第19卷第11期 高能物理与核物理 Vol.19, No.11
1995年11月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Nov., 1995

奇质子核 $K=1/2$ 带的带交叉*

吴 崇 试[1)]

(北京大学物理系 北京 100871)

1994－09－28 收稿

摘 要

从粒子－转子模型分析了奇 A 核 $K=1/2$ 带的带交叉. 脱耦合项的出现可引起回弯频率异常. 在 [541]↓ 的情况下, 造成的回弯推迟可与实验观测值相比拟.

关键词 粒子－转子模型, 带交叉, 回弯频率, 回弯异常, 脱耦合项.

1 引 言

稀土区奇质子核 [541]↓ 转动带的回弯异常现象[1－3]是近年来高自旋态研究的热点之一. 本来, 由于稀土区原子核中的中子和质子填充在不同大壳, 一般认为质子和中子间的相互作用可以忽略, 加之奇质子核的第一带交叉也是由两个 $i_{13/2}$ 中子的顺排引起的, 因此可以估计, 奇质子核的 AB 交叉频率应该和它邻近的偶偶核相近. 奇质子核的多数转动带的确表现出这种趋势, 它们的回弯频率 $\hbar\omega_c^{(\mathrm{odd})}$ 和相邻偶偶核的 $\hbar\omega_c^{(\mathrm{even})}$ 一般相差不超过 20keV. 然而, 在 [541]↓ 转动带中却系统地观测到回弯推迟的现象, $\hbar\omega_c^{(\mathrm{odd})}$ 比 $\hbar\omega_c^{(\mathrm{even})}$ 大 30keV 以上, 甚至高达 80keV[4]. 对于这一回弯异常的现象, 目前的解释主要有三种. 一是归之于 [541]↓ 轨道的强烈的形变驱动效应[3,4]. 但是, 理论和实验之间存在明显的分歧, 现有的各种理论计算都无法再现这么大的推迟. 而且, 按照这种解释. [550]↑, [541]↑, [660]↑等转动带也应该表现出类似的回弯异常, 可是实验上至今并未观测到. 第二种解释是 np 剩余相互作用[1,5]. 这方面的工作还基本上停留在实验唯象分析的阶段. 最近, 孙阳等人[6]采用单极对力＋四极对力＋四极相互作用, 用角动量投影方法讨论了 Ta 核的回弯异常, 得到了与实验大体一致的趋势. 这个观点的确认还有赖于更广泛更系统的分析, 首先要系统分析四极对力在偶偶核中的影响, 以及在奇质子核不同转动带中的表现. 可以理解, 任何理论上的满意的解释当然都必须阐明 [541]↓轨道区别于其它轨道的独特性质, 但现有的各种解释都没有明确地回答这一问题.

到目前为止, 所有的理论分析都奇怪地忽略掉一个重要的事实: [541]↓ 轨道的 $\Omega=1/2$, 其转动谱中应出现脱耦合项 (在推转壳模型中, 当然自动包含了这一项). 在现有的实验分析中, 例如由跃迁能量提取转动频率乃至回弯频率时, 也均未考虑脱耦合项的影响. 由于高自旋态的实验分析中, 其基本概念 (如转动惯量、转动频率) 及相应的公式

* 国家自然科学基金资助.

1) 中国科学院理论物理研究所客座.

1024 — 1028

都是建立在粒子 － 转子模型基础上的，故本文也从这一模型出发来分析 [541]↓ 的回弯异常问题. 分析表明，脱耦合项的出现的确可以产生回弯异常，就 [541]↓ 带来说，模型估计值可以与实验观察值相比拟. 这样，$K \neq 1/2$ 的转动带当然就不出现回弯异常. 而且，[541]↓ 轨道的脱耦合常数远远大于其它 $\Omega=1/2$ 的单粒子轨道，因此，[541]↓ 带理所当然地表现出强烈的回弯异常.

2　粒子－ 转子模型的分析

实际经验告诉我们，在粒子 － 转子模型中，二带交叉的发生对带间相互作用的具体形式并不敏感，主要取决于混合前两条能级的位置.

