

p - ^3He 弹性散射动量空间 库仑作用的研究

宋桂莲 孙大怡 张炎勋

(哈尔滨师范大学物理系, 哈尔滨 150080)

王希平

(哈尔滨师范大学计算中心, 哈尔滨 150080)

摘 要

以 p - ^3He 弹性散射为例, 应用 C. M. Vincent 和 S. C. Phatak 提出的方案, 研究了动量空间库仑作用的处理. 计算了 200—500MeV 的微分散射截面和自旋观测量, 所得结果表明库仑作用仅在动量转移 $q < 3.5\text{fm}^{-1}$ 的区域产生较小的影响.

一、引 言

对核子-核散射问题, 通常采用非相对论一级 KMT 光学势, 解 Lippmann-Schwinger 方程从理论上进行研究. 有关的计算常常是在动量空间完成, 实践证明, 动量空间解散射问题的积分方程比解等效的坐标空间中的积分-微分方程更方便, 特别是处理非定域势问题时.

随着实验核物理的发展, 中能区域质子-核的散射数据越来越丰富和精确. 这就要求理论计算的精确度不断提高. 在动量空间加入库仑势的作用是精确处理带电粒子弹性散射的有效途径. C. M. Vincent 和 S. C. Phatak 已经提出了一种动量空间处理库仑作用的方法^[1], 并已取得成功^[2]. 但在最近的文献中^[3,4], 作者已经注意到: “对质子-核中能散射, 精确应用 V-P 方法是很困难的, 特别是对高分波和大动量转移, 这一方法很难得到可控的稳定的输出结果. 其主要原因是难以选择一个最佳的 R_{cut} .” 本文目的是以 p - ^3He 弹性散射为例, 研究精确应用 V-P 方法的条件和范围, 以便检验库仑作用对散射的影响.

本文在 R. H. Landau 等人研究 p - ^3He 弹性散射理论方案的基础上^[5], 用 V-P 方法加进动量空间库仑势, 计算了 200, 300, 400 和 500MeV 的微分散射截面和自旋观测量, 对所得结果与没有库仑势的结果及实验结果进行了比较, 并作了讨论.

• 黑龙江省自然科学基金资助.

本文 1992 年 9 月 1 日收到.

二、理论和公式

A、纯核势散射

p - ^3He 弹性散射(不包括库仑势)的理论细节可参见文献[5,6]. 基本思想是以 NN 相移实验值作为基本输入量, 计算出 NN 在壳振幅 $a-e$ (见方程(1)), 通过 $a-e$ 的线性组合, 再结合质子和中子的物质和自旋形状因子, 构成动量空间描写 p - ^3He 弹性散射(不含库仑势)的一级光学势. 这个一级光学势出现在 Lippmann-Schwinger 方程中, 通过角动量分解将 Lippmann-Schwinger 方程转化为一维耦合道方程, 数值解此方程^[7], 即得到在壳 pA 的 T 矩阵和相移.

NN 和 p - ^3He 弹性散射 T 矩阵有相同的自旋空间的结构形式^[8,9]:

$$T = \frac{1}{2} [(a+b) + (a-b)\sigma_p \cdot \hat{n}\sigma_2 \cdot \hat{n} + (c+d)\sigma_p \cdot \hat{m}\sigma_2 \cdot \hat{m} + (c-d)\sigma_p \cdot \hat{l}\sigma_2 \cdot \hat{l} + e(\sigma_p + \sigma_2) \cdot \hat{n} + f(\sigma_p - \sigma_2) \cdot \hat{n}]. \quad (1)$$

