

核内核子-核子非弹性散射截面 (II)*

茅广军 李祝霞 卓益忠

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

余自强

(南开大学物理系 天津 300071)

1994-03-28 收稿

摘要

在自洽的相对论框架内,研究了介质的屏蔽效应对核内核子-核子非弹性散射截面的影响。

关键词 介质效应, 屏蔽效应, 有效非弹性散射截面, π 介子自能。

1 引言

当前核物理的一个前沿课题是研究相对论重离子反应中所产生的高温、高密物质中的介质效应。这个效应可分为三个方面:首先,处于高密物质中的粒子由于受到平均场的作用,它的质量将减少;其次,粒子的散射相空间将受到泡利原理的制约;最后,介质对粒子之间的相互作用会产生屏蔽效应。显然这些效应对处于高温、高密物质中的粒子及粒子之间的相互作用会产生不可忽视的影响,但在相对论重离子反应的研究中它们尚未被很好地考虑,一个众所周知的例子是在输运模型中人们通常都采用自由空间中的核子-核子散射截面来代替介质中的有效截面。

由于重离子反应是一个复杂的过程,有用的信息只有通过适当的理论模型描述才能间接地获得,因此建立一个严格且实用的理论模型来自洽地处理各种介质效应就显得至关重要。在文献[1—5]中,在有效相互作用基础上利用闭合时间回路格林函数方法导出了自洽的相对论 Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck (BUU) 方程,该方程中的平均场及两体碰撞有效截面是从同一个拉氏量推导出来的,自动顾及介质效应。我们用这个模型研究了介质内核子-核子弹性和非弹性散射截面,发现它们随密度的升高而降低,但在这些工作中没有考虑介质的屏蔽效应。G. F. Bertsch^[6] 等人用非相对论模型研究后指出,在高密度时介质的屏蔽效应将对非弹性截面产生很大影响。注意到在他们的工作中忽略了 π 介子自能虚部项的贡献,而该项在高密度时可能会对介质的屏蔽效应产生较大的修正,因此有必要在相对论模型中对这个问题做进一步的研究。

* 国家自然科学基金资助项目。

本文的目的是在文献[1—5]同样的理论框架内, 导出 π 介子自能的解析表达式, 并将它应用到有效核子-核子非弹性散射截面的计算中, 来进一步探测介质的屏蔽效应对非弹性散射截面的影响, 在我们的模型中将包含 π 介子自能项虚部的贡献。

2 理论模型

在文献[5]中我们已经给出了核子、 Δ 粒子与 σ, ω, π 介子耦合的相互作用拉氏密度

$$\begin{aligned} L_I = & g_\sigma \bar{\psi}(x) \psi(x) \sigma(x) + g_\omega \bar{\psi}_{\Delta\omega}(x) \psi_\Delta^\nu(x) \sigma(x) \\ & - g_\omega \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) \omega^\mu(x) - g_\omega \bar{\psi}_{\Delta\omega}(x) \gamma_\mu \psi_\Delta^\nu(x) \omega^\mu(x) \\ & + \frac{f_\pi}{m_\pi} \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \gamma_5 \tau \cdot \psi(x) \partial^\mu \pi(x) - \frac{f^*}{m_\pi} \bar{\psi}_{\Delta\mu}(x) \partial^\mu \pi(x) \cdot S^+ \psi(x) \\ & - \frac{f^*}{m_\pi} \bar{\psi}(x) S \psi_{\Delta\mu}(x) \cdot \partial^\mu \pi(x), \end{aligned} \quad (1)$$

上式中 $\psi_{\Delta\mu}$ 是描述 Δ 粒子的 Rarita-Schwinger 旋量。

零阶 π 介子自能可写为

$$\Pi_0 = \Pi_{NH} + \Pi_{DH} \quad (2)$$

其中 Π_{NH} 对应于核子-空穴激发, Π_{DH} 来自 Δ -空穴激发,

$$\Pi_{NH} = -2i \left(\frac{f_\pi}{m_\pi}\right)^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{tr}\{\not{k} \gamma_i G(p) \not{k} \gamma_i G(p+k)\}, \quad (3)$$

$$\Pi_{DH} = -\frac{4}{3} i \left(\frac{f^*}{m_\pi}\right)^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{tr}\{G(p) k_\mu k_\nu G^{\mu\nu}(p+k)\}. \quad (4)$$