对于偶偶核，其基带和相应的边带能级为

$$E_g(I)=A_g I(I+1),\quad E_s(I)=E_0+A_s I(I+1),$$

其中 A_g 和 A_s 为常数 (理想转子)，$A=\hbar^2/2J$. 发生回弯的必要条件是 $A_g>A_s$，即 $J_g<J_s$. 在带交叉 $I_c^{(\text{even})}$ 处，$E_g(I)=E_s(I)$，所以，

$$I_c^{(\text{even})}(I_c^{(\text{even})}+1)=\frac{E_0}{A_g-A_s}. \tag{1}$$

对于奇A 核的 $K=1/2$ 带，

$$\text{“基带”}\qquad E_g(I)=A_g\left[I(I+1)+(-)^{I+1/2}a\left(I+\frac{1}{2}\right)\right],$$

$$\text{边带}\qquad E_s(I)=E_0+A_s I(I+1).$$

A_g，A_s 及 E_0 不妨仍取邻近偶偶核的值. 这里所谓的“基带”和相应的边带，都是就给定的奇核子组态而言，“基带”本身可以是奇 A 核中的激发带. 对于 $I+1/2=$ 奇数 (即 signature $r=-i$，或 $\alpha=1/2$)的带，在带交叉 $I_c^{(\text{odd})}$ 处，

$$A_g\left[I_c^{(\text{odd})}(I_c^{(\text{odd})}+1)-a\left(I_c^{(\text{odd})}+\frac{1}{2}\right)\right]=E_0+A_s I_c^{(\text{odd})}(I_c^{(\text{odd})}+1),$$

利用 (1)式，并且用 $(I+1/2)^2$ 代替 $I(I+1)$，则可求得

$$I_c^{(\text{odd})}+\frac{1}{2}=pa+\sqrt{(pa)^2+\left(I_c^{(\text{even})}+\frac{1}{2}\right)^2}, \tag{2}$$

其中 $p=A_g/2(A_g-A_s)$. 考虑到在实际情况中，$I_c^{(\text{even})}\sim 14$，

$$\left(I_c^{(\text{even})}+\frac{1}{2}\right)^2\approx 200\gg (pa)^2,$$

所以，

$$I_c^{(\text{odd})}+\frac{1}{2}=pa+\left(I_c^{(\text{even})}+\frac{1}{2}\right)\left[1+2\left(\frac{pa}{2I_c^{(\text{even})}+1}\right)^2\right], \tag{3}$$

$$\Delta I_c \equiv I_c^{(\text{odd})} - I_c^{(\text{even})} = pa + \frac{(pa)^2}{2I_c^{(\text{even})}+1}\ . \tag{4}$$

由此可见，奇质子核的回弯角动量的确不同于邻近的偶偶核．其差值的大小与脱耦合常数 a 密切相关．如果 $a>0$，则奇质子核的回弯角动量推迟，$a<0$ 时则提前．a 的绝对值越大，回弯角动量推迟或提前的数值越大．

在稀土区偶偶核中，现有的基带和边带的数据表明，p 值一般在 0.7 — 1.1 之间．个别核的 p 值较大(即比值 $A_s/A_g \equiv J_g/J_s$ 较大)，例如 ^{168}Yb 和 ^{174}Hf，它们的 p 值分别为 1.4 和 1.8．作为一个粗略的估计，取 $p=0.9$，$I_c^{(\text{even})}=14$，

a	2	3	4	5	6	7
ΔI_c	1.9	3.0	4.1	5.2	6.4	7.7

考虑到 [541]↓ 轨道脱耦合常数的实际大小[7]，因此完全可以理解实验中观察到的回弯推迟现象．

现在转换为回弯频率，

$$\hbar\omega = \frac{1}{2}E_\gamma(I \to I-2), \tag{5}$$

在偶偶核中，

$$\hbar\omega_c^{(\text{even})} = A_g(2I_c^{(\text{even})}-1), \tag{6}$$

在奇质子核中，

$$\hbar\omega_c^{(\text{odd})} = A_g[(2I_c^{(\text{odd})}-1)-a], \tag{7}$$

所以，

$$\begin{aligned}\Delta\hbar\omega_c &= A_g(2\Delta I_c - a)\\ &= A_g\left[(2p-1)a + \frac{2(pa)^2}{2I_c^{(\text{even})}+1}\right].\end{aligned} \tag{8}$$