角标 'p' 代表入射质子, '2' 代表靶. 所要计算的微分散射截面和自旋观测量由下面公式给出:

$$\sigma = (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 + |f|^2)/2, \quad (2)$$

$$A_{n0} = \text{Re}(a^*e + b^*f)/\sigma, \quad (3)$$

$$A_{0n} = \text{Re}(a^*e - b^*f)/\sigma, \quad (4)$$

$$A_{nn} = (|a|^2 - |b|^2 - |c|^2 + |d|^2 + |e|^2 - |f|^2)/2\sigma, \quad (5)$$

$$A_{ln} = -\text{Im}(d^*e + c^*f)/\sigma, \quad (6)$$

$$A_{nl} = -\text{Im}(d^*e - c^*f)/\sigma, \quad (7)$$

$$A_{mm} = \text{Re}(a^*d + b^*c)/\sigma, \quad (8)$$

$$A_{ll} = -\text{Re}(a^*d - b^*c)/\sigma. \quad (9)$$

B、库仑势的处理

采用动量空间处理库仑势的 V-P 方法, 需适当地选取一个半径 R_{cut} , 在它外部核势为零, 库仑势的渐近形式为 $\frac{ze^2}{r}$, 在它内部总的势应当是纯核势与库仑势之和, 即:

$$U = \begin{cases} U^{\text{nucl}} + U^{\text{coul}}, & r < R_{\text{cut}} \\ U^{\text{coul}} \rightarrow \frac{ze^2}{r}, & r > R_{\text{cut}} \end{cases} \quad (10)$$

$r < R_{\text{cut}}$ 处的动量空间库仑势的表示为^[10]

$$U^{\text{coul}} = \frac{ze^2}{2\pi^2q^2} [\rho(q) - \cos(qR_{\text{cut}})], \quad (11)$$

式中 $\rho(q)$ 是基态核电荷密度的 Fourier 变换. 如果将核看成半径为 R_c 的均匀带电球, 则

$$\rho(q) = 4\pi\rho_0 \int_0^{R_c} r^2 \frac{\sin qr}{qr} dr, \quad (12)$$

其中: $\rho_0 = 3/4\pi R_c^3$, R_c 是带电球半径.

$$R_c \neq R_{\text{cut}}, \quad R_c = \sqrt{\frac{5}{3} \langle r^2 \rangle}. \quad (13)$$

将(12)式积分, 并代入 ρ_0 , 则得:

$$\rho(q) = \frac{3}{q^2 R_c^2} \left[\frac{\sin q R_c}{q R_c} - \cos(q R_{\text{cut}}) \right], \quad (14)$$

$$\text{由于 } \rho(q) \xrightarrow{q \rightarrow 0} 1 - q^2 \frac{\langle r^2 \rangle}{3!} + q^4 \frac{\langle r^4 \rangle}{5!} \dots, \quad (15)$$

$$\cos(q R_{\text{cut}}) \xrightarrow{q \rightarrow 0} 1 - q^2 \frac{R_{\text{cut}}^2}{2!} + q^4 \frac{R_{\text{cut}}^4}{4!} \dots, \quad (16)$$

∴ 当 $q \rightarrow 0$ 时

$$U^{\text{coul}}(q) \xrightarrow{q \rightarrow 0} \frac{ze^2}{4\pi^2} R_{\text{cut}}^2. \quad (17)$$

这就排除了(11)式中 $1/q^2$ 的奇点.

在研究过程中我们发现, 为了得到稳定可靠的输出结果, 应将库仑势做精确地分波展开, 展开方法参见文献[11]. 展开后的库仑势 U^{coul} 加到分波展开后的一级光学势 $U_{\text{el}}^{\text{el}}$ (k', k) 中, 作为总的光学势出现在一维耦合道方程中, 求解后得 T 矩阵 $T_{ll'}^j$ 和相移 $\delta_{ll'}^j$, 同时得到波函数 ψ_{ll} . 在点 R_{cut} 处波函数 ψ_{ll} 与 R_{cut} 外部的库仑波函数平滑匹配, 从而可以确定出存在库仑势时的核相移 δ_{ll}^{Nc} :

$$\tan \delta_{ll}^{\text{Nc}} = \frac{\tan \delta_{ll} [F, G_0] + [F, F_0]}{[F_0, G] + \tan \delta_{ll} [G_0, G]}, \quad (18)$$

$$\text{其中:} \quad [F, G] = G \frac{dF}{dr} - F \frac{dG}{dr}. \quad (19)$$

$F(F_0)$ 和 $G(G_0)$ 为规则和不规则库仑波函数^[12].

