

相对论重离子碰撞的末态 π 介子横动量分布

杨 晓 峰

(华北工学院理学系 太原 030051)

1995-12-14 收稿

摘 要

用横向膨胀流体力学模型研究了质心系能量为 $\sqrt{s} = 20\text{GeV}$ 的 $^{16}\text{O}-\text{Au}$ 碰撞的末态 π 介子的横动量分布, 考虑了膨胀气体的成分影响, 取更合理的能量密度的初始条件后, 和 NA35 实验数据比较, 其结果虽然比 D. Kusnezov 的计算更较好接近实验数据, 但仍不足以完全解释实验.

关键词 中心快度区, 末态横动量分布, 横向膨胀, 相对论流体, 多重度.

1 引 言

相对论重离子碰撞研究课题之一是寻找夸克-胶子-等离子体出现的信号, 与此同时介子的横动量谱也是研究的一个方面. 比较 N-N, P-A, A-A 高能碰撞, 末态粒子在中心快度区都出现了一个高起的平台. 表明碰撞在中心快度区形成了膨胀的气体(或叫作火球). 这是用流体力学处理的依据. J. Bjorken 提出了一个一维膨胀的火球模型^[2]. H. Von. Gersdorff 等在 J. Bjorken 的基础上加进横向膨胀, 提出横向膨胀流体力学模型^[3]. D. Kusnezov 等用该模型计算了质心系能量为 $\sqrt{s} = 20\text{GeV}$ 的 $^{16}\text{O}-\text{Au}$ 碰撞末态 π 介子的横动量 p_t 分布^[1]: 计算中为了避免流体方程数值的数学振荡, 初始能量密度分布采用 Gauss 分布, 流体成分也为最简单的无质量 π 介子, 给出末态 π 介子横动量 p_t 在低能区和实验不符的计算结果. 本文对同样条件下的 $^{16}\text{O}-\text{Au}$ 碰撞作了计算, 考虑了介子的成分及质量的影响, 初始能量密度采用柱内均匀, 柱球外为零的 Fermi-Dirac 分布, 计算结果有明显改善, 但仍不足以完全符合实验. 该结果表明, 这不符合的部分有可能是 Q-G-P 出现的影响.

2 横向膨胀流体力学模型

2.1 相对论流体力学模型及条件

粒子体系可用静流体力学描述的条件是要求粒子平均自由程远小于流体限度^[1]. 就是

说一个粒子逃离粒子体系之前已经过了许多次碰撞. 这多次碰撞使能量和动量得以重新分配, 体系得以平衡, 该粒子体系才可看作理想流体. 假如所讨论的粒子体系没有出现相变, 仅涉及强子作用, 强子-强子散射截面 σ 约为 44mb. 平均自由程 λ_{mp} 约等于 $\frac{1}{n\sigma}$, 其中 n 是强子气体强子数密度. 对普通核子平均自由程约为 5fm. 作数值估计, 能量密度 ε 按 T^4 取值, n 则取 $\varepsilon^{3/4}$, 可得平均自由程和能量密度的对应关系: 当 $\lambda_{\text{mp}}=0.5$ fm 时, ε 约为 0.5GeV / fm³; 当 $\lambda_{\text{mp}}=0.01$ fm 时, ε 约为 50GeV / fm³. 在重离子碰撞的初期是能够产生这样大的能量密度, 足以用静流体力学描述的^[2]. 随着流体的膨胀, 能量密度的降低, 平均自由程会超过流体限度, 体系内粒子平均碰撞小于一次便可逃逸, 认为已散成自由粒子. 对无质量 π 介子, 自由时平均自由程和对应温度约为: $\lambda_{\text{mp}}=10$ fm, $T_f=100$ MeV 的量级.

2.2 流体方程及等熵假设

理想流体动力学方程即能动量守恒方程^[4,5]:

$$\partial_\mu T^{\mu\nu}=0. \quad (1)$$

这是无条件正确的方程在我们的模型里, 仅涉及中心快度区, 它由碰撞产生的介子组成, 重子数密度很低, 粒子数守恒方程: $\partial_\mu J^\mu=0$ 不出现. 同时由于流体的膨胀过程比自然碰撞过程慢得多, 流体的膨胀认为是等熵可逆的过程^[5-7], 有:

$$\partial_\mu S^\mu=0. \quad (2)$$

此时, 能动量张量必有如下形式:

