

玻色—爱因斯坦关联半径和源半径对 实验窗口的依赖及它们的差异*

陆 中 道

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

官 村 修 熊 谷 健 二

(日本广岛大学)

室 谷 心

(日本德山女子短期大学)

1996-3-20 收稿

摘 要

研究了 160A GeV Pb+Pb 反应中 π 源的玻色—爱因斯坦关联半径和源半径(均方根半径)的关系, 以及它们对实验窗口的依赖. 模型 π 源由 URASiMA 生成器产生. 研究表明关联半径和源半径不仅数值不等, 而且变化行为也不同.

关键词 BE 相干, 关联半径, 源半径, 均方根半径.

1 引 言

利用强度相干方法或 HBT 方法^[1]研究同种粒子之间的关联并从中汲取源的大小信息是目前相对论重离子碰撞中一个饶有兴趣的问题. 但是用这种方法获取的关联源大小在多大程度上反应真实源的大小, 它和真实源大小的关系, 以及它们和实验窗口取值的关系等仍然是重要而没有解决的问题.

本文研究 160A GeV Pb+Pb 反应在 freeze-out 时 π^+ 粒子之间的玻色—爱因斯坦 (BE) 关联, 并用强度相干方法或 HBT 方法从中获取关联半径. 由于均方根半径能直接表示源的半径, 我们计算了均方根半径, 并对两者加以比较. 同时研究了它们对于实验窗口—快度和横动量实验窗口的依赖, 找出它们对这两个实验窗口的变化规律. 由于纵向半径和横向半径具有明确的物理图像和意义, 我们的研究和计算只对这两维展开.

* 国家自然科学基金和日本文部省科研基金资助.

下边首先介绍用 HBT 方法计算玻色-爱因斯坦关联函数并从中获取关联半径, 同时介绍均方根半径的计算. 然后是计算结果和讨论. 最后是小结.

2 关联函数和均方根半径

2.1 关联函数

根据强度相干和 HBT 方法, 同种介子之间的玻色-爱因斯坦关联函数定义^[1-3]为

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{P(k_1, k_2)}{P(k_1)P(k_2)}, \quad (1)$$

其中 $P(k)$ 为测量到的 4 动量为 k 的单个介子的几率, $P(k_1, k_2)$ 为同时测量到的 4 动量分别为 k_1 和 k_2 的两个介子的几率. 在理论上, 玻色-爱因斯坦关联函数为^[2,5]

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{\iint d^4r_1 d^4r_2 \rho(r_1, k_1) \rho(r_2, k_2) |\overline{\Psi}_{12}|^2}{\int d^4r_1 \rho(r_1, k_1) \int d^4r_2 \rho(r_2, k_2)}, \quad (2)$$

这里 ρ 是 π 源的密度. Ψ_{12} 描述处于 r_1 和 r_2 的两团粒子在 x_1 和 x_2 处发生相干的函数. 在平面波近似下, Ψ_{12} 可写成

$$\Psi_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{ik_1 \cdot (x_1 - r_1)} e^{ik_2 \cdot (x_2 - r_2)} + e^{ik_1 \cdot (x_1 - r_1)} e^{ik_2 \cdot (x_2 - r_1)}), \quad (3)$$

右边第二项来自于玻色统计的对称性. 把它代入(2)并进行积分, 就得到

$$C_2(k_1, k_2) = 1 + |\rho(k_1 - k_2)|^2, \quad (4)$$

其中 $\rho(k_1, k_2)$ 是 $\rho(r_1, r_2)$ 的 Fourier 变换. 右边第二项表示玻色-爱因斯坦相干, 它是 Ψ_{12} 中右边两部分相干的结果.

理论计算需要 freeze-out 时的源密度知识. Fritiof^[6], VENUS^[7,8], RQMD^[9] 等动力学模型可提供点源. 本工作的 π 点源由 URASiMA^[10,11] 生成器产生. URASiMA 是强子级联输运模型, 又是强子产生器. 它处理强子在 3+1 维空间中的衰变, 碰撞, 产生和输运. 碰撞开始前, 弹核和靶核中的核子分别产生, 具有 Woods-Saxon 空间分布和 Fermi 动量分布. 反应道除包括核子(及 Δ)之间碰撞外, 还包括 π 与核子, $\pi\pi \rightarrow \rho$ 以及 K 介子的产生、输运和碰撞中粒子视为点粒子. 碰撞后核子的纵动量和横动量分别由阻止律和 γ 分布确定. 产生的 π 由参数化公式确定其快度. 总电荷多重数由 KNO 分布给出. 输运过程的每一步将给出所有粒子的时空位置及能动量^[10,11].

