

在有限温度下手征孤子的消失 与手征相变*

邓胜华 李家荣

(华中师范大学粒子物理所, 武汉 430070)

摘 要

本文探讨了手征孤子模型的高温行为, 计算并分析了热效应对手征孤子解及 Fermion 对凝聚的影响, 提出了关于退禁闭相变温度低于手征相变温度的一种可能的物理机制.

一、引 言

QCD 理论所具有的重要特征之一——手征对称性是一种动力学自发破缺的对称性, 其标识是存在费米子对的凝聚. 注意到这种凝聚是由 QCD 强作用导致的, 因而有一种看法认为, 一旦 QCD 的禁闭被解除, QCD 的手征对称性就可立即得到恢复. 但是有限温度下 QCD 格点规范理论的 Monte-Carlo 计算表明^[1], 手征对称性得到恢复的临界温度要稍高于退禁闭的临界温度, 即禁闭被解除后, 要在更高的温度下, 手征对称性才得到恢复. 弄清楚导致这两种相变的临界温度存在差异的物理机制便成为人们十分关心的问题. 在解释强子静态性质方面取得了相当大成功的手征孤子模型^[2,3]为分析上述问题提供了依据. 该模型所基于的一个基本思想是^[4], 产生强子的夸克束缚态的作用力与产生夸克绝对禁闭的作用力是分离的, 后者在大尺度范围内起主导作用, 而前者的作用范围为 $0.2 \sim 1\text{fm}$, 并在该范围内形成库仑型的强相互作用, 导致强子束缚态的存在和手征对称性的自发破缺. 显然, 根据手征孤子模型, 仅仅解除禁闭并不能导致手征对称性的恢复, 只有当上述库仑型的束缚态也被解除后, 手征对称性才得到恢复. 本文具体讨论了手征孤子模型的高温行为, 同时分析了强作用束缚态——手征孤子解以及费米子对凝聚对温度的依赖关系, 发现的确只有当温度足够高, 夸克内不仅禁闭解除而且连强子束缚态也不能形成时, 手征对称性才得以恢复.

二、在有限温度下的手征相变

1. 模型

手征孤子模型^[2,3]是建立在夸克层次上的一种典型的唯象模型, 它不仅具有自发破缺

本文 1991 年 10 月 29 日收到.

* 国家自然科学基金资助.

的手征对称性,而且给出了形成强子束缚态的一种较直观的物理图象.该模型认为,产生强子夸克束缚态的相互作用不仅与产生绝对禁闭的相互作用力是分离的,而且还可通过介子交换及它们自身的相互作用来描述^[2],它所采用的拉氏量密度在形式上与 Gell-Mann-Levy 的线性 σ 模型的拉氏量密度相同,但是其中的核子场应由夸克场来代替,即

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\boldsymbol{x}) = & \bar{\psi}(\boldsymbol{x})\{i\gamma^\mu\partial_\mu + g[\sigma(\boldsymbol{x}) + i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\gamma}_5]\}\psi(\boldsymbol{x}) \\ & + \frac{1}{2} [\partial_\mu\sigma(\boldsymbol{x})]^2 + \frac{1}{2} [\partial_\mu\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{x})]^2 - V(\sigma, \boldsymbol{\pi}), \end{aligned} \quad (1)$$

其中介子相互作用势为

$$V(\sigma, \boldsymbol{\pi}) = \frac{1}{4} \lambda [\sigma^2(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{\pi}^2(\boldsymbol{x}) - v^2]^2. \quad (2)$$

式(1)中 $\psi(\boldsymbol{x})$ 、 $\sigma(\boldsymbol{x})$ 和 $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{x})$ 分别为夸克场、 σ 场和 $\boldsymbol{\pi}$ 介子场, g 和 λ 是无量纲耦合常数,采用文献[2]中选定的参数值,则 $g = 5.28$, $\lambda = 82.1$, $v = 91.7$.

