第18卷 第10期　　高能物理与核物理　　Vol. 18, No. 10
1994年10月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Oct., 1994

q变形带电 Fermion 相干态和 q' 变形的 $SU(3)$ 电荷、超荷 Fermion 相干态*

郝三如　李光华　龙君彦
（长沙水利电力师范学院物理系　长沙　410077）
1993年8月10日收到

摘　　要

利用 q 变形的 Fermion 振子代数讨论了 q 变形的带电 Fermion 相干态和 q 变形的 $SU(3)$ 电荷、超荷 Fermion 相干态。利用 q-Fermion Fock 空间中的基矢的完闭性，得到上述两种相干态的具体表现形式。将 q 变形的结果与普通结果比较发现：在变形参数 $q=1$ 时，q 变形的带电 Fermion 相干态和 $SU(3)$ 电荷、超荷 Fermion 相干态自然回到普通的带电 Fermion 相干态和 $SU(3)$ 电荷、超荷 Fermion 相干态。

关键词　q 变形带电 Fermion 相干态，q 变形 $SU(3)$ 电荷，超荷 Fermion 相干态，q 变形 Fermion 振子。

1 引　　言

近来，人们对 q 变形 Boson 谐振子的研究发生了极大兴趣[1-3]。并且利用 q 变形 Boson 振子的产生、湮没算子的对易关系构造了 q-Boson 的 Fock 态及相应的 Boson 相干态[1]。最近，范洪义教授等人[4]利用 q 变形 Boson 振子代数，在他们以前工作[5]的基础上讨论了 q 变形的带电 Boson 相干态和 q 变形的 $SU(3)$ 电荷、超荷 Boson 相干态。对于 q 变形 Fermion 振子[6]，可以利用它讨论一些物理模型的 q 超相干态[7-9]。本文利用 q 变形的 Fermion 振子代数讨论 q 变形带荷和 $SU(3)$ 电荷、超荷的 Fermion 相干态问题。

第二节中，将简单回顾普通的 Fermion 情况下的带电相干态和 $SU(3)$ 电荷、超荷相干态。第三节中，讨论 q 变形情况下的带电 Fermion 相干态。在第四节中，则讨论 q 变形的 $SU(3)$ 电荷、超荷的 Fermion 相干态问题。一个简单的讨论将在第五节中给出。

* 湖南省科委资助。

2 普通的带电 Fermion 相干态和 $SU(3)$ 电荷、超荷 Fermion 相干态

类似于带电 Boson 相干态[10]的讨论，在文献[5]中引进了带 Abel 荷的 Fermion 相干态。为此定义两类量子，它们分别带电荷+1 和−1，相应的湮没算子为 a_1 和 a_2，它们满足:

$$\{a_i,a_j\}=0,\{a_i^\dagger,a_j^\dagger\}=0,$$
$$\{a_i,a_j^\dagger\}=\delta_{ij},(i,j=1,2). \tag{2.1}$$

引入电荷算子 $Q=a_1^\dagger a_1-a_2^\dagger a_2=N_1-N_2$，则有

$$[Q,a_1a_2]=0,[Q,a_1^\dagger a_2^\dagger]=0, \tag{2.2}$$

因此 Q 与 a_1a_2 可以建立共同的本征态，即可以建立带电的费米相干态 $|\xi,\bar{q}\rangle$:

$$Q|\xi,\bar{q}\rangle=\bar{q}|\xi,\bar{q}\rangle, \tag{2.3}$$
$$a_1a_2|\xi,\bar{q}\rangle=\xi|\xi,\bar{q}\rangle, \tag{2.4}$$

由于 a_1,a_2 是幂零算子，因此上面几式中的变量 ξ 为 Grassmann 变数。

将 $|\xi,\bar{q}\rangle$ 按 Fermion 粒子态的完备集展开，将其代入(2.3)和(2.4)两式并利用 Fermion 算子对态的作用，得到带电 Fermion 相干态的具体表现形式:

$$|\xi,\bar{q}\rangle=\xi|1,0\rangle,\bar{q}=1, \tag{2.5a}$$
$$|\xi,\bar{q}\rangle=\xi|0,1\rangle,\bar{q}=-1, \tag{2.5b}$$
$$|\xi,\bar{q}\rangle=|0,0\rangle-\xi|1,1\rangle,\bar{q}=0. \tag{2.5c}$$