上式中 2 与 4/3 是同位旋因子, π 介子与核子、 Δ 粒子耦合的耦合常数与形状因子见文献[5], $G(p)$, $G^{\mu\nu}(p+k)$ 是介质中核子与 Δ 粒子的传播子

$$G(p) = \frac{\not{p} + m^*}{2E_p^*} \left[\frac{1}{p_0 - E_p^* + i\eta} + 2\pi i \delta(p_0 - E_p^*) \theta(k_F - |\mathbf{p}|) \right], \quad (5)$$

$$\begin{aligned} G^{\mu\nu}(p+k) = & -\frac{\not{p} + \not{k} + m_\Delta^*}{2E_{\Delta,p+k}^*} D^{\mu\nu}(p+k) \left\{ \frac{1}{(p+k)_0 - E_{\Delta,p+k}^* + i\eta} \right. \\ & \left. + 2\pi i \delta[(p+k)_0 - E_{\Delta,p+k}^*] \theta(k_F - |\mathbf{p}+\mathbf{k}|) \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} D^{\mu\nu}(p+k) = & +g^{\mu\nu} - \frac{1}{3} \gamma^\mu \gamma^\nu - \frac{1}{3m_\Delta^{*2}} [\gamma^\mu (p+k)^\nu - \gamma^\nu (p+k)^\mu] \\ & - \frac{2}{3m_\Delta^{*2}} (p+k)^\mu (p+k)^\nu. \end{aligned} \quad (7)$$

核子与 Δ 粒子的有效质量、动量由平均场决定, 在本文的计算中采用文献[5]中的 B 组参数, 并引入密度依赖的耦合常数(详见文献[4,5]),

$$(g_\sigma(\rho))^2 = F_\sigma(\rho) g_\sigma^2, \quad (8)$$

$$(g_\omega(\rho))^2 = F_\omega(\rho) g_\omega^2, \quad (9)$$

$$F_\sigma(\rho) = \frac{1}{0.6195 + 0.3858(\rho/\rho_0) - 0.0053(\rho/\rho_0)^2}, \quad (10)$$

$$F_\omega(\rho) = \frac{1}{0.6104 + 0.4406(\rho/\rho_0) - 0.0510(\rho/\rho_0)^2}. \quad (11)$$

将(5)式代入(3)式得到

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{NH}} = & 2 \left(\frac{f_\pi}{m_\pi} \right)^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \text{tr} \left\{ \not{k} \gamma_5 \frac{\not{p} + m^*}{2E_p^*} \not{k} \gamma_5 \frac{\not{p} + \not{k} + m^*}{2E_{p+k}^*} \frac{1}{(p+k)_0 - E_{p+k}^* + i\eta} \right. \\ & \times \theta(k_F - |\not{p}|) \delta(p_0 - E_p^*) + \not{k} \gamma_5 \frac{\not{p} + m^*}{2E_p^*} \frac{1}{p_0 - E_p^* + i\eta} \not{k} \gamma_5 \frac{\not{p} + \not{k} + m^*}{2E_{p+k}^*} \\ & \times \theta(k_F - |\not{p} + \not{k}|) \delta[(p+k)_0 - E_{p+k}^*] + 2\pi i \not{k} \gamma_5 \frac{\not{p} + m^*}{2E_p^*} \not{k} \gamma_5 \frac{\not{p} + \not{k} + m^*}{2E_{p+k}^*} \\ & \left. \times \delta(p_0 - E_p^*) \delta[(p+k)_0 - E_{p+k}^*] \theta(k_F - |\not{p}|) \theta(k_F - |\not{p} + \not{k}|) \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Π_{NH} 的实部可表示为

$$\text{Re}\Pi_{\text{NH}} = -2 \left(\frac{f_\pi}{m_\pi} \right)^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{\text{Tr}[p, p + k]}{4E_p^* E_{p+k}^*} \frac{\theta(k_F - |\not{p}|)}{E_{p+k}^* - E_p^* - k_0} + k_\mu \rightarrow -k_\mu \right\}, \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \text{Tr}[p, p + k] &= \text{tr}\{\not{k} \gamma_5 (\not{p} + m^*) \not{k} \gamma_5 (\not{p} + \not{k} + m^*)\} \\ &= 4[k_\mu^2 \not{k} \cdot \not{p} - 2k_\mu^2 m^{*2} + 2(\not{k} \cdot \not{p})^2] \end{aligned} \quad (14)$$

$$k_\mu^2 = k_0^2 - \not{k}^2. \quad (15)$$

$$\not{k} \cdot \not{p} = \frac{1}{2} [(E_p^* + k_0)^2 - E_{p+k}^{*2} - k_\mu^2]. \quad (16)$$