我们看到，在 $\Delta\hbar\omega_c$ 中有两项．一项 $(-A_g a)$来自 γ 跃迁能量中直接与脱耦合常数 a 有关．另一项 $(2A_g\Delta I_c)$则是来自脱耦合项而引起回弯角动量的变化．这两项的作用相反：当 $a>0$ 时，前者使回弯频率减小，后者使回弯频率增大．但后者的数值更大，因此当 $a>0$ 时表现为回弯推迟．前一项是人们容易认识到的，后一项却往往会被忽略掉．这可能正是人们没能正确理解回弯推迟的原因所在．

作为一个量级的估计，取 $A_g=15\text{keV}$，$p=0.9$，$a=4$，$I_c^{(\text{even})}=14$，就可以得到 $\Delta\hbar\omega_c=61\text{keV}$．这接近于 ^{167}Lu 中 $\Delta\hbar\omega_c$ 的大小 (68keV[4])．

综上所述，我们看到，采用粒子 － 转子模型可以自然地解释在奇质子核中观测到的回弯推迟现象．即使假定奇 Z 核和偶偶 $Z-1$ 核的形变及转动惯量均完全相同，由于脱耦合项的存在，即可造成回弯角动量或回弯频率的明显变化．回弯角动量或回弯频率增大或减小(回弯推迟或提前)取决于脱耦合常数 a 的符号．对于 signature $r=-i$(即 $\alpha=1/2$)的转动带，$a>0$ 时回弯推迟，$a<0$ 时回弯提前．a 的绝对值越大，回弯角动量

或回弯频率的改变量越大.

为什么目前只在奇质子核的 [541]↓ 带中才能观测到明显的回弯推迟？ 这可以从脱耦合常数的大小(见文献[7])得到解释. 在现有的奇质子核中，[541]↓ 态的脱耦合常数最大！ 至于 $K \neq 1/2$ 的转动带，当然不会出现回弯异常的现象.

3 讨　　论

在以上的模型讨论中，采用了一定的简化. 首先，采用了纯转子的能级公式. 这是为了得到简单的解析结果. 在应用于实际核时，总要考虑振动修正乃至更高级的修正. 这样，原则上可以重复上面的讨论，但难以得到一个比较简单的解析表达式. 而且，在讨论具体核时，还必须同时考虑其它可能的因素，包括对力的减弱和可能存在的 np 关联.

上面的分析中，还假定奇 Z 核的转动惯量与相邻偶偶核的完全相同，这更是一个非常苛刻的条件. 这既要求 [541]↓ 带和相邻偶偶核的基带是一对全同带，而且还要求它们的边带也是全同带. 大量的情况是奇 Z 核的转动惯量和偶偶核的并不相同. 这既反映了奇质子对转动惯量应有所贡献，也可能反映了奇核子的极化效应：奇核子的出现，使得原子核的形状发生变化，尤其是当奇质子填布在 [541]↓ 这样具有强烈形变驱动效应的轨道上时. 这样，由于脱耦合项的出现以及转动惯量(及其随角动量的变化)改变这两个因素同时存在，它们的影响互相加强或抵消，就使得奇质子核 [541]↓ 带的回弯频率异常的幅度更加增大或反而减小.

其次，关于脱耦合常数a 的大小. 我们可以从形变核能级的实验数据定出. 可是，根据 Nilsson 模型，对于单粒子态 $\chi_\Omega = \sum_j c_j \chi_\Omega^j$，脱耦合常数为

$$a = \sum_j (-)^{j-1/2} \left(j + \frac{1}{2} \right) |c_j|^2 \delta_{\Omega, 1/2}$$

对于稀土区奇质子核的 [541]↓ 带，若形变取为 $\varepsilon_2 = 0.2$ — 03，$\varepsilon_4 = 0$ — 0.03，则 Nilsson 模型给出的 $a = 3.15$ — 4.65. 而且，对于 $N = 5$ 壳的轨道，j 最大只能为 11/2 或 9/2，故 $5.0 < a < -6.0$. 由图 1 可见，Tm 和 Lu 核的实验值落在 Nilsson 模型给出的范围内，但多数 Ta 和 Re 核的实验值均超出这个范围，甚至大于理论所允许的上限 5.0. 理论和实验之间形成了尖锐的矛盾. 为了克服这个矛盾，势必要在粒子 – 转子模型的哈密顿量中引入奇质子和偶偶核心之间的剩余相互作用，例如 $\hat{j} \cdot \hat{I}$ 型的耦合项.