当 $[Q,a_1^\dagger a_2^\dagger]=0$ 时，也可以得到 Q 与 $a_1^\dagger a_2^\dagger$ 的共同本征态，其结果与(2.5)相当。

对于 $SU(3)$ 电荷、超荷 Fermion 相干态，在文献[5]中已作了开创性研究。引入三对 Fermion 的产生、湮没算子 $a_\alpha^\dagger,a_\alpha(\alpha=1,2,3)$，它们满足:

$$\{a_\alpha,a_\beta^\dagger\}=\delta_{\alpha\beta},\quad \alpha,\beta=1,2,3. \tag{2.6}$$

利用 $a_\alpha,a_\alpha^\dagger$ 构造 $SU(3)$ 的电荷、超荷算子如下:

$$Q=\frac{1}{3}(2a_1^\dagger a_1-a_2^\dagger a_2-a_3^\dagger a_3)=\frac{1}{3}(2N_1-N_2-N_3), \tag{2.7}$$

$$Y=\frac{1}{3}(a_1^\dagger a_1+a_2^\dagger a_2-2a_3^\dagger a_3)=\frac{1}{3}(N_1+N_2-2N_3), \tag{2.8}$$

易证它们满足下面的对易关系:

$$[Q,a_1a_2a_3]=0,\ [Y,a_1a_2a_3]=0, \tag{2.9}$$
$$[Q,Y]=0. \tag{2.10}$$

因此，Q、Y 与 $a_1a_2a_3$ 可以有共同的本征态 $|\bar{q},y,\xi\rangle$

$$Q|\bar{q},y,\xi\rangle=\bar{q}|\bar{q},y,\xi\rangle, \tag{2.11}$$
$$Y|\bar{q},y,\xi\rangle=y|\bar{q},y,\xi\rangle, \tag{2.12}$$
$$a_1a_2a_3|\bar{q},y,\xi\rangle=\xi|\bar{q},y,\xi\rangle. \tag{2.13}$$

由于幂零性 $a_i^2=(a_i^\dagger)^2=0,i=1,2,\ 3$，因此上面三式中的变量 ξ 也为 Grassmann 变数。利用三模 Fermion Fock 态 $|n_1n_2n_3\rangle$ 的完备性将 $|\bar{q},y,\xi\rangle$ 展开，并利用(2.11)—

(2.13)式则有:

$$\left|\frac{2}{3},\frac{1}{3},\xi\right\rangle=\xi\left|1,0,0\right\rangle,\quad \left|\frac{1}{3},\frac{2}{3},\xi\right\rangle=\xi\left|1,1,0\right\rangle, \tag{2.14a}$$

$$\left|-\frac{1}{3},\frac{1}{3},\xi\right\rangle=\xi\left|0,1,0\right\rangle,\quad \left|\frac{1}{3},-\frac{1}{3},\xi\right\rangle=\xi\left|1,0,1\right\rangle, \tag{2.14b}$$

$$\left|-\frac{1}{3},-\frac{2}{3},\xi\right\rangle=\xi\left|0,0,1\right\rangle,\quad \left|-\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\xi\right\rangle=\xi\left|0,1,1\right\rangle, \tag{2.14c}$$

以及电荷、超荷为零的相干态:

$$|0,0,\xi\rangle=|0,0,0\rangle+\xi|1,1,1\rangle. \tag{2.15}$$

以上就是普通情况下的带电 Fermion 相干态和 $SU(3)$ 电荷、超荷相干态的 Fermion 情况. 对于 q 变形的上述 Fermion 相干态,则可以利用 q 变形 Fermion 振子类似方法加以讨论.

