

单粒子半单举快度分布的 Cluster 效应

张阳 蔡勖

(华中师范大学粒子物理研究所, 武汉 430070)

摘 要

本文用最小相对信息熵方法(MRIE)给出了高能强子-强子碰撞末态的单粒子半单举快度分布. 发现 Cluster 效应导致了分布曲线峰位置的中心偏离, 而且多重数越低, Cluster 效应越明显.

一、引 言

随着对撞机质心系能量 \sqrt{s} 的提高, 强子-强子碰撞的末态产生的带电粒子(以下简称粒子)多重数不断增加, 实验数据的统计量和类型大为丰富, 从而使人们在分析产生粒子的单举分布时, 更进一步注意到它们的非单举性质以及相应动力学机制, 如涨落、干涉效应等^[1]. 如所周知, N 粒子末态的半单举单粒子快度 y (或赓快度 η) 分布有三个显著的特征^[2]:

- 中心快度区内分布曲线存在平台, 而在碎裂区的分布曲线急剧下降;
- 快度 $y=0$ 处, 平台的高度随 \sqrt{s} 的升高, 比 N 随 \sqrt{s} 的升高快得多;
- 当多重数 N 增加时, 分布曲线的峰的位置向 y 减小的方向移动.

近几年来, 许多理论工作者试图建立起各种理论模型来解释这些现象. 其中, Takagi^[3]在仅考虑到能量-动量守恒的约束下得到快度分布曲线, 其结果不能出现快度平台, 并且在 $N \geq 30$ 曲线的峰的位置总是在 $y=0$ 处, $N < 30$, 碎裂区曲线不仅不下降, 反而急剧上升, 显然与实验不符. 为了解决这个问题, 我们在本文中将考虑关联及被实验广泛证实存在的 Cluster 效应, 讨论它们对单粒子快度分布的多重数依赖的影响, 从而得到更符合实验的快度分布曲线. 在第二节中, 先简要地叙述最小相对信息熵方法(MRIE)的基本原理; 第三节在考虑到 Cluster 模型的基础上, 利用最小相对信息熵原理给出产生粒子的半单举单粒子快度分布. 与 CERN/UA5 合作组的实验数据拟合的计算结果和讨论, 在第四节中给出.

二、MRIE 原理

最小相对信息熵方法(MRIE)的基本原理^[4], 是根据已知物理量的某些函数的期望

* 国家自然科学基金、国家教委优秀年轻教师基金和霍英东基金资助.

本文 1992 年 2 月 9 日收到.

值,来求出关于该物理量的未知几率分布.它与最大熵方法的主要不同之处,在于先要通过物理分析,对未知的分布给出初始估计.

设物理量 x 的 K 个函数 $f_j(x)$ 的期望值为 \bar{f}_j , ($j=1, \dots, K$), 即

$$\int_{\Omega} dx f_j(x) g(x) = \bar{f}_j, (j=1, \dots, K) \quad (1)$$

其中, $g(x)$ 是需求的未知分布, 它满足归一化条件

$$\int_{\Omega} dx g(x) = 1 \quad (2)$$

根据 MRIE 原理, 首先要求对 $g(x)$ 给出一个初始的估计, 我们把它记为 $q(x)$. 定义一个相对信息熵函数

$$H(g, q) = \int_{\Omega} dx g(x) \log [g(x)/q(x)]. \quad (3)$$

然后, 通过取 H 的最小值来求 $g(x)$.

如果令

$$S = \int_{\Omega} dx g(x) \log g(x), \quad (4.a)$$

$$S_0 = \int_{\Omega} dx g(x) \log q(x), \quad (4.b)$$

存在一个 Gibbs 定理^[4]:

$$S \leq S_0 \quad (5)$$

当且仅当 $q(x) = g(x)$, $x \in \Omega$ 时, 式(5)取等号. 这是信息理论中一个非常有用的定理.

如果式(1)是线性的, 容易得到

$$g(x) = q(x) \exp \left[-a - \sum_{j=1}^K b_j f_j(x) \right], \quad (6)$$

式中,

$$a = \ln \int_{\Omega} dx g(x) \exp \left[- \sum_{j=1}^K b_j f_j(x) \right], \quad (7)$$

$$- \partial a / \partial b_j = \bar{f}_j, \quad (8)$$

而 $Z = \exp(a)$ 就是通常所说的配分函数.

三、产生粒子的纵向相空间分布

由于软过程的末态粒子的横动量很小, 我们将只讨论纵向相空间.