实验观察是相对于 freeze-out 时的点源. 该时刻 π 离散点源的密度为

$$\rho(r, k) = \sum_i \delta^4(r - r_i) \delta^4(k - k_i), \quad (5)$$

由此可获得关联函数

$$C_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = 1 + \frac{1}{N} \sum_{\substack{i, j \\ p_i, p_j \in \Delta p}} \cos(\Delta \mathbf{k}_{ij} \cdot \Delta \mathbf{r}_{ij}), \quad (6)$$

其中 $r_i = (r_i, t_i)$, $k_i = (p_i, E_i)$, $\Delta r_{ij} = r_i - r_j$, $\Delta k_{ij} = k_i - k_j$. 函数是动量空间中的平均 (p_i 在 $[p_1, p_1 + \Delta p]$ 中), p_j 在 $[p_2, p_2 + \Delta p]$ 中). N 为这两个区间之间的 π 对的数目. 右边第二项表示玻色-爱因斯坦关联. 显然, 如果两个 π 介子的时空非常靠近, 或者能动量非常接近, 则第二项为 1, 这两个 π 介子强烈相干.

这里有两点需提请注意, 一是关联函数不仅决定于能动量, 也决定于时空. 下面将看到, 时空及能动量之间的耦合将导致由拟合关联函数获得的源半径比真正的源半径要小. 二是 $\Delta k_{ij} \cdot \Delta r_{ij}$ 虽为洛伦兹不变量, 但 p_i 和 p_j 随坐标系变化, 关联函数也随坐标变化.

在做 HBT 拟合时, 需用到具有对称性的连续源. 假设连续的 π 源具有高斯型对称性,

$$\rho(\mathbf{r}, t) \propto e^{-\frac{x^2+y^2}{R_t^2} - \frac{(z-z_0)^2}{R_l^2} - \frac{t^2}{\tau^2}}, \quad (7)$$

用 URASiMA 模拟产生的 160A GeV Pb+Pb 反应在 freeze-out 时的 π 源, 其空间分布具有这种轴对称和高斯分布性质. 由此得到关联函数为

$$C_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = 1 + \sum_{\substack{i, j \\ p_i, p_j \in \Delta p}} e^{-\frac{R_l^2 \Delta Q_{1ij}^2}{2} - \frac{R_t^2 \Delta Q_{0ij}^2}{2} - \frac{\tau^2 \Delta Q_0^2}{2}}, \quad (8)$$

这里 R_l , R_t 和 τ 是源时空分布的宽度. $\Delta Q_{1ij} = p_{t_i} - p_{t_j}$, $\Delta Q_{0ij} = p_{l_j} - p_{l_i}$, $\Delta Q_{0ij} = E_i - E_j$. 右边第二项是 BE 关联的结果. (8) 式和 (6) 式视为等价, 由此可通过 HBT 方法把时空分布宽度拟合出来. (8) 式中几个分量可简缩, 也可再分解而构成一维或多维拟合. 由于二维拟合获得的 R_l 和 R_t 具有明确的物理含义, 本文讨论二维情况.

2.2 均方根半径

源的均方根半径可以清楚地表示源的大小, 而且它只和粒子的时空位置有关, 可以容易地计算出来.

在点源分布的情况下, 源的均方根纵半径和横半径分别为

$$\begin{aligned} R_{\text{rms}}^l &= \sqrt{\langle z^2 \rangle - \langle z \rangle^2}; \\ R_{\text{rms}}^t &= \sqrt{\langle x^2 + y^2 \rangle - (\langle x \rangle^2 + \langle y \rangle^2)}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $\langle x^2 \rangle = \sum x_i^2 / N \dots$, $\langle x \rangle = \sum x_i / N \dots$, N 为 π 粒子的数目.