3 q 变形的带电 Fermion 相干态

q 变形带电 Boson 相干态在文献[4]中已作了讨论,在此只讨论 Fermion 情形. q-Fermion 振子[6]以及 q 超振子的 q 超相干态[7-9]研究已引起人们的广泛注意. 对于 Fermion 振子,在文献[6]中提出了它的真正的(非平庸)q 变形振子代数:

$$AA^{\dagger}+\sqrt{q}\,A^{\dagger}A=q^{-N/2}, \tag{3.1}$$

$$[N,A^{\dagger}]=A^{\dagger},[N,A]=-A, \tag{3.2}$$

其中N为数算子,$A,A^{\dagger}$ 分别为 q 变形的 Fermion 湮没, 产生算子. 在文献[6]中已证明,对于 $0<q<1$ 时, 任意给定的态可以同时占据任意数量的 q-Fermion 子, 这是与普通 ($q=1$) 的 Fermion 态不同的. 在文献 [6] 中还进一步证明了, 当 $q=1$ 时,q Fermion 子态又回到通常的 Fermion 态情况,对于一个给定态,最多可占据一个 Fermion 子,即: 当 $q=1$ 时,$(A)^2=(A^{\dagger})^2=0$,而当 $0<q<1$ 时,$(A)^n\neq 0,(A^{\dagger})^n\neq 0$, n 为任意正整数.

要指出的是,有些文献中提出下面形式的 Fermion 子振子代数的 q 变形形式:

$$a_q a_q^{\dagger}+q a_q^{\dagger}a_q=q^N,a_q^2=(a_q^{\dagger})^2=0, \tag{3.3}$$

$$[N,a_q^{\dagger}]=a_q^{\dagger},[N,a_q]=-a_q. \tag{3.4}$$

如果利用上面的 q 变形 Fermion 振子讨论 q 变形 Fermion 相干态和带电 Fermion 相干态,所得结果与未变形的情况是相同的, 这可能是以前对 q 变形的 Fermion 相干态讨论得较少的原因之一. 实际上,(3.3)和(3.4)两式给出的 Fermion 振子的 q 变形是一个平庸的推广,它不构成一个新的振子代数. 如果令:

$$a=q^{-N/2}a_q,\quad a^{\dagger}=a_q^{\dagger}q^{-N/2}, \tag{3.5}$$

则有:

$$aa^{\dagger}+a^{\dagger}a=1,a^2=(a^{\dagger})^2=0,$$

$$[N,a^{\dagger}]=a^{\dagger},[N,a]=-a, \tag{3.6}$$

上式就是普通的 Fermion 算子的 Heisenberg 代数. 但对于(3.1)和 (3.2) 式则不相同,

它们是一个非平庸的 q 变形的 Fermion 算子 Heisenberg 代数，利用它可以讨论 q 变形 Fermion 相干态[7-9]，及带电 Fermion 相干态。

为讨论的方便，我们考虑如下变换：

$$A = q^{-N/4}F, A^\dagger = F^\dagger q^{-N/4}, \tag{3.7}$$

(3.1)和(3.2)式则变成：

$$FF^\dagger + qF^\dagger F = 1 \tag{3.8a}$$

$$[N, F] = -F, [N, F^\dagger] = F^\dagger. \tag{3.8b}$$

数算子 N 满足：

$$FF^\dagger - F^\dagger F = (-q)^N. \tag{3.9}$$

为了定义正定模的 q-Fock 态，我们限制 q 为实数且 $0<q<1$。定义 q-Fermion 真空态 $|0\rangle$，

$$F|0\rangle = 0, \tag{3.10}$$

及 Fermion 情况下的 q 数：

$$[x] = (1-(-q)^x)/(1+q). \tag{3.11}$$

注意(3.11)式与 Boson 情况下的 q 数不同。多次迭代 (3.8a)，则有：

$$F(F^\dagger)^n - (-q)^n(F^\dagger)^n F = [n](F^\dagger)^{n-1}. \tag{3.12}$$

归一的 n 个 q 费米子态定义为：

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{[n]!}}(F^\dagger)^n|0\rangle, \tag{3.13}$$

其中

$$[n]! = [n][n-1]\cdots[1]. \tag{3.14}$$

利用(3.12)和(3.13)，易证：

$$F|n\rangle = \sqrt{[n]}|n-1\rangle, F^\dagger|n\rangle = \sqrt{[n+1]}|n+1\rangle, \tag{3.15a}$$

$$N|n\rangle = n|n\rangle. \tag{3.15b}$$

引入归一化的 q 费米相干态[7-9]：

$$|\xi_e\rangle = (\exp_q(\bar{\xi}_e\xi_e))^{-\frac{1}{2}}\exp_q(-\xi_e F^\dagger)|0\rangle, \tag{3.16}$$