1. 遍举与半单举的速度分布

我们把 N 粒子末态遍举速度分布记为 $G_N(y_1, \dots, y_N)/N!$, 它满足归一化条件

$$\int_{\Omega} \left[\prod_{i=1}^N dy_i \right] G_N(y_1, \dots, y_N)/N! = 1. \quad (9)$$

由此可得 N 粒子末态的半单举 ν 粒子速度分布 ($\nu \leq N$)

$$\rho_N(y^{(1)}, \dots, y^{(v)}) = \int_a \left[\prod_{i=1}^N dy_i \right] (1/v!) \sum_{\substack{j_1, \dots, j_v=1 \\ j_1 \neq j_2 \neq \dots \neq j_v}}^N \delta(y^{(1)} - y_{j_1}) \dots \delta(y^{(v)} - y_{j_v}) G_N(y_1, \dots, y_N) / N! \quad (10)$$

其归一化为

$$\int_a dy^{(1)} \dots dy^{(v)} \rho_N(y^{(1)}, \dots, y^{(v)}) = N(N-1) \dots (N-v+1), \quad (11)$$

2. 相对信息熵

按照第二节的讨论, 我们构造试探函数 $q(y)$. 考虑到统计物理的 Gibbs 分布, 取第 i 个粒子能量为 ϵ_i 的几率密度为

$$q(y_i) = \alpha \exp(-\beta \epsilon_i) = \alpha \exp(-\beta \mu \cosh y_i), \quad (12)$$

其中 μ 是末态粒子的平均横质量, $q(y_i)$ 满足归一化条件

$$\int_a dy_i q(y_i) = 1. \quad (13)$$

由此, N 粒子末态的遍举快度分布的试探函数为

$$Q_N(y_1, \dots, y_N) / N! = \prod_{i=1}^N q(y_i). \quad (14)$$

现在, 我们定义相对信息熵为

$$H(G, Q) = \int_a \left[\prod_{i=1}^N dy_i \right] [G_N(y_1, \dots, y_N) / N!] \ln \left[\frac{G_N(y_1, \dots, y_N) / N!}{Q_N(y_1, \dots, y_N) / N!} \right], \quad (15)$$

3. Cluster 效应:

实验表明, 末态粒子之间存在二粒子快度关联, 这说明末态粒子的产生过程不是独立产生, 而是具有某种约束机制, 即 Cluster 机制^[5]

Cluster 机制认为: 强子-强子碰撞后, 首先产生 Cluster, 然后由 Cluster 各向同性衰变产生 N 个末态粒子. 假定一个 Cluster 衰变成 k 个粒子, 则半单举快度关联函数服从高斯分布:^[5]

$$C_N(\eta_1, \eta_2) = \frac{\langle k(k-1) \rangle}{\langle k \rangle} \Big|_N \rho_N[(\eta_1 + \eta_2)/2] \frac{1}{2\sqrt{\pi}\delta_N} \exp\left[-\frac{(\eta_1 - \eta_2)^2}{4\delta_N^2}\right] - \frac{\rho_N(\eta_1)\rho_N(\eta_2)}{N} \left[1 + \frac{\langle k(k-1) \rangle}{\langle k \rangle} \Big|_N \right], \quad (16)$$

式中, δ_N 是衰变宽度.

如果假定 n 个 Cluster 产生 N 个末态粒子的几率 q_n^N 服从 Poisson 分布, 则可得 k 的平均值: $\langle k \rangle \approx 1.9$, 它与 ISR 结果 $\langle k \rangle \approx 1.8$ 相符.

4. 约束条件

考虑遍举的快度 y_1, \dots, y_N 的函数 $f_j(y_1, \dots, y_N)$, ($j=1, \dots, K$), 它们的期待值若是已知的, 可以构成 K 个约束条件

$$\int_a \left[\prod_{i=1}^N dy_i \right] f_j(y_1, \dots, y_N) G_N(y_1, \dots, y_N) / N! = \bar{f}_j. \quad (17)$$

显然, 作为最一般性的考虑, 归一化条件和能量-动量守恒是基本的运动学约束条件:

①归一化约束

$$f_1(y_1, \dots, y_N) = 1, \quad (18a)$$

$$\bar{f}_1 = 1. \quad (18b)$$

②能量守恒约束

$$f_2(y_1, \dots, y_N) = \mu \sum_{i=1}^N \cosh y_i, \quad (19a)$$

$$\bar{f}_2 = h \sqrt{s}. \quad (19b)$$

式中, h 是一个与带头粒子和产生的中性粒子等效效应有关的常数.