$$T^{\mu\nu}=(\varepsilon+p)u^\mu u^\nu+pg^{\mu\nu}, \quad (3)$$

其中 $g^{\mu\nu}$ 为 Bjorken 度规, ε, p 分别是跟随流体一起运动的坐标系(随动系)中度量的能量密度和压强. u^μ 为流体四维速度矢量, u^μ 满足约束:

$$u^2=-1. \quad (4)$$

熵张量:

$$S^\mu=\sigma u^\mu, \quad (5)$$

σ 是随动系中度量的熵. 有了流体方程, 实验室系变量为 (t, z, ϕ, r) , 方程是四阶偏微分方程组, 难于数值计算. J. Bjorken 利用实验结果使问题得到简化^[2]: 重离子碰撞末态粒子在中心快度区 dN/dy 分布呈平台现象, 即 dN/dy 独立于快度 y 为常数. 可以证明^[3], 在固有时坐标 (τ, η, ϕ, r) 中, 物理量 ε, p, u 不依赖时空快度变量 η 和角度变量 ϕ , 仅为固有时间 τ , 半径 r 的函数, 实验室系变量 (t, z, ϕ, r) 和固有时系变量 (τ, η, ϕ, r) 变换关系为:

$$\begin{cases} \tau=(t^2-z^2)^{1/2} \\ \eta=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{t+z}{t-z}\right) \\ \phi=\phi \\ r=r \end{cases} \quad (6)$$

在 (τ, r, ϕ, η) 坐标下 u 的形式:

$$\mathbf{u}^\mu = \gamma_r(\tau, r)(1, \mathbf{v}_r), \quad \gamma_r = 1 / \sqrt{1 - v_r^2}, \quad (7)$$

其中 v_r 为流体径向膨胀速度.

理想流体方程中能动量张量便只有两个分量:

$$T^{00} = (\varepsilon + p) u^0 u^0 - p, \quad (8)$$

$$T^{01} = (\varepsilon + p) u^0 u^1. \quad (9)$$

流体方程为:

$$\partial_\tau T^{00} + \frac{1}{r} \partial_r (r T^{01}) + \frac{1}{\tau} (T^{00} + p) = 0, \quad (10)$$

$$\partial_\tau T^{01} + \frac{1}{r} \partial_r (r (T^{00} + p) v_r^2) + \frac{1}{\tau} T^{01} + \partial_r p = 0. \quad (11)$$

物态方程 $p = p(\varepsilon)$ 和方程 (10), (11) 加上初始条件 (12) 构成定解问题. 取初始物质能量密度为 Fermi-Dirac 分布形式:

$$\varepsilon(\tau_i, r) = \begin{cases} \varepsilon_i & r \leq R \\ 0 & r > R \end{cases}, \quad v_r(\tau_i, r) = 0, \quad (12)$$

其中 τ_i 为起始固有时间, R 为核半径.

2.3 初始条件

理想流体模型只是在核撞击的后期才适用, 这时膨胀过程的熵产生很少, 以固有时间 τ_i 代表理想流体产生的时刻. 在此以前到核相撞的瞬间一段是经历产生大量熵的过程, 此阶段粒子间以弹性和非弹性碰撞相互作用着, 流体熵由此产生, 为散射时间 τ_c 的一段过程. 理想流体起始固有时刻 τ_i 等于 τ_c 并可由 τ_c 定出, 我们所讨论问题中, 初始能量密度较粒子质量大得多, 标度不变理论给出散射时间 τ_c 和初始温度 T_i 的近似关系^[8,9].

$$\tau_c = \kappa / T_i, \quad (13)$$

κ 是一个量级为 1 的未定常数. 根据 JACEE (Japanese-American Cooperative Emulsion Experiment) 和别的理论估计并把 τ_c 换为初始时刻 τ_i , 有关系:

$$\tau_i (\text{fm} / c) = \frac{250 \text{MeV}}{T_i}, \quad (14)$$

(14) 式有约 50% 的不确定性. 单位快度熵可以和每单位快度的多重数 dN / dy 相联系^[3].