式的 q 指数函数定义为：

$$\exp_q(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n/[n]!. \tag{3.17}$$

由于 q 变形的费米算子 $F, F^\dagger$ 不是幂零，因此，$\xi_e^n \neq 0, (\xi_e^\dagger)^n \neq 0$，但不同的算子之间也是反对易的。因此要求 $\xi_e\bar{\xi}_e + \bar{\xi}_e\xi_e = 0$，即 ξ_e 是一个赝 Grassmann 变数。

对于带电的 q 变形费米相干态，则需考虑双模 q 费米子问题：F_1, F_2 及 N_1, N_2，它们满足(3.8)和(3.9)式。由(3.8)式，显然有：

$$[N_1 - N_2, F_1F_2] = 0, \tag{3.18}$$

故 F_1F_2 与 $Q = N_1 - N_2$ 有共同的本征态 $|\xi_e, \underline{q}\rangle$

$$F_1F_2|\xi_e, \underline{q}\rangle = \xi_e|\xi_e, \underline{q}\rangle, \tag{3.19}$$

$$Q|\xi_e, \underline{q}\rangle = \underline{q}|\xi_e, \underline{q}\rangle. \tag{3.20}$$

式中 ξ_e 是赝 Grassmann 变量，满足前面所述性质。在 q-Fock 空间考虑双费米态：

$$|n_1,n_2\rangle = ([n_1]![n_2]!)^{-\frac{1}{2}}(F_1^\dagger)^{n_1}(F_2^\dagger)^{n_2}|0\rangle, \tag{3.21a}$$

利用(3.12)式可证它们是正交的：

$$\langle n_1,n_2|n_1',n_2'\rangle = \delta_{n_1n_1'}\delta_{n_2n_2'}. \tag{3.21b}$$

利用 $|n_1n_2\rangle$ 态的完备性：

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\sum_{n_2=0}^{\infty}|n_1,n_2\rangle\langle n_1,n_2| = 1, \tag{3.22}$$

可将(3.19)式和(3.20)式定义的带电 q 变形费米相干态展开：

$$|\xi_e,\bar{q}\rangle = \sum_{n_1,n_2} C_{n_1n_2}|n_1,n_2\rangle. \tag{3.23}$$

利用(3.19)有：

$$\begin{aligned}\sum_{n_1n_2}\xi_e C_{n_1n_2}|n_1n_2\rangle &= \sum_{n_1n_2} C_{n_1n_2}F_1F_2|n_1n_2\rangle \\ &= \sum_{n_1n_2} C_{n_1n_2}(-1)^{n_1}\sqrt{[n_1][n_2]}\,|n_1-1,n_2-1\rangle.\end{aligned} \tag{3.24}$$

利用正交性（3.21b）式可得：

$$C_{n_1n_2} = (-1)^{n_2}\xi_e C_{n_1-1,n_2-1}/([n_1][n_2])^{\frac{1}{2}}. \tag{3.25}$$

多次迭代(3.25)式，我们得到：

$$C_{n_1n_2} = \begin{cases}\dfrac{(-1)^{\frac{1}{2}n_2(n_2+1)}\xi_e^{n_2}C_{n_1-n_2,0}}{\sqrt{[n_2]![n_1][n_1-1]\cdots[n_1-n_2+1]}} & \text{for } n_1\geqslant n_2 \quad (3.26\text{a})\\[2ex] \dfrac{(-1)^{\frac{1}{2}n_1(2n_2-n_1+1)}\xi_e^{n_1}C_{0,n_2-n_1}}{\sqrt{[n_1]![n_2][n_2-1]\cdots[n_2-n_1+1]}} & \text{for } n_1\leqslant n_2 \quad (3.26\text{b})\end{cases}$$