2. 基本方程

对于拉氏量密度为(1)的热平衡系统,在有限温度下,所有的物理可观测量均由 Gibbs 平均

$$\langle \cdots \rangle = \text{Tr}[\exp(-\beta H) \cdots] / \text{Tr}[\exp(-\beta H)] \quad (3)$$

来描写,其中 β 为温度 T 的倒数, H 是系统的哈密顿量.为考察手征孤子模型的高温行为,对介子场作如下平移^[2]:

$$\sigma = \sigma' + v, \quad \boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\pi}' + \boldsymbol{p}, \quad (4)$$

其中 v 、 \boldsymbol{p} 分别为 σ 场、 $\boldsymbol{\pi}$ 场的 Gibbs 平均值.将平移后的场量代入(1),进而得到介子场运动方程.再取其 Gibbs 平均,同时按 Walecka 平均场方法^[6],将费米场运动方程中玻色场算符用其相应的 Gibbs 平均值代替,并限于仅考虑静态性质,得

$$[-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\nabla} - g\boldsymbol{\gamma}_0(v + i\boldsymbol{\gamma}_5\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{p})]\psi = \varepsilon\psi, \quad (5.1)$$

$$\nabla^2 v = \frac{\partial V}{\partial v} - g\langle \bar{\psi}\psi \rangle, \quad (5.2)$$

$$\nabla^2 p_j = \frac{\partial V}{\partial p_j} - g\langle i\bar{\psi}\boldsymbol{\gamma}_5\boldsymbol{\tau}_j\psi \rangle, \quad j = 1, 2, 3, \quad (5.3)$$

其中 ε 为 ψ 的本征值, V 为(2)式的 Gibbs 平均,在 Hartree 近似^[7]下,

$$V = \frac{1}{4} \lambda \left(v^2 + \boldsymbol{p}^2 + \frac{T^2}{2} - v^2 \right)^2 + \frac{1}{32} \lambda T^4. \quad (6)$$

式(5)就是在有限温度下手征孤子模型中的基本方程.由此方程组出发,我们即可探讨介子相互作用等效势、孤子解及费米凝聚等对温度的依赖关系.

3. 等效势及手征相变

在有限温度下,介子相互作用的等效势 V_{eff} 应满足:

$$\frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial v} = -(\partial_i^2 - \nabla^2)v = \frac{\partial V}{\partial v} - g\langle \bar{\psi}\psi \rangle, \quad (7.1)$$

$$\frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial p_i} = -(\partial_i^2 - \nabla^2)p_i = \frac{\partial V}{\partial p_i} - g\langle i\bar{\psi}\gamma_5\tau_i\psi\rangle. \quad (7.2)$$

为求出(7)中费米子贡献部分,我们定义正则系综合外源的配分函数

$$Z[J] = \int [d\nu][d\mathbf{p}][d\bar{\psi}][d\psi] \cdot \exp\left\{-\int_0^\beta d\tau \int d^3x (\mathcal{L} + \sigma \cdot J_\sigma + \mathbf{p} \cdot J_p)\right\}, \quad (8)$$

并由它给出 $\psi(x)\bar{\psi}(y)$ 的统计平均值

$$S_\beta^f(x-y) = \frac{1}{Z[J]} \int [d\nu][d\mathbf{p}][d\bar{\psi}][d\psi] T\psi(x)\bar{\psi}(y) \cdot \exp\left\{-\int_0^\beta d\tau \int d^3x (\mathcal{L} + \sigma \cdot J_\sigma + \mathbf{p} \cdot J_p)\right\}. \quad (9)$$

略去费米子自能对传播子的贡献^[8],可得

$$[\gamma \cdot \partial + g(\nu + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{p})]S_\beta^f(x-y) = -i\delta^{(4)}(x-y). \quad (10)$$

进而得到费米场的热传播子

$$S_\beta(x-y) = \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{-\gamma \cdot \mathbf{k} + i g\nu + g\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{p}}{k^2 + m^2} \cdot e^{ik(x-y)} \quad (11)$$

其中 m 为夸克的有效质量,

$$k_0 = \frac{i}{\beta} (2n+1)\pi, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

$$m^2 = g^2(\nu^2 + \mathbf{p}^2). \quad (12)$$

于是

$$\langle \bar{\psi}(x)\psi(x) \rangle = -\text{Tr}S_\beta(0) = -\frac{dg\nu}{\beta^2} f(m^2/T^2), \quad (13.1)$$

$$\langle i\bar{\psi}(x)\tau_i\gamma_5\psi(x) \rangle = -\text{Tr}[i\gamma_5\tau_i S_\beta(0)] = -\frac{dg p_i}{\beta^2} f(m^2/T^2), \quad (13.2)$$