$$\frac{dS}{dy} = 3.7 \frac{dN}{dy}, \quad (15)$$

$$S = \int \tau dy d^2 r_\perp \sigma, \quad (16)$$

总熵 S 是随动系中的熵. 每单位快度熵:

$$\frac{dS}{dy} = \pi R^2 \tau \sigma = \pi R^2 \tau_i \sigma_i. \quad (17)$$

由状态方程可得初熵密度 σ_i 和初始温度 T_i 的关系, 对强子气体:

$$\sigma_i = \frac{4}{3} \frac{\pi^2}{30} N_h T_i^3, \quad (18)$$

其中 N_h 是强子气体自由度. 无质量 π 介子气体对应 $N_h=3.0$ 和上式合并得:

$$\tau_i T_i^3 = 3.7 \frac{dN}{dy} \frac{90}{4\pi^3 R^2 N_h}, \quad (19)$$

该式由在流体膨胀中熵守恒得来, 和(14)一起决定流体起始固有时间 τ_i 和起始温度 T_i , 须注意的是它们和末态多重度 dN/dy 的实验值相联系. 不能从碰撞能量 \sqrt{s} 来得到.

2.4 状态方程与末态 π 介子横动量分布

一般作者把膨胀气体简单看作无质量的介子, 气体状态方程为:

$$P(\varepsilon) = \varepsilon / 3.0. \quad (20)$$

考虑了气体成分和质量的影响. 膨胀的气体是由 π, ω, ρ, η 介子组成的, 其状态方程:

$$\varepsilon = \sum_i g_i \int \frac{\sqrt{p^2 + m_i^2}}{\exp[\sqrt{p^2 + m_i^2} / T] - 1} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}, \quad (21)$$

$$P = \sum_i g_i \int \frac{p^2}{3(p^2 + m_i^2)^{1/2}} \frac{1}{\exp[\sqrt{p^2 + m_i^2} / T] - 1} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}, \quad (22)$$

$$S = (\varepsilon + P) / T = 4g_{\text{eff}} \frac{\pi^2}{90} T^3, \quad (23)$$

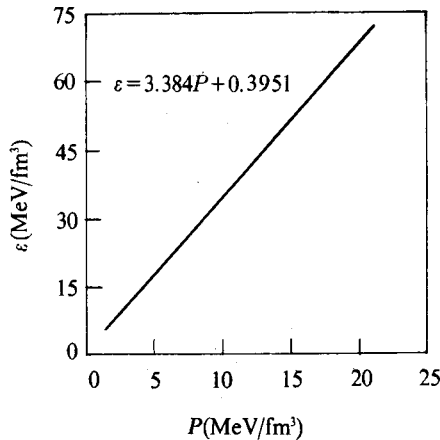


图1 包括 π, ρ, ω, η 介子的强子气体 ε_H, P_H 关系(21)(22)式的拟合曲线

m_i 是各介子质量, g_i 是对应统计因子. 要求出解析的能量压强关系是很困难的. 本文对公式(21), (22)中 ε, P 在所关心的能量区间上作了线性拟合, 得出如图1的经验公式:

$$\varepsilon = 3.384P + 0.591 \text{ (MeV / fm}^3\text{)}. \quad (24)$$

显然介子的质量和成分对状态方程影响比较大, 明显偏离(20)式, 而且 $\varepsilon = \varepsilon(P)$ 线性是非常好的. 利用(24)取代通常的(20)求解流体方程组.

末态 π 介子的统计分布可以写成 Lorentz 协变形式:

$$E \frac{dN}{d^3 p} = \frac{g}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp(p^\mu u^\mu / T) - 1} p^\mu d\sigma^\mu, \quad (25)$$

其中 g 为自由度数, 对 π 介子 $g=3$. $d\sigma^\mu$ 是流体元所在四维时空区域. 当流体表面冷却到 T_f 就认为粒子已成为自由粒子. 这个自由表面半径 r 是随着时间变化的, 表示为 $r=r_d(\tau)$. 在 (τ, r, ϕ, η) 坐标中末态横动量分布:

$$\frac{dN}{dyd^2p_t} = \frac{g}{(2\pi)^3} \int_{r=r_d(\tau)} r\tau d\phi d\eta \frac{m_t \cosh(\eta - y) dr - p_t \cos\phi d\tau}{\exp(p \cdot u / T_f) - 1} \quad (26)$$

积分时, 把分母部分展成几何级数, 对 $d\phi$, $d\eta$ 积分后, 降为对 $d\tau$ 的一维积分, 每项为虚宗量的贝塞尔函数和虚宗量的汉克尔函数之积. 在自由散开表面上作数值积分可得末态横动量分布.