考虑到(3.20)式，则有：

$$n_1 = \bar{q} + n_2 \tag{3.27}$$

令 $n_2 = n$，则 $n_1 = \bar{q}+n, n_1-n_2=\bar{q}$，因而可以取：

$$C_{n_1-n_2,0} = C_{\bar{q},0} = ([\bar{q}]!)^{-\frac{1}{2}}\cdot\xi_e^{\bar{q}}C_{\bar{q}} \quad \text{for } \bar{q}\geqslant 0, \tag{3.28a}$$

$$C_{0,n_2-n_1} = C_{0,-\bar{q}} = ([-\bar{q}]!)^{-\frac{1}{2}}\xi_e^{-\bar{q}}C_{\bar{q}} \quad \text{for } \bar{q}\leqslant 0, \tag{3.28b}$$

代入(3.26)式则有：

$$C_{n_1n_2} = C_{n+\bar{q},n} = \begin{cases}(-1)^{\frac{1}{2}n(n+1)}\dfrac{\xi_e^{n+\bar{q}}\ C_{\bar{q}}}{\sqrt{[n]![n+\bar{q}]!}}, \bar{q}\geqslant 0\\[2ex] (-1)^{\frac{1}{2}(n+\bar{q})(n-\bar{q}+1)}\dfrac{\xi_e^{n}\ C_{\bar{q}}}{\sqrt{[n]![n+\bar{q}]!}}, \bar{q}\leqslant 0.\end{cases} \tag{3.29}$$

将(3.29)式代入(3.23)式，考虑到(3.27)式，即得到带电的 q 变形费米相干态为：

$$|\xi_e,\bar{q}\rangle = \begin{cases} C_{\bar{q}}\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{\frac{1}{2}n(n+1)}\xi_e^{n+\bar{q}}}{\sqrt{[n]![n+\bar{q}]!}}|n+\bar{q},n\rangle, \bar{q}\geqslant 0, & (3.30\text{a})\\[2ex] C_{\bar{q}}\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{\frac{1}{2}(n+\bar{q})(n-\bar{q}+1)}\xi_e^{n}}{\sqrt{[n]![n+\bar{q}]!}}|n+\bar{q},n\rangle, \bar{q}\leqslant 0. & (3.30\text{b})\end{cases}$$

利用归一化条件 $\langle\xi_e,\bar{q}|\xi_e,\bar{q}\rangle = 1$，确定系数 $C_{\bar{q}}$ 为：

$$C_{\bar{q}}=\begin{cases}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{\langle(n+\bar{q})/2\rangle}}{[n]![n+\bar{q}]!}(\bar{\xi}_e\xi_e)^{n+\bar{q}}\right\}^{-\frac{1}{2}}, \ \bar{q}\geqslant 0, & (3.31a)\\ \left\{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{\langle n/2\rangle}}{[n]![n+\bar{q}]!}(\bar{\xi}_e\xi_e)^{n}\right\}^{-\frac{1}{2}}, \ \bar{q}\leqslant 0, & (3.31b)\end{cases}$$

上式中 $\langle n/2\rangle$ 为取 $n/2$ 的整数部分。

由 (3.30a) 和 (3.31a) 式，在 $q=1$ 时，$\xi_e\to\xi$ Grassmann 变数，$(\bar{\xi})^2=\xi^2=0$，且算子回到二次幂零的情况，此时 $n=0$ 或 1：

$$|\xi,\bar{q}\rangle=(\bar{\xi}\xi)^{-\frac{1}{2}}\xi|1,0\rangle \ \bar{q}=1, \tag{3.32a}$$

$$|\xi,\bar{q}\rangle=(1+\bar{\xi}\xi)^{-\frac{1}{2}}(|0,0\rangle-\xi|1,1\rangle),\bar{q}=0. \tag{3.32b}$$

利用 (30b) 式和 (3.31b) 式有：

$$|\xi,\bar{q}\rangle=(\bar{\xi}\xi)^{-\frac{1}{2}}\xi|0,1\rangle,\bar{q}=-1. \tag{3.32c}$$