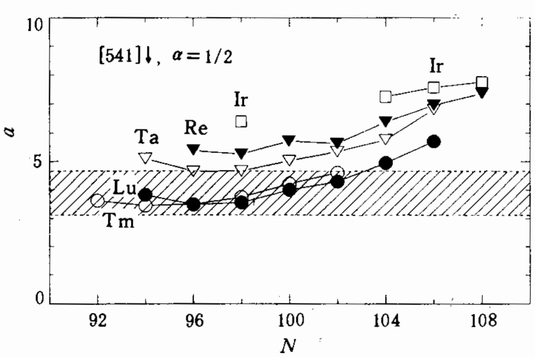

图 1　由奇质子核 [541]↓ 带的实验能谱定出的脱耦合常数, a 随中子数 N 的变化

斜线标出 Nilsson 模型计算值 ($\varepsilon_2 = 0.2$ — 0.3, $\varepsilon_4 = 0$ – 0.003)的范围.

最后还需要提到，目前在原子核高自旋态的研究中，广泛采用了转动频率的概念．本文也沿用了由跃迁能量提取转动频率的流行做法，即采用公式(5)．这是从刚体转动的经典类比中推出的．但是严格说来，对于 $K=1/2$ 带，这个关系是值得商榷的．这是因为 $K=1/2$ 带的能谱公式中存在脱耦合项，这完全是由波函数对称性导致的量子力学效应，不存在相应的经典类比．因而在由跃迁能量提取转动频率时，似应扣除脱耦合项的贡献，由跃迁能量中纯转动部分的贡献来计算．这从物理上看来似乎更加合理．

以上有关的讨论都是限于 $I+1/2=$ 奇数(signatute $r=-i$ 或$\alpha=1/2$)的带．若 $I+1/2=$ 偶数(signature $r=+i$ 或$\alpha=-1/2$)，上述讨论仍然适用，只要将(4)和(8)式中的脱耦合常数 a 换成 $-a$ 即可．这时，[541]↓带应表现为回弯提前．这还有待实验证实．

作者感谢和胡济民先生及杨春祥教授的讨论．

参 考 文 献

[1] H. Carlsson et al., *Nucl. Phys.*, **A551** (1993) 295.

[2] S. G. Li et al., *Nucl. Phys.*, **A555** (1993) 435.

[3] S. Ogaza et al., *Nucl. Phys.*, **A559** (1993) 100.

[4] C. X. Yang et al., *Chin. J. Nucl. Phys.*, **16** (1994) 223.

[5] C.. X. Yang, S. G. Li, X. A. Liu, *Chin. J. Nucl. Phys.*, **16** (1994) 217.

[6] Y. Sun, S. Wen, D. H. Feng, *Phys. Rev. Lett.*, **72** (1994) 3483.

[7] A. K. Jain, R. K. Sheline, P. C. Sood, et al. *Rev. Mod. Phys.*, **62** (1990) 393.

Bandcrossing of $K=1/2$ Bands in Odd−Proton Nuclei

Wu Chongshi

(*Department of Physics, Peking University, Beijing* 100871)

Received 28 September 1994

Abstract

The bandcrossing in the $K=1/2$ bands of odd−A nuclei was discussed in the particle-rotor model. The decoupling term in the rotational energy expression has a remarkable effect on the backbending frequency, which, in the band built on the [541]↓ orbital, leads to a bandcrossing delay comparable with the observations.

Key words particle-rotor model, bandcrossing, backbending frequency, backbending anomaly, decoupling term.