由(12)式 Π_{NH} 的虚部可写为

$$\begin{aligned} \text{Im}\Pi_{\text{NH}} = & - \left(\frac{f_\pi}{m_\pi} \right)^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^2} \frac{\text{Tr}[p, p + k]}{4E_p^* E_{p+k}^*} \theta(k_F - |\not{p}|) \theta(|\not{p} + \not{k}| - k_F) \\ & \times \{\delta(E_{p+k}^* - E_p^* - k_0) + k_\mu \rightarrow -k_\mu\}. \end{aligned} \quad (17)$$

通过引入变量变换

$$\int d^3 p = \frac{2\pi}{|\not{k}|} \int dE_p^* E_p^* \int dE_{p+k}^* E_{p+k}^*, \quad (18)$$

最后我们得到

$$\text{Re}\Pi_{\text{NH}} = -\frac{1}{8\pi^2 |\not{k}|} \left(\frac{f_\pi}{m_\pi} \right)^2 \int_{m^*}^{E_F} dE_p^* \int_{E_-}^{E_+} dE_{p+k}^* \left[\frac{\text{Tr}[p, p + k]}{E_{p+k}^* - E_p^* - k_0} + k_0 \rightarrow -k_0 \right], \quad (19)$$

$$\text{Im}\Pi_{\text{NH}} = \frac{k_\mu^2 m^{*2}}{\pi |\not{k}|} \left(\frac{f_\pi}{m_\pi} \right)^2 (E_F - E^*), \quad (20)$$

其中

$$E^* = \text{minimum of } (E_F, E_{\max}), \quad (21)$$

$$E_{\max} = \text{maximum of } \{m^*, E_F - |k_0|, E_r\}, \quad (22)$$

$$E_r = -\frac{1}{2} |k_0| + \frac{1}{2} |\not{k}| \left(1 - \frac{4m^{*2}}{k_\mu^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (23)$$

$$E_F = (k_F^2 + m^{*2})^{\frac{1}{2}}, \quad (24)$$

$$E_\pm = [E_F^{*2} + \not{k}^2 \pm 2(E_F^{*2} - m^{*2})^{\frac{1}{2}} |\not{k}|]^{\frac{1}{2}}. \quad (25)$$

将(5)、(6)、(7)式代入(4)式并考虑到(4)式右边第二项的 δ 函数不能满足, 得到

$$\Pi_{\Delta H} = -\frac{4}{3} \left(\frac{f^*}{m_*}\right)^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[\frac{\Xi(p, p+k)}{4E_p^* E_{\Delta, p+k}^*} \frac{\theta(k_F - |\mathbf{p}|)}{E_{\Delta, p+k}^* - E_p^* - k_0 - i\eta} + k_\mu \rightarrow -k_\mu \right], \quad (26)$$

其中

$$\begin{aligned} \Xi(p, p+k) &\equiv \text{tr}\{(p+k+m_\Delta^*)k_\mu k_\nu D^{\mu\nu}(p+k)(p+m^*)\} \\ &= \frac{8}{3m_\Delta^{*2}} [k_\mu^4 + 2k_\mu^2 k \cdot p - k_\mu^2 m_\Delta^{*2} + (k \cdot p)^2] \\ &\quad \times (k \cdot p + m^{*2} + m_\Delta^* m^*), \end{aligned} \quad (27)$$

$$k \cdot p = \frac{1}{2} [(E_p^* + k_0)^2 - E_{\Delta, p+k}^{*2} + m_\Delta^{*2} - m^{*2} - k_\mu^2]. \quad (28)$$