三、结果与讨论

在文献[5]所使用的计算程序 Lpotp^[13] 的基础上, 本文加进库仑势后进行了修改和调试. 为了便于与原来(不含库仑势)的结果^[5] 相比较, 计算中使用的基本输入量 NN 相移, ³He 核内质子和中子的物质和自旋形状因子, 及其它有关参数均与文献[5]相同. 并选取 $R_c = 3\text{fm}$, $R_{\text{cut}} = 4, 5, 6, 7, 8, 9\text{fm}$, 分波数 $L = 16, 24, 32$, 计算了 200, 300, 400, 和 500MeV 的微分散射截面和自旋观测量. 同时计算了不同 R_{cut} 时的相移 δ_{ll}^{Nc} .

我们发现①所计算的相移敏感的依赖于 R_{cut} 的选取, 但在 $R_{\text{cut}} = 5 - 7\text{fm}$ 的范围内, 相移值随 R_{cut} 的变化相对稳定, 当 $R_{\text{cut}} = 7\text{fm}$ 时, 相移 δ_{ll}^{Nc} 随分波数 L 的增加迅速趋于零, 即收敛性较好, 而此时所计算的微分散射截面和自旋观测量有较好的结果. 因而我们认为, 可以将所计算的相移 δ_{ll}^{Nc} 随分波数 L 增加的收敛性作为选取 R_{cut} 的依据. ②当分波数 L 的最大值 $L_{\text{max}} = 24$ 时, 在动量转移 $q < 3.5\text{fm}^{-1}$ 的区域, 所计算的微分散射截面和自旋观测量 A_{no} 有较好的改进. ③库仑势的影响主要在 q 较大的区域, 且影响是比较小的.

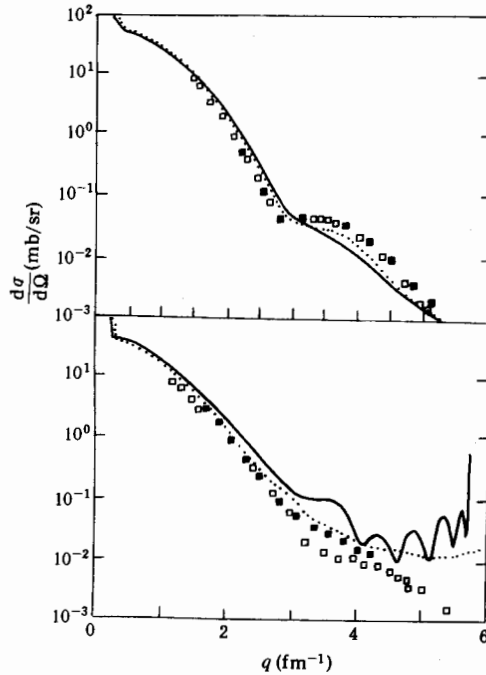


图1 (上)500MeV p - ^3He 弹性散射微分截面
(下)300MeV p - ^3He 弹性散射微分截面
实线来自[5],虚线来自本文,实验点来自
[14],[15]

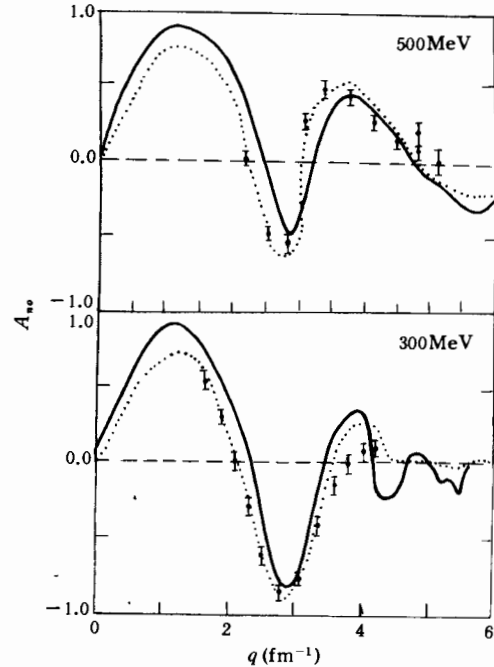


图2 p - ^3He 弹性散射自旋观测量 A_{no}
实线来自[5],虚线来自本文,实验点来自[14]

图1—图4给出了300和500MeV的微分散射截面和自旋观测量作为 q 的函数的理论值和实验值.200和400MeV的结果与此有相同的趋势.图中实线是原来计算结果(来自文献[5]),点线是本文计算结果,实验数据来自文献[14],[15].

