学理论物理教研室, 150006)

D. KEANE

(Department of Physics, Kent State University, Kent, Ohio 44242)

S. Y. CHU S. Y. FUNG

(Department of Physics, University of California, Riverside, California 92521)

摘要

本文通过直接比较相应于不同密度分布源的关联函数, 指出源的平均半径是 2π 干涉学分析中描述源空间线度的好物理量。比较不同关联函数分析获得的源空间参量时, 选取源的平均半径为判别标准不仅优于 Bartke 和 Kowalski 提出的均方根半径, 也优于 Goldhaber 等人提出的 GGLP 因子。对不同碰撞实验的 2π 干涉学结果的系统分析表明, 使用我们提出的比较标准给出的结果更加合理。

一、引言

利用全同 π 介子间的玻色-爱因斯坦关联效应, 可以探测 π 发射区域的时空结构、相干程度、以及有关的动力学信息^[1-3]。 2π 干涉学分析方法已被广泛地用于研究强子-强子^[4-6], 强子-原子核^[7], 以及原子核-原子核^[8-14]等碰撞过程中。 π 源的空间参数——“源半径 R ”是 2π 干涉学给出的一个重要参数。在实际分析中, 由于对源密度分布所作的先验唯象假定不同, 人们使用了不同形式的关联函数^[4-3]。因而所获得的空间参数“ R ”具有不同的物理意义, 无法直接进行比较。为了完成这种比较, 需要使用一个简单的、对不同密度分布模型具有一致定义的、描述源空间线度的物理量。

1960 年 Goldhaber 等人在他们的强度干涉学的原始论文中提出^[1], 在 2π 干涉学分析中源密度均匀球分布模型的空间参数 R_V 与源密度高斯分布模型的空间参数 R_G 间的比较标准为 $R_V \approx 1.52 R_G$, 这就是众所周知的 GGLP 换算因子, 1984 年, Bartke 和 Kowalski^[15] 提出, 源的均方根半径可以作为描述源空间线度的一致定义, 认为不同关联函数的干涉学分析获取的源空间参数当换算成源的均方根半径后可以进行比较。最近, 刘亦铭等人^[16,17]使用 Monte-Carlo 方法模拟 4π 探测器进行 2π 干涉学分析时指出: 源

本文 1991 年 10 月 11 日收到。

* 本文由中国国家自然科学基金、高等学校博士学科点专项科研基金和美国国家科学基金资助。

的平均半径是描述源空间线度的一个好的物理量, 可以作为不同关联函数分析结果的比较标准。但是, 数据统计分布的不同(例如, 4π 探测器得到的数据统计分布在小 q 区域是 $q^2 dq$, 因此在关联函数的尾部具有隐含的权重, 谱仪得到的数据统计分布不同于 4π 探测器, 它在小 q 区域具有增加的权重)以及拟合方式的选择(例如, χ_c^2 , χ_A^2 , PML 或者 PML_A)都会对 2π 干涉学的分析结果产生一定的影响^[18]。

本文通过直接比较不同源密度分布的关联函数说明, 源的平均半径可以作为 2π 干涉学在不同分布模型下分析结果的比较标准反映了关联函数自身的数学特性。以源的平均半径作为比较标准不仅优于 Bartke 和 Kowalski 提出的均方根半径、也优于 Goldhaber 等人提出的 GGLP 换算因子。利用源的平均半径为比较标准, 本文对不同碰撞实验的 2π 干涉学分析结果进行了系统的比较。

二、不同形式关联函数的直接比较

以常用的 π 源密度的高斯分布和均匀球分布模型为例, 相应的关联函数分别为^[1, 16, 17]:

$$\begin{aligned} C(q) &= 1 + \lambda \exp(-0.5q^2 R_G^2), \\ C(q) &= 1 + \lambda \kappa^2(qR_V). \end{aligned}$$