在连续源近似下, 源的均方根纵半径和横半径又分别为

$$R_{\text{rms}}^l = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (z-z_0)^2 \rho(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}}{\int_{-\infty}^{\infty} \rho(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}}} = \sqrt{\frac{1}{2}} R_l; \quad (10)$$

$$R_{\text{rms}}^l = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x^2 - y^2) \rho(r, t) dr}{\int_{-\infty}^{\infty} \rho(r, t) dr}} = R_l,$$

由此可见, 源半径 R_l 和 R_t 与均方根半径 R_{rms}^l 和 R_{rms}^t 一一对应(注意均方根纵半径比源纵半径小 $\sqrt{2}$ 倍), 而后者可用点源的空间分布计算. 下面对两维 HBT 拟合半径和均方根半径进行计算和比较.

3 结果和讨论

本文对 160A GeV Pb+Pb 碰撞中的 π 相干进行了研究. π 源由 URASiMA 生成器模拟产生, 空间分布具有良好的轴对称性和高斯分布特性.

图 1 和图 2 是两维关联半径 R_{HBT} 和均方根半径 R_{rms} 随快度的变化. 对应于 NA44 的实验条件, 计算分成两组: A 组为小角度测量: $-0.05 < p_x < 0.45 \text{ GeV}/c$, $-0.30 < p_y < 0.30 \text{ GeV}/c$, $p_t < 0.4 \text{ GeV}/c$; B 组为大角度测量: $0.3 < p_t < 0.8 \text{ GeV}/c$. 改变快度值而快度窗口的大小固定为 $\Delta y = 0.5$. 结果表示在图 1 和图 2 中. 图 1 相应于 A 组, 图 2 相应于 B 组. 左图为横向半径, 右图为纵向半径. 显然, 在纵方向上, 关联半径(空心圆圈)和均方根半径(实心圆点)不仅数值不等而且具有不同的变化行为. 只有在快度中心 y_c 附近, 两者才比较相近. 随着 $|y - y_c|$ 的增大, 均方根半径迅速增大而关联半径减小. 具有较大快度的粒子具有较大的动量, 往往处于源的外层, 自然地具有较大的均方根半径, 而对于关联半径, 它通过公式(8)和(6)的结合拟合出来, 关联函数不仅和粒子的时空位置有关, 而且和动量有关. 我们知道, 微观粒子系统, 空间和动量之间总具

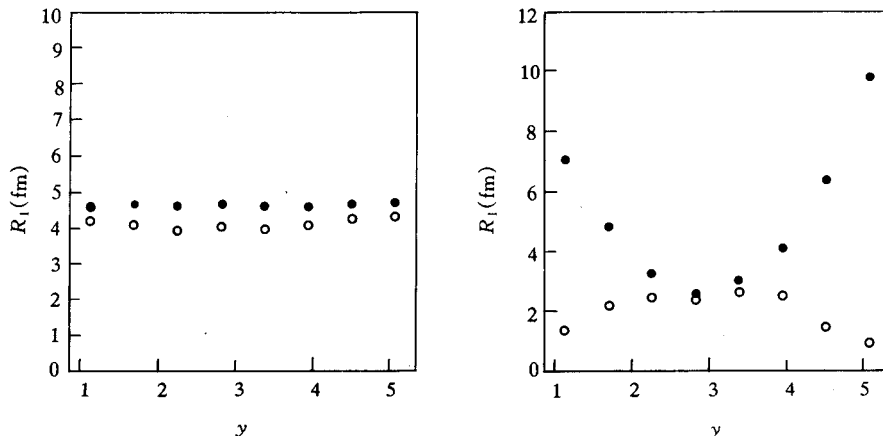


图 1 A 组半径随快度的变化

左图为横方向, 右图为纵方向. \bullet 表示 R_{rms} , \circ 表示 R_{HBT} .