3 数值计算与结论

本文处理的是 ^{16}O 以 200GeV 能量撞击静止 Au 核的反应, 质心能量 $\sqrt{s} = 20\text{GeV}$, 但这些都不足以作为计算的初始值. 初始值需要的是末态 π 的多重数, NA35 给出 $dN/dy = 126^{[10]}$, 再加上 $R = 3.0\text{fm}$. 由于(14)有较大的不确定性, 表1列出由(19)限制的各种可选初始值. 流体膨胀的计算中初始能量密度采用(12)式的柱内均匀, 柱外为零的 Fermi-Dirac 分布. 为了避免数值振荡, 采用了 P. Boris 和 L. Book 发展的一种称作 FCT (Flux-Correct Transport) 方法^[13,14]. 图2, 图3分别是 $T_i = 286.6\text{MeV}$ 初始条件

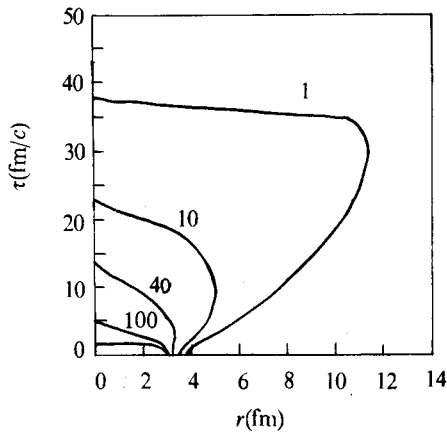


图2 膨胀中的等能量密度曲线 $\varepsilon(\tau, r)$
单位为 MeV/fm^3 , 初始温度 $T_i = 287\text{MeV}$

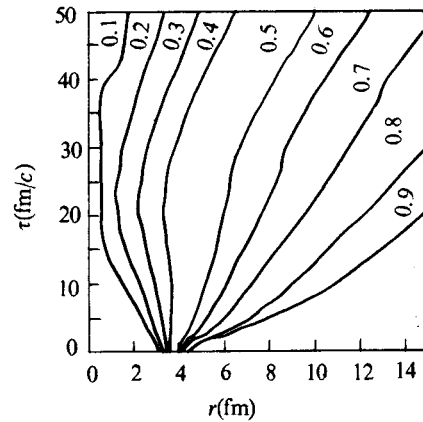


图3 膨胀中横向速度等值线 $v_t(\tau, r)$
单位为光速 c , 初始温度 $T_i = 287\text{MeV}$

表1 由(19)式限制的各种可选初始温度和初始时刻及对应的初能量密度及初压强

T_i (MeV)	τ_i (fm)	ε_i (MeV / fm^3)	P_i (MeV / fm^3)
286.6	0.872	910.0	268.9
239.3	1.50	531.2	156.9
273.8	1.00	791.6	233.9
345.0	0.50	1597.	472.1
590.0	0.10	7990.	2361

下气体膨胀过程的等能线, 等速度线, 图4为末态 π 介子随横动量 p_t 的分布曲线. 实验

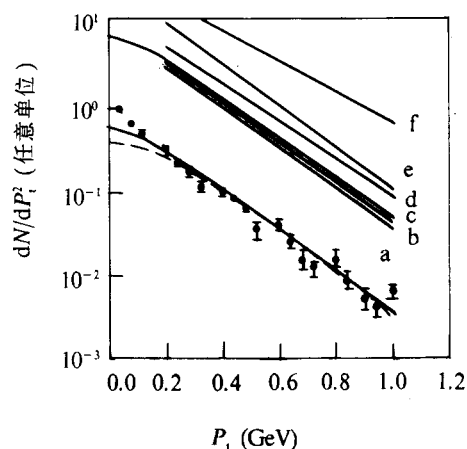


图4 末态 π 介子横动量分布

- a: $T_i=239\text{MeV}$ $T_f=150\text{MeV}$; b: $T_i=273\text{MeV}$ $T_f=150\text{MeV}$;
 c: $T_i=287\text{MeV}$ $T_f=100\text{MeV}$; d: $T_i=287\text{MeV}$ $T_f=150\text{MeV}$;
 e: $T_i=345\text{MeV}$ $T_f=150\text{MeV}$; f: $T_i=590\text{MeV}$ $T_f=150\text{MeV}$.

下部实线是 b 的归一化值, 虚线引自 D. Kusnezov^[1] 的计算, \downarrow 为 NA35 实验值.