式中 $q = |p_1 - p_2|$ 为两个 π 介子的相对动量, $\kappa(x) = 3j_1(x)/x$, $j_1(x)$ 为一阶球贝赛耳函数, λ 为相干因子。对这两种密度分布模型, 如果以源的均方根半径 R_{rms} 为比较标准, 即令两种密度分布下源的均方根半径相等, 则:

$$R_{rms} = \sqrt{3/2} R_G = \sqrt{3/5} R_V,$$

所以, 参数 R_V 和 R_G 间的对应关系为

$$R_V = \sqrt{5/2} R_G \approx 1.58 R_G,$$

即二者间的换算因子 $a = 1.58$ 。如以源平均半径 R_{aver} 为比较标准, 则有:

$$R_{aver} = (2/\sqrt{\pi}) R_G = 3/4 R_V,$$

即 R_V 和 R_G 间的换算因子 $a = 8/(3\sqrt{\pi}) \approx 1.50$ 。Goldhaber 等人^[1]提出的 GGLP 换算因子为 $a = 1.52$ 。

为了选择最优的转换标准, 我们直接比较相应于不同密度分布的关联函数(以下分析中, 假设相干因子 $\lambda = 1$)。定义函数:

$$d(u) = [1 + \exp(-0.5u^2)] - [1 + \kappa^2(au)],$$

式中参量 $u = qR_G$, 它与 GGLP 变量^[1] s 的关系是 $u = \sqrt{2}s$ 。

当 $a = 1.50$ 时, 函数 $d(u)$ 表示具有相等的源平均半径的高斯关联函数和均匀球关联函数之差, 记为 $d_1(u)$; 当 $a = 1.58$ 时, 函数 $d(u)$ 表示具有相等的源均方根半径的上述二关联函数之差, 记为 $d_2(u)$; 而当 $a = 1.52$ 时, 函数 $d(u)$ 表示使用 GGLP 换算因子时同样二关联函数之差, 记为 $d_3(u)$ 。

函数 $d(u) \sim u$ 的关系如图 1 所示。图中的虚线对应于换算因子 $a = 1.50$ 时的情

况,即对应函数 $d_1(u)$; 实线对应于 $a = 1.58$ 时的情形,即函数 $d_2(u)$; 点线对应于采

用 GGLP 换算因子 $a = 1.52$ 时的情形,即函数 $d_3(u)$ 。由这个图能够得到以下三个主要结论:

1. 在小相对动量的区域(对一般的相对论重离子碰撞, $q < 50\text{MeV}$), 源的平均半径相等时两关联函数的均方偏差 $\langle d_1^2(u) \rangle$ 大于源的均方根半径相等时的相应量 $\langle d_2^2(u) \rangle$ 。这个特性说明 Bartke 和 Kowalski 提出的换算因子适用于小相对动量的范围, 同时它也提供了获得 π 发射源的均方根半径的方法^[16,17]。

2. 对于整个相对动量范围,情形正好相反。以源的均方根半径为比较标准时的两关联函数的均方偏差 $\langle d_3^2(u) \rangle$ 大约是以源的平均半径为

图 1 不同关联函数的直接比较

—— $a = 1.58$, $a = 1.52$,
---- $a = 1.50$

比较标准时的相应量值 $\langle d_1^2(u) \rangle$ 的三倍。对其它分布模型下的关联函数作同样的分析, 得到的结论与此一致。在进行 2π 干涉学分析时, 相对动量的取值范围应当覆盖关联函数的整个上升区域^[1-21](对一般的相对论重离子碰撞, q 大约在 $0 \sim 100\text{MeV}$ 的范围), 由图 1 可见, 这也是函数 $d_1(u)$ 和函数 $d_2(u)$ 之间存在明显差别的区域。因此, 当定义表征 π 源空间尺度的参量时, 源的平均半径优于源的均方根半径, 并且有着几乎与源密度分布形式无关的性质。