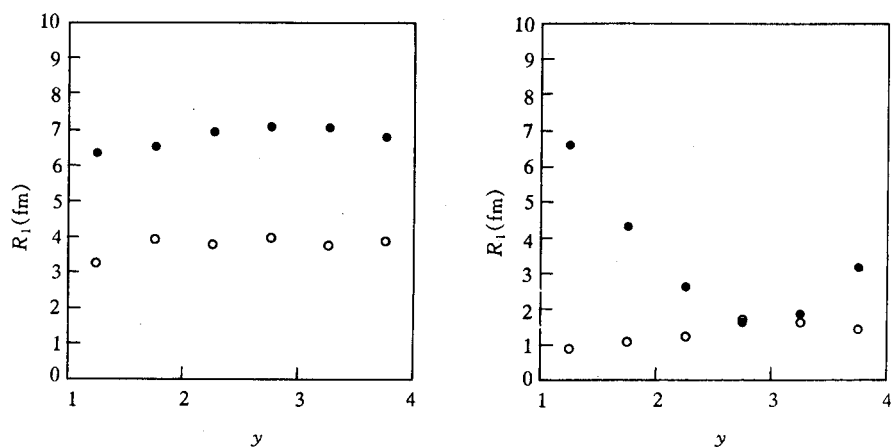
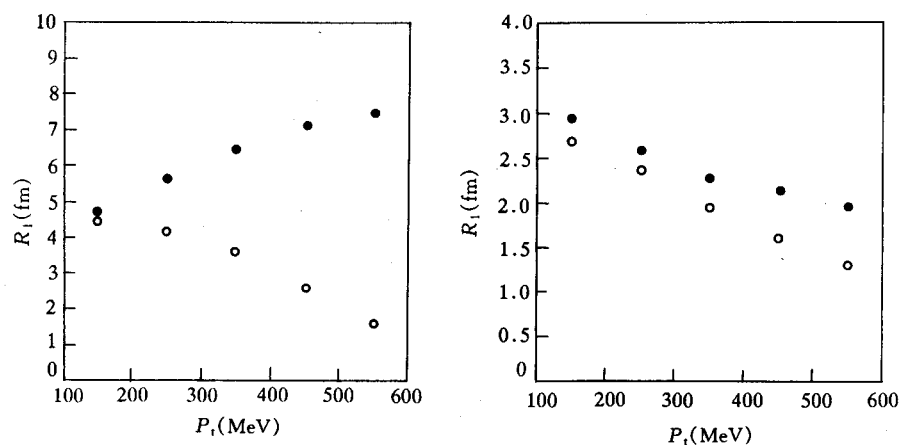


图2 B组半径随快度的变化

左图为横方向, 右图为纵方向. 符号说明同图1.

有某种耦合关系, 即使系统膨胀扩大以后, 仍会保留部分原来的耦合关系的特征. 在 URASiMA 生成器中, 核子的动量具有 Fermi 分布, 它和粒子的空间分布具有耦合关系. 在这里, 我们发现拟合半径和动量之间由 $\Delta r \cdot \Delta p \approx \hbar$ 所决定. 当快度增大时, 动量相应增大, 导致与之相耦合的空间坐标相应减少. 因此关联半径描述的是耦合坐标空间的半径, 它所确定的是微观系统的量子效应的作用范围. 在此范围内, 粒子之间互相强烈关联; 在此范围之外, 粒子之间关联较弱, 可看作自由粒子.

在横方向上(左图), 关联半径和均方根半径具有相同的快度行为. 在小角度限定下, 粒子处于(横截面的)内层, 动量也较小, 两者数值差别不大. 但在大角度限定下, 粒子处于外层, 因此均方根半径较大; 同时由于外层粒子具有较大的动量, 导致关联半径的变小.

图3. 中心快度区($2.5 < y < 3.5$)半径随横动量的变化

左图为横方向, 右图为纵方向. 符号说明同图1.

关联半径和均方根半径随横动量的变化表示在图3中. 快度区域选择在中心快度区 ($2.5 < y < 3.5$). 横动量窗口大小固定为 $0.1 \text{ GeV}/c$. 和对快度的依赖关系相反, 它们在横方向有不同的变化行为, 而在纵方向变化行为相同. 在横方向, 处于外层的粒子具有较大的均方根半径, 同时具有较大的动量而关联半径较小. 但无论在横方向还是在纵方向, 关联半径随横动量增加而减少, 这一现象已被实验观察到^[12].

在实验室系中, 由于洛伦兹效应, 这种空间-动量的耦合效应在纵方向表现得尤为明显. 如在A组实验限定下, R_{ms}^1 从 3.67 fm 扩展到 68.5 fm , p_{ms}^1 也从 $0.98 \text{ GeV}/c$ 扩展到 $1.87 \text{ GeV}/c$, 而 R_{hbr}^1 却从 2.87 fm 收缩到 0.21 fm . 均方根半径扩展约 2γ ($\gamma=9.26$) 倍, 关联半径收缩约 1.4γ 倍.

以上计算表明, 除在中心快度区附近, 关联半径比均方根半径小. 在纵向比源半径更小. 在中心快度区, 关联半径才与源半径相等. 由此可见, 关联半径并不能很好地描述源的大小和行为. 但需指出, 本工作未考虑源的膨胀效应, 以上结论只对“静态”源适用. 对“动态”源, 两种半径的异同需做进一步的研究.