(3.32)式就是归一化的普通的带电费米相干态(参看本文第二节)，因此(3.30)和(3.31)是带电费米子的 q 变形的非平庸的有效推广。

4　q 变形的 $SU(3)$ 电荷、超荷费米相干态

$SU(3)$ 的电荷超荷相干态的 q 变形 Boson 情况在文献 [4] 中作了充分讨论。这里讨论 $SU(3)$ 电荷超荷 q 变形费米相干态。

考虑三对 q 变形费米算子 $F_\alpha, F_\alpha^\dagger, \alpha=1,2,3$ 以及相应的费米数算子 $N_\alpha(\alpha=1,2,3)$，它们满足：

$$F_\alpha F_\alpha^\dagger+qF_\alpha^\dagger F_\alpha=1,(\alpha=1,2,3) \tag{4.1}$$

$$[N_\alpha,F_\beta^\dagger]=F_\alpha^\dagger\delta_{\alpha\beta},[N_\alpha,F_\beta]=-F_\alpha\delta_{\alpha\beta}. \tag{4.2}$$

引入电荷、超荷算符：

$$Q=\frac{1}{3}(2N_1-N_2-N_3), \tag{4.3}$$

$$Y=\frac{1}{3}(N_1+N_2-2N_3), \tag{4.4}$$

利用(4.2)式则有：

$$[Q,F_1F_2F_3]=0,[Y,F_1F_2F_3]=0, \tag{4.5}$$

$$[Q,Y]=0. \tag{4.6}$$

我们可以建立 Q,Y，$F_1F_2F_3$ 的共同本征态——$SU(3)$ 电荷、超荷 q 变形费米相干态 $|\bar{q},y,f_e\rangle$：

$$F_1F_2F_3|\bar{q},y,f_e\rangle=f_e|\bar{q},y,f_e\rangle, \tag{4.7a}$$

$$Q|\bar{q},y,f_e\rangle=\bar{q}|\bar{q},y,f_e\rangle, \tag{4.7b}$$

$$Y|\bar{q},y,f_e\rangle=y|\bar{q},y,f_e\rangle. \tag{4.7c}$$

此处 f_e 为赝 Grassmann 变数。

定义三模 q-Fock 费米态 $|n_1,n_2,n_3\rangle=|n_1\rangle\otimes|n_2\rangle\otimes|n_3\rangle$：

$$|n_1,n_2,n_3\rangle=([n_1]![n_2]![n_3]!)^{-\frac{1}{2}}(F_1^\dagger)^{n_1}(F_2^\dagger)^{n_2}(F_3^\dagger)^{n_3}|0\rangle, \tag{4.8}$$

显然它是正交的，

$$\langle n_1,n_2,n_3|n_1',n_2',n_3'\rangle=\delta_{n_1n_1'}\delta_{n_2n_2'}\delta_{n_3n_3'}. \tag{4.9}$$

并且是完备的. 利用(4.8)展开 $|\bar{q},y,f_e\rangle$:

$$|\bar{q},y,f_e\rangle=\sum_{n_1n_2n_3}C_{n_1n_2n_3}|n_1,n_2,n_3\rangle. \tag{4.10}$$

利用(4.3),(4.4)以及 (4.7b) 和 (4.7c),考虑到上面的展开式则有:

$$n_1=n_3+\bar{q}+y, \tag{4.11a}$$

$$n_2=n_3+2y-\bar{q}. \tag{4.11b}$$

由 (4.7a) 对(4.10)式的作用，注意到正交性(4.9)式以及赝 Grassmann 数 f_e 与 q 变形费米算子之间的反对易关系,类似于第三节的讨论可得如下关系(令 $n_3=n$):

$$C_{n_1n_2n_3}=\begin{cases}\dfrac{(-1)^{n(n+3y)}f_e^{n+\bar{q}+y}C_{\bar{q}y}}{\sqrt{[n]![n+\bar{q}+y]![n+2y-\bar{q}]!}},\bar{q}+y\geqslant 1,2y-\bar{q}\geqslant 0,\\ \dfrac{f_e^{n+2y-\bar{q}}C_{\bar{q}y}}{\sqrt{[n]![n+\bar{y}+\bar{q}]![n+2y-\bar{q}]!}},\bar{q}+y\geqslant 0,2y-\bar{q}\geqslant 1,\\ \dfrac{(-1)^{(n+\bar{q}+y)(2n+2y-\bar{q})}f_e^{n}C_{\bar{q}y}}{\sqrt{[n]![n+y+\bar{q}]![n+2y-\bar{q}]!}},\bar{q}+y\leqslant 0,2y-\bar{q}\leqslant 0\end{cases} \tag{4.12}$$