3. 基于源的平均半径相等的换算因子得到的高斯型关联函数和均匀球型关联函数之间的均方偏差 $\langle d_1^2(u) \rangle$ 大约比使用 GGLP 换算因子时的相应量 $\langle d_3^2(u) \rangle$ 小 6%。需要注意的是, GGLP 换算因子使得两关联函数的平均绝对偏差 $\langle |d(u)| \rangle$ 最小, $\langle |d_3(u)| \rangle$ 的值比 $\langle |d_1(u)| \rangle$ 约小 1.4%。

由以上分析可以得出: 在 2π 干涉学分析中, 在最小二乘意义下源的平均半径 R_{ave} 是比 R_{rms} 更好的描述源空间线度的物理量, 以源平均半径为比较标准得到的参数 R_v 和 R_g 间的换算因子也好于 GGLP 换算因子。因为在目前的实验数据统计性下, 最小二乘逼近是 π 干涉学分析中常用的合理方法^[18], 因此源的平均半径可以作为 2π 干涉学分析中源空间参数的一致定义, 不同关联函数的分析结果在源的平均半径的意义下可以进行比较。

三、实验结果的分析

人们在对不同的碰撞过程进行 2π 干涉学分析时发现, π 发射源的空间线度 R 随入射核的质量的增加而增加^[3,19]。设入射核的质量数为 A_p , 则有:

$$R \sim A_p^{1/3} \text{ fm}$$

Chacon 等人^[20]以源的均方根半径 R_{rms} 为比较标准, 对不同碰撞的实验的 2π 干涉学结果进行了分析, 得到 R_{rms} 与 $A_p^{1/3}$ 的关系曲线如图 2(a) 所示。对图 2(a) 中的数

据作直线拟合, 得到结果如下:

$$R_{\text{rms}} = (1.22 \pm 0.02) A_p^{1/3} \text{ fm}, \chi^2/\text{NDF} = 253/19.$$

如果以源的平均半径 R_{aver} 为比较标准, 将图 2(a) 中的 2π 干涉学分析结果分别换算成与分布假定相应的源平均半径, 得到 R_{aver} 与 $A_p^{1/3}$ 的关系曲线如图 2(b) 所示。图中的直线是对数据进行直线拟合得到的。拟合结果为:

$$R_{\text{aver}} = (1.10 \pm 0.03) A_p^{1/3} \text{ fm}, \chi^2/\text{NDF} = 54/19.$$

图 2(a)、图 2(b) 中的数据包括了不同能量、不同碰撞参数、及不同碰撞系统(当然, 引用的所有碰撞系统, 入射核的质量数均小于靶核的质量数)的实验结果。由 χ^2/NDF 值可以看出, 图 2(b) 中数据对直线的符合程度要好于图 2(a) 这表明源平均半径较均方

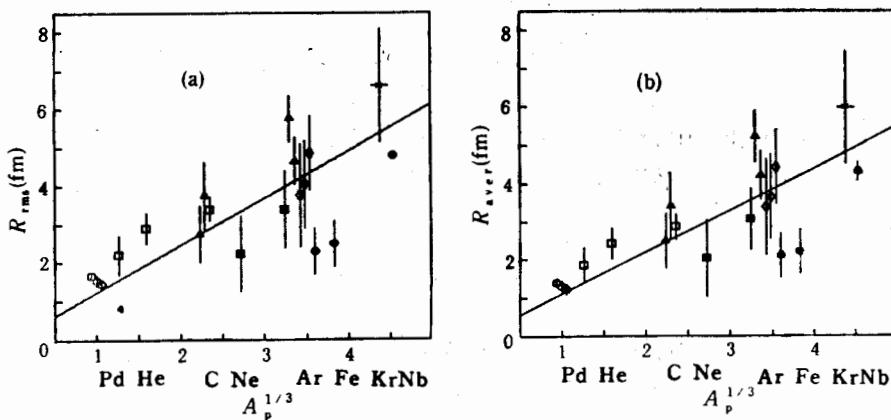


图 2 (a) (引自参考文献 [20]) 以源的均方根半径为比较标准和; (b) 以源的平均半径为比较标准时, π 干涉学获取的源空间参数与入射核质量数 (A_p) 的关系。
图中用不同符号分别代表引自不同文献的数据(具体实验条件等可参阅文献 [20] 及其所引文献)