4 小 结

我们对 $160A \text{ GeV Pb+Pb}$ 碰撞中 π^+ 源的关联半径和均方根半径(或源半径)进行了模型计算和研究. 研究发现它们和实验窗口的取值有非常密切的关系, 主要表现为:

1. 无论在纵向还是在横向, 关联半径比均方根半径小. 只在中心快度区两者相近.
2. 对快度窗口的依赖, 在纵方向上, 关联半径和均方根半径具有不同的变化行为. 前者随着 $|y-y_c|$ 增加而减少, 后者增加. 在横方向上, 两者变化行为相同, 但数值不等.
3. 对横动量的依赖, 在横方向上关联半径和均方根半径具有不同的变化行为. 前者随横动量增大而减少, 后者增加. 在纵方向上, 它们具有相同的变化行为.
4. 关联半径和均方根半径具有不同的变化行为可用空间-动量的耦合效应来解释. 处于源外层的粒子具有较大的均方根半径, 同时具有较大的动量. 空间-动量的耦合导致关联半径的减小.
5. 实验室系中, 由于洛伦兹效应, 空间-动量的耦合效应在横方向表现得更为明显.

目前实验只能获得粒子动量分布的讯息, 还不能确定粒子在源空间分布的位置. 因此从实验数据只能通过拟合获得关联半径的讯息. 在外推获取源半径或均方根半径讯息时, 必须注意它们对于实验窗口的依赖以及它们不同的变化行为. 在中心快度区, 两者比较接近, 关联半径可提供源半径的下限. 本工作没有考虑源的膨胀效应, 以上结论只对“静态”源适用. 至于考虑膨胀效应后它们的行为变化, 需要做进一步的研究.

参 考 文 献

- [1] R. Hanbury–Brown, R. Q. Twiss, *Philos. Mag.*, **45** (1954)663; *Nature*, **178** (1956)1046.
 [2] M. Gyulassy, S.K. Kauffmann, L. W. Wilson, *Phys. Rev.*, **C20** (1979)2267.
 [3] D. H. Boal, C. –K. Gelbke, B. K. Jennings, *Res. Mod. Phys.*, **62**(1990)553; W. Bauer, C. –K. Gelbke, S. Pratt, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **42** (1992)77.
 [4] T. Cs ö rgö, J. Zimányi, J. Bondorf *et al*, *Phys. Lett.*, **B241** (1990)301.
 [5] G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Lee *et al*, *Phys. Rev.*, **120** (1960)300.
 [6] B. Anderson, G. Gustafson, B. Nilsson–Almqvist, *Nucl. Phys.*, **B281** (1987)289; B. Anderson, G. Gustafson, H. Pi, *Z. Phys.*, **C57** (1993)485.
 [7] K. Werner, *Z. Phys.*, **C42** (1989)85.
 [8] W. Q. Chao, C. S. Gao, Q. H. Zhang, *Nucl. Phys.*, **A573** (1994)641.
 [9] H. Sorge, H. Stöcker, W. Greiner, *Ann. Phys.*, **192** (1989)266; A. Jahns, H. Sorge, H. Stöcker, *et al*, *Z. Phys.*, **A341** (1992)243.
 [10] S. Daté, K. Kumagai, O. Miyamura *et al*, *Journ. Phys. Sco. Japan*, **64** (1995)766.
 [11] S. Daté, K. Kumagai, O. Miyamura, *Soryushiron Kenkyu*, **87** (1993)E29.
 [12] WA93 Collaboration, S. Slegt *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A590** (1995)469c.

Dependence of Pion Source Radius and BE Coherent Radius on Experimental Windows and Their Difference

Lu Zhongdao

(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

Osamu Miyamura, Kenji Kumagai

(Hiroshima University, Japan)

Shin Muroya

(Tukuyama Women's College, Japan)

Received 20 March 1996

Abstract

The relationship between Bose–Einstein coherent radius and source radius (or root–mean–square radius), and their dependence on the experimental windows of rapidity and transverse momentum are studied for pion source in 160A GeV/c Pb+Pb collisions. The model pion source is produced by generator URASiMA. The results show that the coherent radius and source radius at freeze–out not only have difference in magnitude but also in behavior.

Key words BE correlation, coherent radius, source radius, root–mean–square radius.