由

$$\text{Re} \frac{1}{E_{\Delta, p+k}^* - E_p^* - k_0 - i\eta} = \frac{1}{E_{\Delta, p+k}^* - E_p^* - k_0}, \quad (29)$$

$$\text{Im} \frac{1}{E_{\Delta, p+k}^* - E_p^* - k_0 - i\eta} = \pi \delta(E_{\Delta, p+k}^* - E_p^* - k_0). \quad (30)$$

并利用(18)式可得到

$$\begin{aligned} \text{Re} \Pi_{\Delta H} &= -\frac{1}{12\pi^2 |\mathbf{k}|} \left(\frac{f^*}{m_*}\right)^2 \int_{m^*}^{E_F} dE_p^* \int_{E'_-}^{E'_+} dE_{\Delta, p+k}^* \\ &\quad \times \left[\frac{\Xi(p, p+k)}{E_{\Delta, p+k}^* - E_p^* - k_0} + k_0 \rightarrow -k_0 \right], \end{aligned} \quad (31)$$

$$\text{Im} \Pi_{\Delta H} = -\frac{1}{12\pi |\mathbf{k}|} \left(\frac{f^*}{m_*}\right)^2 \Xi_{\text{img}}(p, p+k)(G_1 + G_2 + G_3), \quad (32)$$

其中

$$E'_\pm = [E_p^{*2} + \mathbf{k}^2 - m^{*2} + m_\Delta^{*2} \pm 2(E_p^{*2} - m^{*2})^{\frac{1}{2}} |\mathbf{k}|]^{\frac{1}{2}}. \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \Xi_{\text{img}}(p, p+k) &= \frac{1}{3m_\Delta^{*2}} [-k_\mu^6 + k_\mu^4 (3m_\Delta^{*2} + 2m_\Delta^* m^* + 3m^{*2}) - k_\mu^2 (m_\Delta^* + m^*)^2 \\ &\quad \times (3m_\Delta^{*2} + 3m^{*2} - 2m_\Delta^* m^*) + (m_\Delta^* + m^*)^4 (m_\Delta^* - m^*)^2]. \end{aligned} \quad (34)$$

(32)式中 G_1, G_2, G_3 的表达式为

$$(1) G_1 = E_F - E^*, \quad (35)$$

$$E^* = \text{minimum of } (E_F, E_{\max}), \quad (36)$$

$$E_{\max} = \text{maximum of } \left\{ m^*, -\frac{1}{2} |k_0| \varepsilon + \frac{1}{2} |\mathbf{k}| \left(\varepsilon^2 - \frac{4m^{*2}}{k_\mu^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (37)$$

$$(2) G_2 = E_F - E^*, \quad (38)$$

$$E^* = \text{minimum of } (E_F, E_{\max}), \quad (39)$$

$$E_{\max} = \text{maximum of } \left\{ m^*, \frac{1}{2} |k_0| \varepsilon + \frac{1}{2} |\mathbf{k}| \left(\varepsilon^2 - \frac{4m^{*2}}{k_\mu^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (40)$$

$$(3) G_3 = E^* - m^*, \quad (41)$$

$$E^* = \text{maximum of } (m^*, E_{\min}), \quad (42)$$

$$E_{\min} = \text{minimum of } \left\{ E_F, \frac{1}{2} |k_0| \varepsilon - \frac{1}{2} |\mathbf{k}| \left(\varepsilon^2 - \frac{4m^{*2}}{k_\mu^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (43)$$

$$\epsilon = \frac{k_\mu^2 + m^{*2} - m_{\Delta}^{*2}}{k_\mu^2} \quad (44)$$

(13)式和(31)式中对 dE_{p+k}^* 的积分可以解析积出, 对 dE_p^* 的积分采用高斯积分求数值解。

按照文献[7]引入自旋-同位旋耦合的短程相互作用, 并做 RPA 近似得到有效 π 介子自能

$$\Pi(k_\mu) = \frac{\Pi_{NH}(k_\mu) + \Pi_{DH}(k_\mu)}{1 - (g'/k^2)[\Pi_{NH}(k_\mu) + \Pi_{DH}(k_\mu)]}. \quad (45)$$