这里 d 为简并因子,

$$f(m^2/T^2) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 + m^2/T^2}} \cdot [\exp(\sqrt{x^2 + m^2/T^2} + 1)]^{-1}. \quad (14)$$

其中已利用了平移不变性并略去了零点振荡. 由(6)、(7)、(13)即得

$$\frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial \nu} = \lambda\nu \left\{ \nu^2 + \mathbf{p}^2 - \nu^2 + T^2 \left[\frac{1}{2} + dgf(m^2/T^2) \right] \right\}, \quad (15.1)$$

$$\frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial p_i} = \lambda p_i \left\{ \nu^2 + \mathbf{p}^2 - \nu^2 + T^2 \left[\frac{1}{2} + dgf(m^2/T^2) \right] \right\}. \quad (15.2)$$

孤子解存在的必要条件是等效势至少有三个不同极值点. 注意到 π 介子为赝标量粒子, 在保持宇称守恒情况下, V_{eff} 的极值点方程为

$$\begin{cases} \mathbf{p} = \mathbf{0}, \\ \nu(\nu^2 - Q) = 0, \end{cases} \quad (16)$$

$$Q = \nu^2 - T^2 \left[\frac{1}{2} + dgf(m^2/T^2) \right]. \quad (17)$$

根据方程(16)即可讨论孤子解存在条件及手征相变问题。显然存在某一温度 T_c , 当 $0 \leq T < T_c$ 时, $Q > 0, V_{\text{eff}}$ 有三个不同极值点, 系统处于手征破缺相, 方程(5)存在孤子解; 当 $T \geq T_c$ 时, $Q < 0, V_{\text{eff}}$ 只存在一个唯一的极值点, 孤子解不复存在。此时系统的真空态已无简并, 与此相应平均值 $(\nu, \mathbf{p}) = (0, \mathbf{0})$, 由(12)式知夸克的有效质量 m 变为零, 所以该系统的等效拉氏量密度具有手征不变性, 系统处于手征对称相。当 $T \rightarrow T_c$ 时, $Q \rightarrow 0, V_{\text{eff}}$ 的三个极值点趋于重合, 此为孤子解存在的极限情况。所以 T_c 就是孤子解消失或存在、系统发生手征相变的临界温度。对(15)进行数值求解, 即得到不同温度下 $\mathbf{p} = 0$ 平面上的等效势曲线(图1)。由于 V_{eff} 的极小点随 T 增加而由 $\nu \neq 0$ 连续变到 $\nu = 0$ 处, 所以这种手征相变为连续相变。当略去夸克对凝聚时, 手征相变的临界温度为 $T_c = \sqrt{2\nu^2} \approx 130(\text{MeV})$ 。