根半径更好地反映了 π 发射源的空间线度大致与 $A_p^{1/3}$ 成正比这一几何特性。而且, $R_{\text{aver}} =$

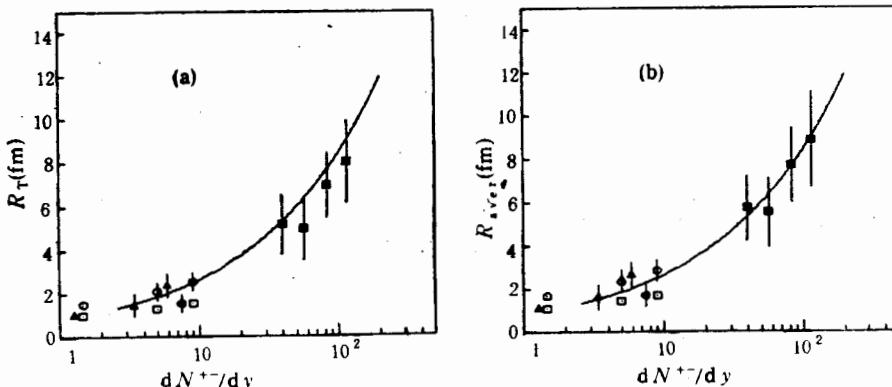


图 3 中间快度区带电 π 介子的快度密度 (dN^{+-}/dy) 与 (a) (引自参考文献 [21]) π 发射源的横向半径 R_T 及 (b) 源的平均半径 R_{aver} 的关系。图中用不同符号分别代表引自不同文献的数据(具体实验条件等可参阅文献 [21] 及其所引文献)

$(1.10 \pm 0.03)A_p^{1/3}$ fm 这一结果与人们直观估计的入射核线度^[21] $R \approx 1.15 A_p^{1/3}$ 也是相符的。正如人们指出的那样^[2]，由于动量测量精度的限制， π 干涉学的测量结果可能略小于实验中 π 源线度的真实值。

按通常的观点， 2π 干涉学反映的是冻结时刻 π 发射源的尺度，当强子之间的相互作用的自由程与相互作用区域的半径相等时，强子分布将“冻结”。在超相对论重离子碰撞情形下，Stock 根据这个假定指出^[21]：在中间快度区域，源的横向半径 R_T 与发射的带电 π 介子的快度密度 dN^{+-}/dy 之间满足如下关系：

$$R_T = 0.84 \sqrt{dN^{+-}/dy},$$

源的横向半径 R_T 不再与入射核的质量数的立方根成正比。Stock^[21] 将 2π 干涉学对不同实验的分析结果与上式进行了比较，如图 3(a) 所示。

仍以源平均半径 R_{aver} 为 π 源空间线度的一致定义，将图 3(a) 中的 2π 干涉学分析结果换算成相应的源平均半径，得到图 3(b)。图中的实线对应于 $R_T = 0.84 \sqrt{dN^{+-}/dy}$ 的理论曲线。图 3(b) 中，实验结果 (R_{aver} 值) 与理论曲线符合得很好。这表明，既使在极端相对论情况下，源平均半径仍然可能是描述 π 源空间线度的一个好参量。