上式中 g' 是 Migdal 参数, 在本文的计算中取常用的数值 $g' = 0.6$ 。最后得到介质内有效 π 介子传播子

$$G(k_\mu) = \frac{G_0(k_\mu)}{1 - G_0(k_\mu)\Pi(k_\mu)}, \quad (46)$$

$G_0(k_\mu)$ 即文献[5]中的 Δ_π^0 。

在文献[5]推导有效非弹截面的过程中, 取了碰撞项的虚部, 即自由 π 介子传播子 $G_0(k_\mu)$ 的模平方; 与之相对应, 在下面的计算中将用介质内 π 介子传播子 $G(k_\mu)$ 的模平方来代替 $G_0(k_\mu)$ 的模平方, 以探测由介质对 π 介子的屏蔽所造成的对有效非弹截面的影响。

3 数值结果及分析

图 1 给出有效非弹截面在不同密度下随能量的变化以及有效截面与自由截面之比随密度的变化, S 是自由空间中二核子系统总能量, 实线是 Bertsch 等用非相对论模型的计算结果^[4]。从图中可以看出, 与文献[6]中 σ^*/σ_{free} 随密度的增加单调上升不同, σ^*/σ_{free} 开始随着密度的增大而上升, 在超过一定密度之后, 开始下降。

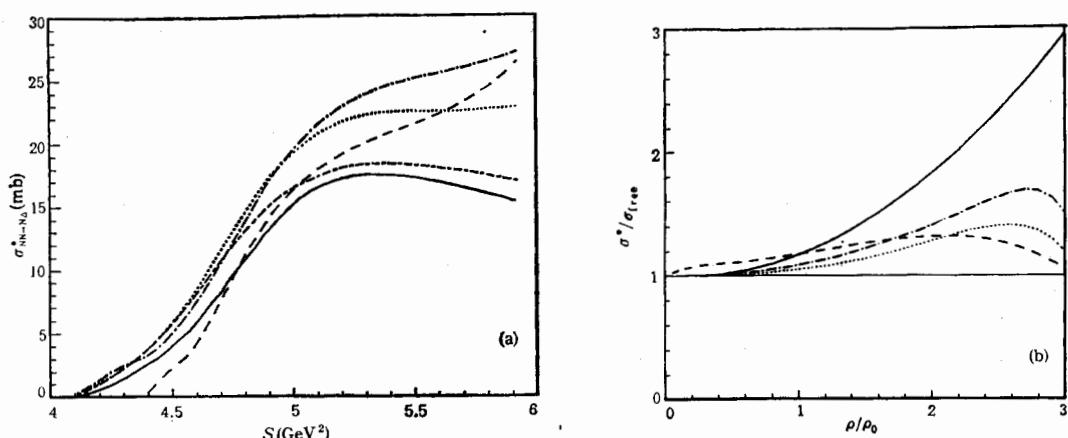


图 1 不同能量、密度下的有效非弹散射截面

- (a) —— $\rho = 0$, ----- $\rho = \rho_0$, $\rho = 2\rho_0$, -·-·- $\rho = 2.5\rho_0$, --- $\rho = 3\rho_0$.
- (b) —— Bertsch et al., --- $E_k = 0.7(\text{GeV})$, $E_k = 1.0(\text{GeV})$, -·-·- $E_k = 1.2(\text{GeV})$.