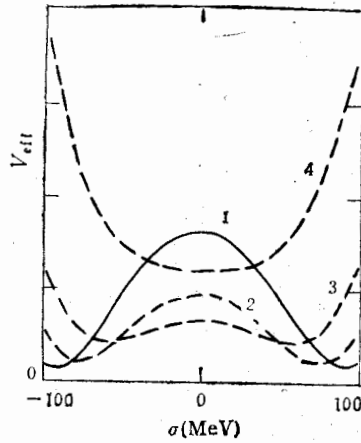


图1 不同温度下的等效势曲线
曲线1;2,3;4分别对应于 $T = 0; 0 < T < T_c; T \geq T_c$ 。

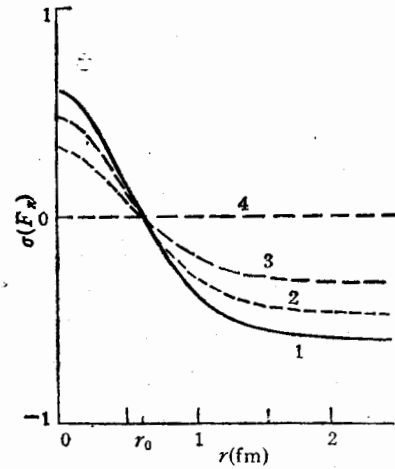


图2 不同温度下的孤子场分布
纵坐标以 $F_0 = 93 \text{MeV}$ 为单位

三、数值解结果

为了有效地对有限温度下的场方程(5)进行数值求解, 我们只计算 hedgehog 解^[2], 即

$$\nu(\mathbf{r}) = \nu(r), \quad \mathbf{p}(\mathbf{r}) = h(r)\hat{r}, \quad (18)$$

$$\phi(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} G(r) \\ i\sigma \cdot \hat{r} F(r) \end{pmatrix} \chi_h, \quad (19)$$

其中 $G(r), F(r)$ 为标量函数, χ_h 为 hedgehog 旋量。于是(5)简化成

$$\frac{d}{dr} \begin{pmatrix} G \\ F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -gh & \varepsilon - g\nu \\ -\varepsilon - g\nu & gh - \frac{2}{r} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} G \\ F \end{pmatrix}, \quad (20.1)$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \cdot \begin{pmatrix} \nu \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial \nu} \\ \frac{\partial V}{\partial h} \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \frac{dg^2}{\beta^2} f(m^2/T^2) & 0 \\ 0 & \frac{dg^2}{\beta^2} f(m^2/T^2) - \frac{2}{r} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v \\ h \end{pmatrix}. \quad (20.2)$$

介子场方程所具有的边界条件应该是^[2],介子场在无穷远处达到其真空值.因此,由(16)有

$$h(\infty) = 0, v(\infty) = \begin{cases} \sqrt{Q}, T \leq T_c. \\ 0, T > T_c. \end{cases} \quad (21.1)$$

夸克场满足^[9]

$$F(r=0) = 0, G(\infty) = F(\infty) = 0, \quad (21.2)$$

$$\int 4\pi(G^2 + F^2)r^2 dr = 1. \quad (22)$$

我们推广文献[9]中的数值计算方法,对场方程(20)进行了数值求解,得到不同温度下的介子场分布和相应的夸克凝聚如图2、3、4所示,其中曲线1;2;3;4分别对应于 $T = 0$; $0 < T < T_c$; $T \geq T_c$. 由图可知,在低温 ($T < T_c$) 下,所得结果与零温时的结果^[2]有类似的图象, σ 介子场的位形形成孤子,孤子半径 $r_0 \sim 0.6\text{fm}$, π 介子场在 $r < r_0$ 区域内达到其峰值. σ 场和 π 场均与夸克场产生相互吸引力,使夸克被束缚在孤子内,并导致产生夸克凝聚,系统的手征对称性发生自发破缺.随着温度由零逐渐升高,孤子位形逐渐变平坦, π 场的峰值和夸克凝聚也逐渐减小.当 $T \rightarrow T_c$ 时, $v \approx 0$, $h \approx 0$, 孤子解消失,凝聚的费米子开始“蒸发”,系统发生手征恢复相变.事实上,当 $v = h = 0$ 时,夸克的有效质量 $m = 0$,这也恰好说明手征对称性得到了恢复.当 $T > T_c$ 时,孤子解不复存在,系统完全处于手征对称相.这些与前一节对介子相互作用等效势的讨论结果相吻合.