对应上述三种情况,(4.10)式为:

(1) 当 $\bar{q}+y\geqslant 1,2y-\bar{q}\geqslant 0$ 时:

$$|\bar{q},y,f_e\rangle=C_{\bar{q}y}\sum_n\frac{(-1)^{n(n+3y)}f_e^{n+\bar{q}+y}}{\sqrt{[n]![n+\bar{q}+y]![n+2y-\bar{q}]!}}|n+\bar{q}+y,n+2y-\bar{q},n\rangle, \tag{4.13a}$$

其中归一化系数 $C_{\bar{q}y}$ 为:

$$C_{\bar{q}y}=\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{((n+\bar{q}+y)/2)}(\bar{f}_ef_e)^{n+\bar{q}+y}}{[n]![n+\bar{q}+y]![n+2y-\bar{q}]!}\right\}^{-\frac{1}{2}}. \tag{4.13b}$$

(2) 当 $\bar{q}+y\geqslant 0,2y-\bar{q}\geqslant 1$ 时,

$$|\bar{q},y,f_e\rangle=C_{\bar{q}y}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f_e^{n+2y-\bar{q}}|n+\bar{q}+y,n+2y-\bar{q},n\rangle}{\sqrt{[n]![n+\bar{q}+y]![n+2y-\bar{q}]!}}, \tag{4.14a}$$

其中归一化系数 $C_{\bar{q}y}$ 为:

$$C_{\bar{q}y}=\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{((n+2y-\bar{q})/2)}(\bar{f}_ef_e)^{n+2\bar{y}-\bar{q}}}{[n]![n+\bar{q}+y]![n+2y-\bar{q}]!}\right\}^{-\frac{1}{2}}. \tag{4.14b}$$

(3) 当 $\bar{q}+y\leqslant 0,2y-\bar{q}\leqslant 0$ 时,

$$|\bar{q},y,f_e\rangle=C_{\bar{q}y}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{(n+\bar{q}+y)(2n+2y-\bar{q})}f_e^{n}}{\sqrt{[n]![n+\bar{q}+y]![n+2y-\bar{q}]!}}|n+\bar{q}+y,n+2y-\bar{q},n\rangle \tag{4.15a}$$

此时 $C_{\bar{q}y}$ 为:

$$C_{\bar{q}y}=\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{(n/2)}(\bar{f}_ef_e)^{n}}{[n]![n+\bar{q}+y]![n+2y-q]!}\right\}^{-\frac{1}{2}}. \tag{4.15b}$$

在普通 $(q=1)SU(3)$ 电荷、超荷情况下,由于 q 变形式参数 $q\to 1$, 因而赝 Grassmann 数 $f_e\to f$ Grassmann 数, 此时 $f^2=0$ 且一个给定态最多只能有一个同类费米子. 因此

(a) 当 $y+\bar{q}=1, 2y-\bar{q}=1$, 由(4.13)式或(4.14)式有:

$$\left|\frac{1}{3},\frac{2}{3},f\right\rangle=(\bar{f}f)^{-\frac{1}{2}}f\left|1,1,0\right\rangle. \tag{4.16}$$

(b) 当 $y+\bar{q}=1, 2y-\bar{q}=0$, 由(4.13)式有:

$$\left|\frac{2}{3},\frac{1}{3},f\right\rangle=(\bar{f}f)^{-\frac{1}{2}}f\left|1,0,0\right\rangle. \tag{4.17}$$

(c) 当 $y+\bar{q}=0, 2y-\bar{q}=1$, 由(4.14)式有:

$$\left|-\frac{1}{3},\frac{1}{3},f\right\rangle=(\bar{f}f)^{-\frac{1}{2}}f\left|0,1,0\right\rangle. \tag{4.18}$$