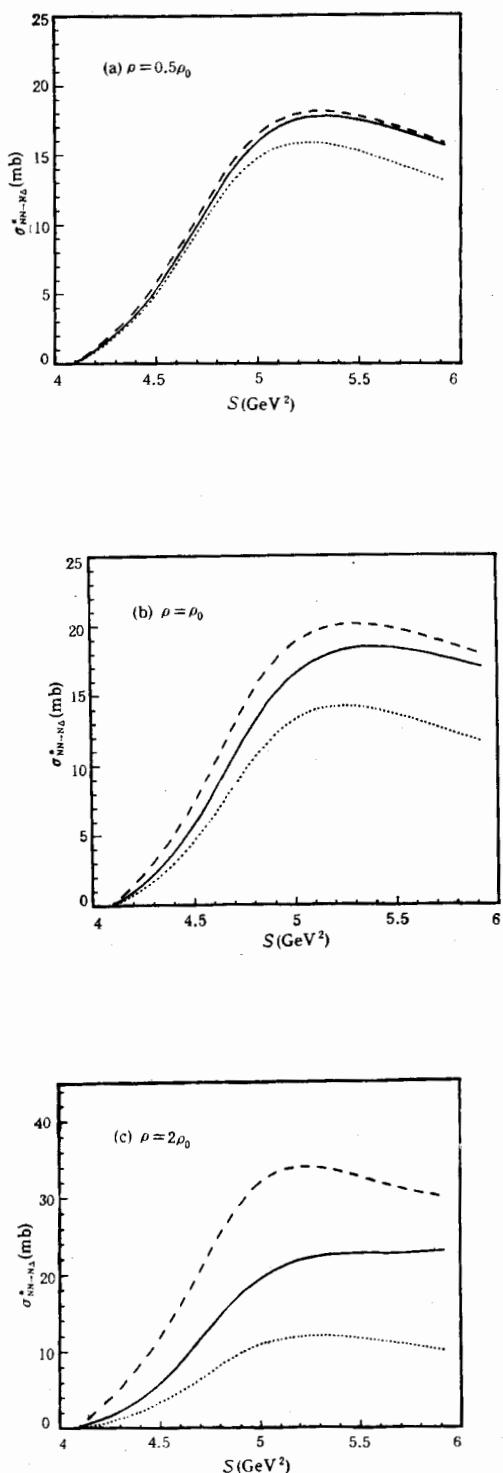


图2 各种介质效应在不同密度下对有效非弹性散射截面的影响
 —IMG + REAL ---REAL,NO SCREEN.

为什么会出现这种结果呢？正如在引言中所指出的，介质效应包括三个方面，除泡利效应在这个能区作用很小可忽略外，还有平均场的作用和介质的屏蔽效应，而且介质的屏蔽效应包括相互抵消的两部分，它们分别来自 π 介子自能的实部和虚部。图2给出各种效应在不同密度下对非弹截面的影响；其中点线只考虑平均场的作用；虚线包括平均场和介质的屏蔽效应，但只考虑 π 介子自能实部的贡献；实线则同时包

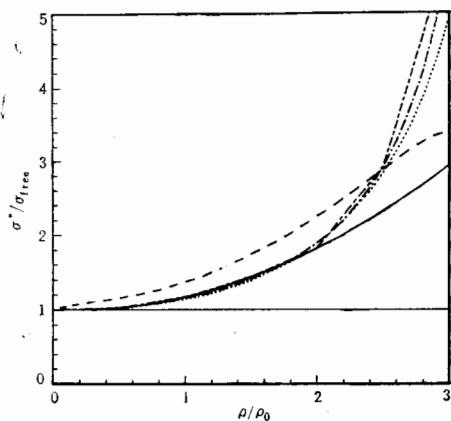


图3 与图1(b) 相同但不包括 π 介子自能虚部的贡献

—Bertsch et al., ---- $E_k = 0.7(\text{GeV})$,
..... $E_k = 1.0(\text{GeV})$, ----- $E_k = 1.2(\text{GeV})$,
—— curve(c).

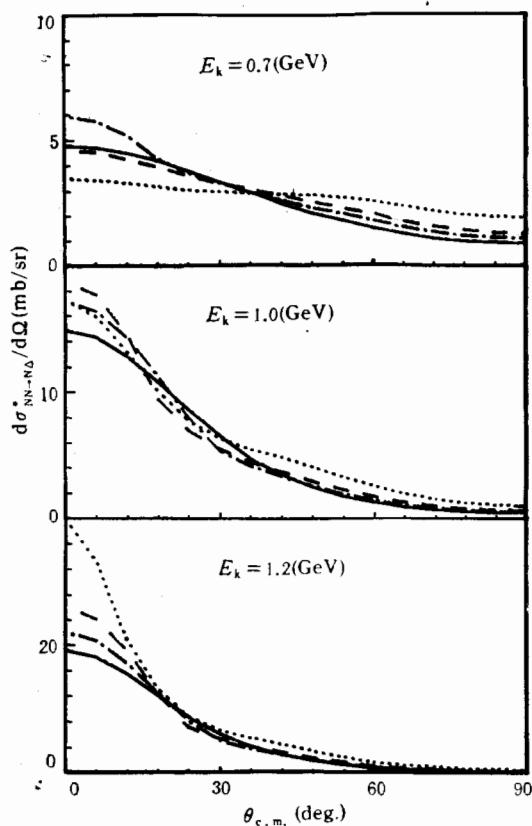


图4 不同能量、密度下的有效非弹微分散射截面
实线、点划线、虚线和点线分别对应于 $\rho = 0$,
 $\frac{1}{2} \rho_0, \rho_0, 2\rho_0$.