四、结 论

在 2π 干涉学分析中，通过直接比较相应于不同密度分布形式 π 源的关联函数，我们结论在最小二乘意义下，源平均半径是比 Bartke 和 Kowalski 提出源的均方根半径更好的描述源空间线度的物理量，以源的平均半径为比较标准得到的均匀球分布与高斯分布模型的源空间参数之间的换算因子也比 Goldhaber 等人提出的 GGLP 换算因子更好地描述了 2π 干涉学的分析结果。Bartke 和 Kowalski 提出的均方根半径标准适用于小相对动量区域关联函数的分析，而 GGLP 因子是在绝对偏差意义下的比较标准。对不同碰撞实验数据的系统分析表明，以源的平均半径为比较标准较以源的均方根半径为比较标准给出了更接近理论预期的结果。对于相对论重离子碰撞中的 π 发射源，源平均半径大致与入射核的质量数的立方根成正比。在极端相对论情况下，源的平均半径不再象直观估计的那样与入射核质量数的立方根成正比，而是随发射的带电 π 介子的快度密度 dN^{+-}/dy 的平方根的增加而增加。

参 考 文 献

- [1] G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Lee, and A. Pais, *Phys. Rev.*, **120**(1960), 300.
- [2] M. Gyulassy, S. E. Kauffmann, and L. W. Wilson, *Phys. Rev.*, **C20**(1979), 2267.
- [3] W. A. Zajc et al., *Phys. Rev.*, **C29**(1984), 2173.
- [4] T. Akesson et al., *Phys. Lett.*, **B187**(1987), 420.
- [5] A. Breakstone et al., *Z. Phys.*, **C33**(1987), 333.
- [6] C. Albajar et al., *Phys. Lett.*, **B226**(1989), 410.
- [7] C. De Marzo et al., *Phys. Rev.*, **D29**(1984), 363.
- [8] S. Y. Fung, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **41**(1978), 1592.
- [9] D. Beavis et al., *Phys. Rev.*, **C28**(1984), 2561; *Phys. Rev.*, **C34**(1986), 757.
- [10] G. N. Agakishiev et al., *Sov. J. Nucl. Phys.*, **39**(1984), 344.
- [11] A. Bamberger et al., *Phys. Lett.*, **B203**(1988), 320.

- [12] T. Humanic et al., *Z. Phys.*, **C38**(1988), 79.
- [13] J. W. Harris et al., *Nucl. Phys.*, **A498**(1989), 133c.
- [14] N. Akhababian, J. Bartke, V. G. Grishin, M. Kowalski, *Z. Phys.*, **C26**(1984), 245.
- [15] J. Bartke and M. Kowalski, *Phys. Rev.*, **C30**(1984), 1341.
- [16] 刘亦铭等, *高能物理与核物理*, **15**(1991), 123
- [17] Y. Z. Jiang et al., *Phys. Rev.*, C(in press).
- [18] W. A. Zajc, in Proc. of the Workshop on Correlations and Multiparticle Production, p. 439, edited by M. Plumer, S. Raha and R. M. Weiner, World Scientific (1990).
- [19] D. H. Boal, C. K. Gelbke, and B. K. Jennings, *Rev. of Modern Phys.*, **62**(1990), 553.
- [20] A. D. Chacon et al., *Phys. Rev.*, **C43**(1991), 2670.
- [21] R. Stock, University of Frankfurt Preprint IKF90-3, to be published in *Ann. Phys.*

Spatial Parameter from Two-pion Interferometry

HUO LEI JIANG YUZHEN WANG SHAN ZHANG WEINING LIU YIMING

(*Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150006*)

D. KEANE .

(*Department of Physics, Kent State University, Kent, Ohio 44242*)

S. Y. CHU S. Y. FUNG

(*Department of Physics, University of California, Riverside, California 92521*)

ABSTRACT

It is proposed that the average radius of the Source obtained from twopion interferometry analyses is a suitable quantity to describe the spatial size of the source by comparing the correlation functions from different source density distributions directly. When comparing the source spatial parameters from different correlation functions, the average radius of the source is a superior standard parameter to the root-mean-square radius suggested by Bartke and Kowalski, and is superior to the factor suggested by Goldhaber et al. A systematic study of the results from different heavy ion experiments demonstrates that a more reasonable result can be obtained by utilizing the average radius as a standard for comparison.