图1显示本文计算的微分散射截面比原来计算结果与实验数据符合的更好些,特别是在干涉极小处改进较明显,直到 $q=4\text{fm}^{-1}$ 的区域.

图2显示自旋观测量 A_{no} ,直到 $q=3.5\text{fm}^{-1}$ 的区域,都有较好的改进.

图3显示自旋观测量 A_{m} 无明显改进,特别是在 $q>3.5\text{fm}^{-1}$ 的区域.

图4显示自旋观测量 A_{m} ,无明显改进.

自旋观测量 A_{ll} , A_{lm} , A_{ml} 和 A_{mm} ,目前尚未有实验数据可以比较,仅是一些理论值,因而没有给出图示.

图5给出了不同 R_{cut} 时相移 δ_L^{Nc} 随分波数 L 的变化情况,由图可见在 $R_{\text{cut}}=5-7\text{fm}$ 时 δ_L^{Nc} 相对稳定,而在 $R_{\text{cut}}=7\text{fm}$ 时 δ_L^{Nc} 收敛最快,这是我们在应用V-P方法时选取 R_{cut} 的依据.

综上所述,通过对 p - ^3He 弹性散射的研究,我们认为如果对库仑势进行精确地分波分解;对 R_{cut} 细心选择,其依据是使所计算的相移快速收敛,则V-P方法将可能被正确地应

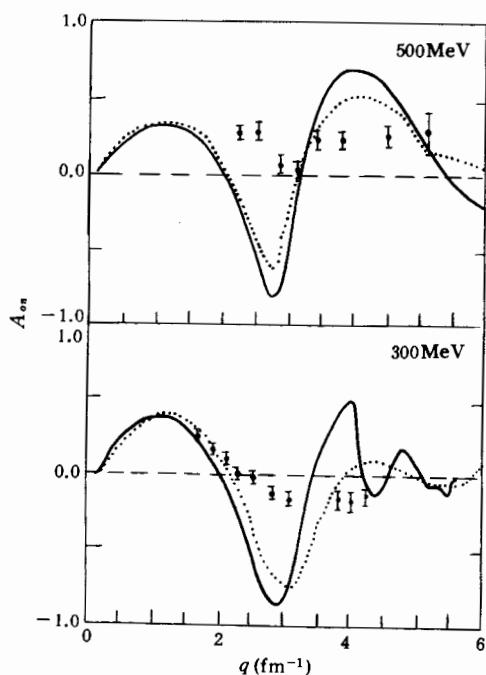


图 3 p - ^3He 弹性散射自旋观测量 A_{on}
实线来自[5],虚线来自本文,实验点来自[14]

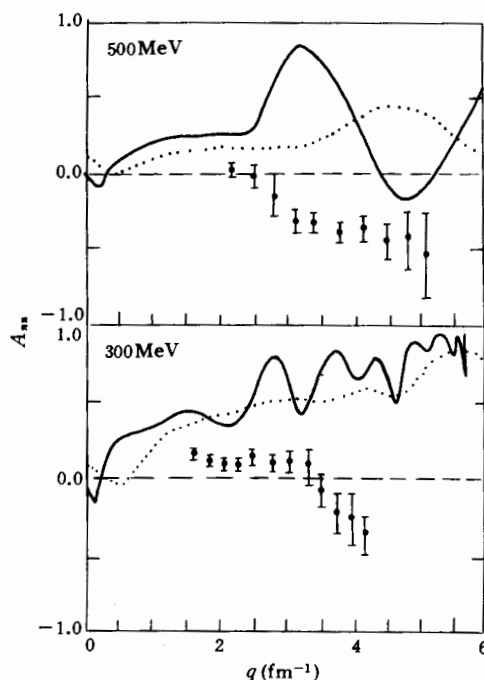


图 4 p - ^3He 弹性散射自旋观测量 A_{nn}
实线来自[5],虚线来自本文,实验点来自[14]