含各个效应。从图中可以看出，各种介质效应随着密度的增大而增强；平均场的作用使有效非弹截面随密度增大而下降，介质的屏蔽效应则使它随密度增大而上升；如果只考虑 π 介子自能实部的贡献，有效非弹截面在高密度时将变得非常大，而虚部则抵消了部分屏蔽效应。为了进一步表明虚部的重要性，图3给出了忽略虚部后 $\sigma^*/\sigma_{\text{free}}$ 随密度的变化，其中曲线(c)取自文献[6]，该曲线与我们计算的动能为1000MeV和1200MeV时的结果相一致。比较图2和图3的结果可以看出，如果不考虑 π 介子自能虚部的贡献，在高密度时有效非弹截面将不合理地增加，为了避免出现这种情况，当 $\rho > 2\rho_0$ 时Bertsch等在曲线(c)的基础上作了外推(见图1(b)，图3中实线)。在我们的模型中由于同时考虑了虚部的贡献， $\sigma^*/\sigma_{\text{free}}$ 最大不超过1.7，是比较合理的。

图4给出不同能量、密度下的有效非弹散射微分截面。随着密度的增加，微分截面在

低能时更趋向于各向同性,而在高能时趋于各向异性。与文献[5]中图5相比较,一个明显的特征是微分截面在小角度时变得很大,该现象在高能、高密度时变化尤为突出;这是因为 π 介子自能的虚部在小角度时几乎没有贡献,结果使介质的屏蔽效应远远超过了平均场的作用。有效非弹微分截面在小角度增大的现象可能会对相对论重离子碰撞中的粒子产生有较大影响。

4 总 结

本文在与文献[1—5]同样的理论框架内推导了 π 介子自能的表达式,并研究了介质对 π 介子的屏蔽在有效非弹散射截面上产生的影响,结果表明在考虑介质的屏蔽效应后,有效截面与自由截面之比 $\sigma^*/\sigma_{\text{free}}$ 在密度不是很大时随密度的增加而上升,当超过一定密度后,随密度增大反而下降,最大处不超过1.7。我们的研究表明,由于介质效应的几种不同因素互相之间存在着抵消现象,同时考虑诸因素的共同影响,对正确计算介质中的核子-核子非弹散射截面是十分重要的。

参 考 文 献

- [1] 余自强、茅广军、卓益忠等,高能物理与核物理, **16**(1992)312.
- [2] Guangjun Mao, Zhuxia Li, Yizhong Zhuo, Yinlu Han, Ziqiang Yu, *Phys. Rev.*, **C49** (1994) 3137.
- [3] Guangjun Mao, Zhuxia Li, Yizhong Zhuo Ziqiang Yu, *Phys. Lett.*, **B 327**(1994)183.
- [4] 茅广军、李祝霞、卓益忠等,核内核子-核子弹性散射截面,高能物理与核物理,增刊 (1994)56.
- [5] 茅广军、李祝霞、卓益忠、余自强,高能物理与核物理, **19**(1995)540.
- [6] G.F. Bertsch, G. E. Brown, V.Koch, B.A.Li: *Nucl. Phys.*, **A490** (1988) 745.
- [7] B. K. Jain, J.T. Londergan, G. E. Walker, *Phys. Rev.*, **C37** (1988) 1564.

Cross Section of In-medium Nucleon-Nucleon Inelastic Scattering (II)

Mao Guangjun Li Zhuxia Zhuo Yizhong

(*China Institute of Atomic Energy, Beijing, 102413*)

Yu Ziqiang

(*Physics Department, Nankai University, Tianjin, 300071*)

Received 28 March, 1994

Abstract

The screening effects on the cross section of the in-medium nucleon-nucleon inelastic scattering are investigated within a relativistic self-consistent description.

Key words medium effects, screening effects, effective inelastic scattering cross section, pion self energy.