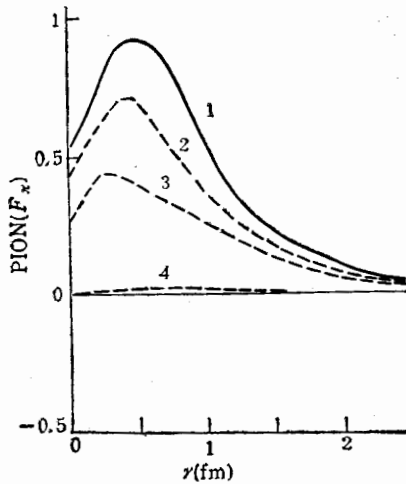


图3 不同温度下的 PION 场分布
纵坐标以 $F_\pi = 93\text{MeV}$ 为单位

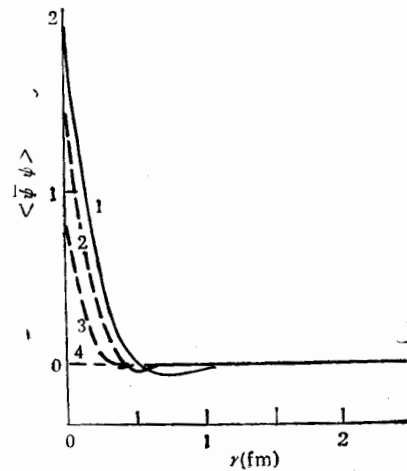


图4 费米凝聚随温度的变化情况
纵坐标单位任意

四、讨论与结论

按手征孤子模型,产生夸克禁闭的力与产生强作用束缚态的力是分离的,与后者相应存在手征孤子解和对称性的动力学自发破缺. 在本文中,我们证实了在足够高的温度下,描述强作用束缚态的手征孤子解会消失,并且手征对称性也相应得到恢复.

由上述结论可以进一步得到一个有启发性的结果. 在有限温度下,人们对 QCD 的禁闭性质和手征对称性有过深入的研究,发现在一定的高温下,会发生从禁闭相到退禁闭相的相变. 与此相应,夸克间的静态位势会从禁闭型过渡到非禁闭的德拜-库仑型; 后者仍可导致强束缚态, 只有当温度足够高, 以致热效应使得德拜长度足够小时, 才不存在束缚态. 并且发现当禁闭解除后, 自发破缺的手征对称并不同时得到恢复. 本文的结果对这两种相变温度不同的原因给出了一种可能的解释, 即按手征孤子模型, 只有在比退禁闭相变临界温度更高的温度下, 当库仑型的强作用因热效应的抵消而变得很弱, 不足以产生束缚态, 从而孤子解消失时, 手征对称性才能得到恢复.

需要指出的是, 以上是借助于手征孤子模型得到的一种可能解释. 如何直接从有限温度 QCD 出发探索两种相变的关系仍是一个尚待深入研究的困难问题.

参 考 文 献

- [1] J. Kogut, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 393; J. Kogut, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 1980; J. Kogut, *Phys. Lett.*, **B187**(1987), 347.
- [2] M. C. Birse and M. K. Banerjee, *Phys. Lett.*, **B136**(1984), 84; *Phys. Rev.*, **D31**(1985), 118; M. C. Birse, *Phys. Rev.*, **D33**(1986), 1934.
- [3] S. Kahana, G. Ripka and V. Soni, *Nucl. Phys.*, **A415**(1984), 351; S. Kahana and G. Ripka, *Nucl. Phys.*, **A419**(1984), 462.
- [4] T. Goldman and R. W. Haymaker, *Phys. Rev.*, **D22**(1981), 724; J. Finger, D. Horn and J. E. Mandula, *Phys. Rev.*, **D20**(1979), 3253; J. Finger, J. E. Mandula and J. Weyer, *Phys. Lett.*, **B96**(1980), 367.
- [5] For a Review, See A. D. Linde, *Rep. Prog. Phys.*, **42**(1979), 389.
- [6] J. D. Walecka, *Ann. Phys.*, **83**(1974), 491.
- [7] A. Larsen, *Z. Phys.*, **C33**(1986), 291.
- [8] Liu Baohua and Li Jiarong, *Phys. Rev.*, **D37**(1988), 190.
- [9] R. Goldflam and L. Willets, *Phys. Rev.*, **D25**(1982), 1951.

Disappearance of Chiral Soliton Solutions and Chiral Phase Transition at High Temperature

DENG SHENGHUA LI JIARONG

(Institute of Particle Physics, Hua-Zhong Normal University, Wuhan 430070)

ABSTRACT

The behavior of the chiral soliton model at high temperature is investigated, as well as the influence of thermal effects on the chiral soliton solutions and the fermion condensation is analysed. One possible physical mechanism is established, which is responsible for why there exists a difference between the critical temperature in deconfinement phase transition and that in chiral restoration phase transition.