(d) 当 $y+\bar{q}=0, 2y-\bar{q}=0$, 由(4.15)式有:

$$|0,0,f\rangle=(1+\bar{f}f)^{-\frac{1}{2}}(|0,0,0\rangle+f|1,1,1\rangle). \tag{4.19}$$

(e) 当 $y+\bar{q}=0, 2y-\bar{q}=-1$, 由(4.15)式有

$$\left|\frac{1}{3},-\frac{1}{3},f\right\rangle=-(\bar{f}f)^{-\frac{1}{2}}\left|1,0,1\right\rangle. \tag{4.20}$$

(f) 当 $y+\bar{q}=-1, 2y-\bar{q}=0$ 时, 由(4.15)式有。

$$\left|-\frac{2}{3},-\frac{1}{3},f\right\rangle=(\bar{f}f)^{-\frac{1}{2}}f\left|0,1,1\right\rangle. \tag{4.21}$$

(g) 当 $y+\bar{q}=-1, 2y-\bar{q}=-1$, 由(4.15)式有

$$\left|-\frac{1}{3},-\frac{2}{3},f\right\rangle=-(\bar{f}f)^{-\frac{1}{2}}f\left|0,01\right\rangle. \tag{4.22}$$

上面的结果正好是第二节中对于普通 $SU(3)$ 电荷、超荷费米相干态的(2.14)式和(2.15)式. 这表明对于 $SU(3)$ 电荷、超荷 q 变形费米相干态的(4.12)式是一个相容的, 正确的推广.

5 结 论

利用 q 变形费米振子代数对普通的带电费米相干态和 $SU(3)$ 的电荷、超荷相干态的费米情况进行了推广,得到了相应的 q 变形的带电费米相干态和 $SU(3)$ 的电荷, 超荷相干态. 利用费米的 Fock 态展开相干态, 得到带电的 q 变形的费米相干态的具体结果. 当 $q=1$ 时, q 变形的结果自然回到普通情况下的结果. 本文的讨论能很容易地推广到其它群下的费米相干态的情况.

参 考 文 献

[1] L.C. Biedenhard, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **22**(1989) L873.
[2] A.J. Macfarlane, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **22**(1989) 4581.
[3] C.P. Sun and H.C. Fu, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **22**(1989) L983.
[4] H.Y. Fan and C.P. Sun, *Commun. Theor. Phys.*, **17**(1992)243.
[5] H.Y. Fan and T.N. Ruan, *Commun. Theor. Phys.*, **2**(1983)1405.
[6] R. Parthasarathy and K.S. Viswantathan, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **24**(1991)613.
[7] S.R. Hao, J.Y. Long and G.H. Li, q-deformed JC model and its q-supercoherent states, Preprint (1993).
[8] S.R. Hao, G.H. Li and J.Y. Long, The q-superoscillators in supersymmetric quantum systems and their q-supercoherent states, Preprint (1993).
[9] S.R. Hao, J.Y. Long and G.H. Li q-superoscillators transformation matrix and q-supercoherent states, Preprint (1993).
[10] D. Bhaumik, K. Bhaumik and Dutta-Roy, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **9**(1976) 1507.

q-Deformed Charged Fermion Coherent States and $SU(3)$ Charged, Hypercharged Fermion Coherent States

Hao Sanru Li Guanghua Long Junyan

(Department of Physics, Changsha Normal University of Water Resources and Electric Power, Changsha 410077)

Received on August 10, 1993

Abstract

By virtue of the algebra of the q-deformed fermion oscillators, the q-deformed charged fermion coherent states and $SU(3)$ charged, hypercharged fermion coherent states are discussed. The explicit forms of the two kinds of coherent states mentioned above are obtained by making use of the completeness of base vectors in the q-fermion Fock space. By comparing the q-deformed results with the ordinary results, it is found that the q-deformed charged fermion coherent states and $SU(3)$ charged, hypercharged fermion coherent states are automatically reduced to the ordinary charged fermion coherent states and $SU(3)$ charged, hypercharged fermion coherent states if the deformed parameter $q \to 1$.

Key words q-deformed charged fermion coherent state, q-deformed $SU(3)$ charged, hypercharged fermion coherent state, q-deformed fermion oscillators.