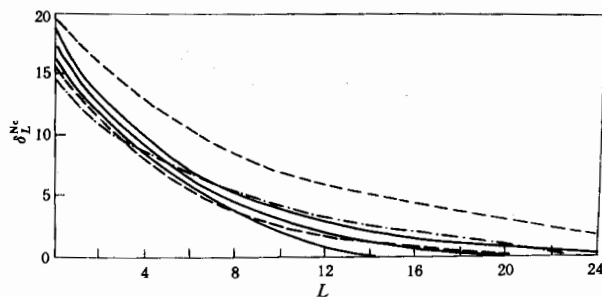


图 5 400MeV 下 $R_{\text{cut}} = 4, 5, 6, 7, 8, 9\text{fm}$ 时相移随分波数 L 的变化情况

用于中能质子-核弹性散射. 对 p - ^3He 弹性散射, 当分波数 $L_{\text{max}} = 24$, $R_{\text{cut}} = 7\text{fm}$ 时, 在动量转移 $q < 3.5\text{fm}^{-1}$ 的区域, 库仑势对所计算的微分散射截面和自旋观测量 A_{on} 有较好的改进, 但它对所计算的结果仅有较小的影响.

参 考 文 献

- [1] C. M. Vincent, S. C. Phatak, *Phys. Rev.*, **C10**(1974),391.
- [2] Kr. T. Kim, Y. E. Kim, R. H. Landau, *Phys. Rev.*, **C36**(1987),2155.
- [3] Perespo, J. A. Tostevin, *Phys. Rev.*, **C41**(1990),2615.
- [4] A. Pickiesimer, P. C. Pandey, R. M. Thaler and D. H. Wolfe, *Phys. Rev.*, **C30**(1984),1861.
- [5] R. H. Landau, M. Sagen, G. He, *Phys. Rev.*, **C41**(1990),50.
- [6] M. J. Paez, R. H. Landau, *Phys. Rev.*, **C29**(1984),2267.

- [7] M. I. Haftel, F. Tabakin, *Nucl. Phys.*, **A158**(1970),1.
- [8] J. Bystricky, F. Lelhar, P. Winterhitz, *J. Phys.*, (*paris*)**39**(1978),1.
- [9] P. La France, P. Winterhitz, *J. Phys.*, (Paris) **41**(1980),1391.
- [10] R. H. Landau, *Computer Phys. Commun.*, **28**(1982),109.
- [11] R. A. Eisenstein, F. Tabakin, *Phys. Rev.*, **C26**(1982),1.
- [12] M. Abramowitz, I. Stegun, *Handbook of Mathematical Function* Dover, New York, (1970)
- [13] M. Sagen, R. H. Landau, *Comput. Phys. Commun.*, **52**(1988),141.
- [14] D. K. Hasell et al, *Phys. Rev.*, **C34**(1986),236.
- [15] O. Hausser, *Proceedings, PARIS90, Editions Frotieres*(Gif-Sur-Yvette 1990)

Treatment of Coulomb Interaction in Momentum Space for p-³He Elastic Scattering

SONG GUILIAN SUN TAIYI ZHANG YANXUN

(*Department of Physics Harbin Normal University, Harbin 150080*)

WANG XIPING

(*Center of Comoutator, Harbin Normal University, Harbin 150080*)

ABSTRACT

Applying the method proposed by C. M. Vincent and S. C. Phatak to p-³He elastic scattering, we studied the treatment of Coulomb interaction in momentum space. The differential cross sections and spin observables at 500,400,300 and 200MeV are calculated. The present results are discussed and compared with previous results and experimental data.