③纵动量守恒约束

$$f_3(y_1, \dots, y_N) = \mu \sum_{i=1}^N \sinh y_i, \quad (20a)$$

$$\bar{f}_3 = 0 \quad (20b)$$

由于高能强子-强子碰撞是一个极其复杂的非微扰的强相互作用过程,碰撞末态的产生粒子之间存在着各种类型的关联,如电荷局域守恒、玻色-爱因斯坦凝聚、长程关联和短程关联等.这些关联及其相应的动力学机制的作用,应当在半单举的单粒子快度分布的特征中有所表现.在本文中,我们将考虑表现得最为突出的由 Cluster 效应所带来的两粒子短程关联,由此来研究它对半单举的单粒子快度分布的多重数依赖的影响.

④Cluster 约束(两粒子关联约束)

$$f_4(y_1, \dots, y_N; \zeta) = \frac{1}{2!} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N \delta(\zeta - y_i - y_j), \quad (21a)$$

$$\bar{f}_4(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-\zeta^2/2\sigma^2). \quad (21b)$$

式中, σ 是衰变宽度.实验表明, $\sigma \approx 1.09$

5. 半单举的单粒子快度分布

在以上四个约束条件下,对相对信息熵 $H(G, Q)$ 求极小,我们得到 N 粒子的遍举分布

$$G_N(y_1, \dots, y_N)/N! = [Q_N(y_1, \dots, y_N)/N!] \exp(-a - F_N). \quad (22)$$

式中,

$$a = \ln \int_a \left[\prod_{i=1}^N dy_i \right] [Q_N(y_1, \dots, y_N)/N!] \exp(-F_N), \quad (23a)$$

$$F_N = b f_2(y_1, \dots, y_N) + c f_3(y_1, \dots, y_N) + \int_a d\zeta \lambda(\zeta) f_4(y_1, \dots, y_N; \zeta), \quad (23b)$$

其中, b, c 和 λ 是待定的系数,它们满足以下的关系

$$-\frac{\partial a}{\partial b} = h \sqrt{s}, \quad (24a)$$

$$-\frac{\partial a}{\partial c} = 0, \quad (24b)$$

$$-\frac{\partial a}{2\lambda(\xi)} = (1/\sqrt{2\pi\sigma})\exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right). \quad (24c)$$

将(22)式代入(19)、(20)、(21)式可得到 b, c, λ .

考虑质子-反质子碰撞, 由于射弹与靶的对称, 末态粒子的分布在快度空间是前后对称的. 于是我们有

$$G_N(y_1, \dots, y_N) = G_N(-y_1, \dots, -y_N), \quad (25)$$

故 $c=0$. 利用(10)式, 作积分可得到 N 粒子末态的半单举单粒子分布

$$\rho_N(y) = A_N \exp(-B_N \cosh y) \cdot \int_a dx \exp[-B_N \cosh x + C_N(y-x)^2]. \quad (26)$$

其中 A_N 是归一化常数, B_N 反映了能量动量守恒的约束, C_N 反映了 Cluster 效应. 如果不考虑 Cluster 效应, 则 $C_N=0$,

$$\rho_N(y) = A_N \exp(-B_N \cosh y) \int_a dx \exp(-B_N \cosh x). \quad (27)$$

我们将通过与实验的比较来确定待定参数.

四、计算结果及讨论

将(26)式与 CERN/UA5 合作组的实验数据^[2]拟合, 我们分别得到 $\sqrt{s}=200, 546$ 和 900GeV 的实验和理论曲线图(见图 1). 作为比较我们也绘出了无 Cluster 时的理论曲线(见图 2).

由图可以看出:

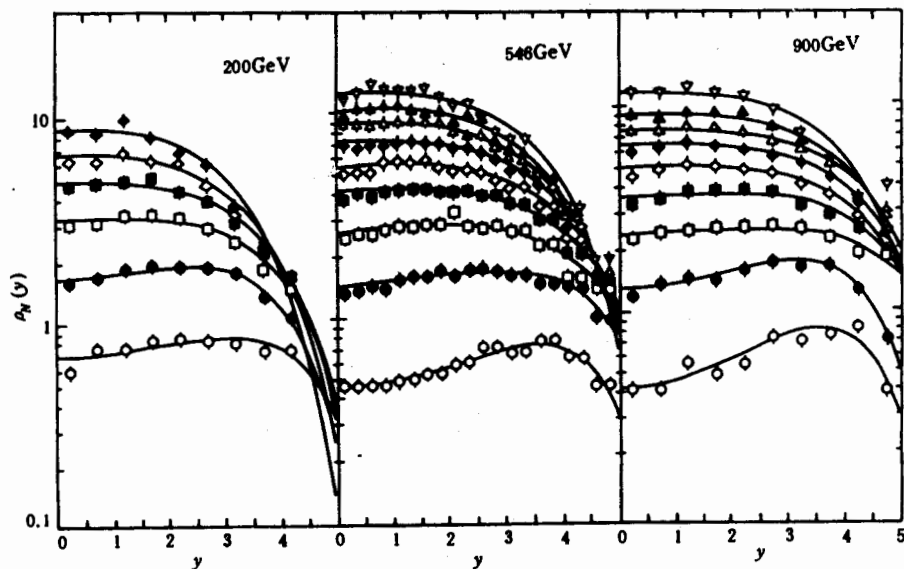


图1 考虑 Cluster 效应后的快度曲线与实验值的比较图不同多重数的标号为:

○2-10 ●12-20 □22-30 ■32-40 ◇42-50 ◆52-60 △62-70 ▲72-80 ▽82-

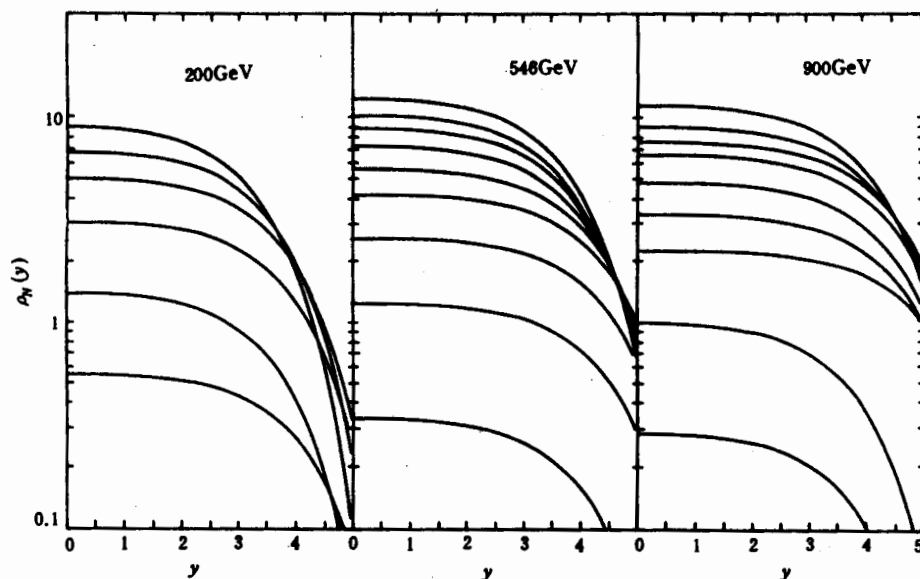


图2 不考虑 Cluster 效应时的半单举单粒子快度分布曲线,不出现快度平台

1. 如果不考虑 Cluster 效应时,快度分布曲线峰总是在原点(即 $y=0$ 处),特别是在低多重数时更加偏离实验数据. Cluster 的引入使曲线峰不出现在原点,因此快度分布曲线会出现平台.

2. 随着多重数的升高,Cluster 效应使曲线峰逐渐向原点靠近,这也正是能量动量守恒所要求的.由图可见,当 $N>50$ 时,Cluster 效应基本上被“淹没”,有 Cluster 与无 Cluster 曲线几乎重合.

因此,Cluster 效应的引入使得理论曲线较好地反映了实验上快度分布的特征:

感谢刘连寿教授有益的讨论和帮助.

参 考 文 献

- [1] 第21届国际多粒子动力学讨论会文集,1991年9月22—27日,武汉,吴元芳和刘连寿编辑,新加坡世界科学出版社.
- [2] R. E. Ansonge, et al, UA1 合作组, CERN-EP/88-172, Dec. 1988. C. Geich-Gimbel, BONN-HE-97-30, Nov. 1987.
- [3] Fujio Takagi and Tatsuo Tsukamoto, *Phys. Rev.*, D38(1988), 2288.
- [4] J. E. Shore and R. W. Johnson, Properties of cross-entropy minimization, *IEEE Trans. Inf Theory*, IT-27, pp. 472-482, (1981). S. Watanabe, 'Knowing and Guessing, a Quantitative Study of inference and information', Johniley and Sons, Inc., New York, 1969
- [5] R. E. Ansonge et al. (UA5); *Z. Phys.*, C37(1988), 191, and papers therein.

The Cluster Effect of The Semi-Inclusive Single-Particle Rapidity Distribution

ZHANG YANG CAI XU

(Institute of Particle Physics Hua-Zhong Normal University, Wuhan 430070)

ABSTRACT

In this paper, the theory of the minimum relative information entropy (MRIE) is applied to deduce the semi-inclusive single-particle rapidity distribution of final states of h-h produced in high energy collisions. It is found that the cluster effect leads to centre deviate of the curve peaks of rapidity distribution, and the lower the multiplicity is, the more notable the cluster effect becomes.