只能得到末态 π 介子数随 p_t 的相对值, 图中实验值按 $p_t=0$ 时, 取 $dn/dp_t^2=1.0$ 作归一化. 基于(26)式的理论计算虽然可得到绝对数值的末态 π 介子分布, 但为了和实验比较, 理论计算也仅给出这种相对数值, 即允许理论曲线在对数坐标里上下平移. 图4上半部分显示了不同初始温度和不同散开温度下对末态 π 介子横动量分布的计算值, 在对数坐标里 $p_t>0.2$ 部分都有较好直线关系. 在 $p_t<0.2$ 部分偏离直线有下移; T_i 对 dn/dp_t^2 曲线的整体斜率影响较大, T_f 对 dn/dp_t^2 曲线的整体斜率影响较小. 基于这一原因取初条件同时满足(14), (19)式, 即 $T_i=286.6\text{MeV}$ 时计算末态 π 介子横动量分布, 计算中取另一可选参数自由散开温度 $T_f=150\text{MeV}$, 目的是使计算值在大横动量区间和实验数据保持一致. 图4下半部实线展示的计算值表明, 在小横动量区间和 Kusnezov 的计算(虚线)比较有明显改善: $p_t=0.0\text{MeV}$ 时, 本计算给出 $dn/dp_t^2=0.6$, D. Kusnezov 给出 $dn/dp_t^2=0.4$. 由此可以得出以下的结论: 在横向膨胀流体力学模型的基础上考虑了介子气体成分和质量影响, 会使理论计算有明显的改善, 但在低 p_t 区还是偏低, 问题仍没有彻底解决, 一种可能是我们的横向膨胀模型假设中有不合理成分; 另一种更为可能的情况正如丁亦兵教授和彭宏安教授看了本文所指出: 低 p_t 的升高来源于考虑了介子成分, 相当于增加了膨胀气体的自由度. 式(24)表明, 考虑了成分后, 膨胀气体自由度由原来3增至3.384. Q-G-P相的出现也会有自由度增大的效应. 倘若考虑了膨胀气体出现了Q-G-P相且能使低 p_t 部分进一步改善到实验值, 将是对Q-G-P很好的一个支持. 在这之前所有有关在横向膨胀流体力学模型基础上的工作^[11, 12, 16]我们认为都是不谨慎的.

作者对导师高崇寿教授的指导表示深切的感谢.

参 考 文 献

- [1] Dimitri Kusnezov, George Bertsch, *Phys. Rev.*, **C40**(1989)2057.
- [2] J. D. Bjorken, *Phys. Rev.*, **D27**(1983)140.
- [3] H. von Gersdorff, M. Kataja, L. McLerran, *et al.*, *Phys. Rev.*, **D34**(1986)794.
- [4] 是长春, 相对论流体力学, 科学出版社(1991).
- [5] 朗道, 栗弗西兹, 流体力学, 科学出版社(1985).
- [6] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology* (Wiley, New York, 1972).
- [7] G. Baym, B. Friman, P. Blaizot, *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A407**(1983)541.
- [8] L. McLerran, T. Toimela, *Phys. Rev.*, **D31**(1985)545.
- [9] A. Kerman, T. Matsui, B. Svetitsky, *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986)219.
- [10] H. Strobele *et al.*, *A35 Collaboration*, *Z. Phys.*, **C38**(1988)89.
- [11] K. Kajantie, M. Kataja, L. McLerran *et al.*, *Phys. Rev.*, **D34**(1986)811.
- [12] Jan-e Alam, D. K. Srivastava, Bikash Sinha *et al.*, TPI-MINN-93/7T, March(1993).
- [13] J. P. Boris, D. L. Book, *J. Comput. Phys.*, **11**(1973)38.
- [14] D. L. Book, J. P. Boris, K. Hain, *J. Comput. Phys.*, **18**(1975)248.
- [15] P. Danielewicz, M. Gyulassy, *Phys. Rev.*, **D31**(1985)53.
- [16] A. Hosoya, K. Kajantie, *Nucl. Phys.*, **B250**(1985)666.

Transverse Momentum Distribution of Final State π in Relativistic Heavy Ion Collisions

Yang Xiaofeng

(Physics Department, North China Institute of Technology, Taiyuan 030051)

Received 14 December 1995

Abstract

Using hydrodynamical model of transverse expansion, we investigate the transverse momentum distribution of the final state π on $^{16}\text{O}-\text{Au}$ collisions. When the constituent influence of the gas is taken into account the calculated result fits the NA35 data better than that of D. Kusnezov's.

Key words central rapidity region, final state distribution of transverse momentum, transverse expansion, relativistic hydrodynamics, multiplicity.