

铅区核的结构(II) ^{208}Tl 、 ^{208}Pb 和 $^{206-208}\text{Hg}$ 的一级禁戒 β 衰变*

张长华 顾金南

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

1996-07-15 收稿

摘 要

用壳模型对 ^{208}Tl 、 ^{208}Pb 和 $^{206-208}\text{Hg}$ 的非唯一型一级禁戒 β 跃迁用不同的有效相互作用和模型空间进行了系统计算,计算的比较寿命 $\log f_0 t$ 非常敏感的依赖于有效相互作用.对 $^{206,208}\text{Hg}$ 的 β 衰变方式进行了比较.

关键词 核结构,非唯一型一级禁戒 β 衰变,壳模型.

1 引 言

文献 [1]对 ^{208}Tl 等核的能谱和波函数进行了系统计算,计算结果表明,各种有效相互作用给出了相似的能谱,因此能谱对有效相互作用是不敏感的.

β 衰变能够提供更多的核结构信息,对波函数十分敏感,因此 β 衰变可以对相互作用进行有效的检验.在轻核和中重核中,由于质子和中子填充相同的壳层,因此 β 衰变一般属于允许的 Fermi 型和 Gamow-Teller型跃迁.重核中的中子和质子填充不同的壳层,其 β 衰变一般为一级或更高级的禁戒跃迁.对于 ^{208}Pb 附近的核,一级禁戒 β 跃迁是主要的.本文讨论 ^{208}Tl 、 ^{208}Pb 和 $^{206-208}\text{Hg}$ 的一级禁戒 β 衰变的特点.

由于 Pauli 阻塞, β^- 衰变把 ^{208}Tl 、 $^{207,208}\text{Hg}$ 中 126—184 壳上的中子变成一个 $h_{11/2}$ 质子,或者母核衰变到子核的粒子-空穴激发态上.实验证明, ^{208}Tl 的基态 5^+ 主要通过一级禁戒 β 衰变跃迁到 ^{208}Pb 的 5^- 和 4^- 态^[2]. ^{207}Hg 的基态 $9/2^+$ 衰变到 ^{207}Tl 的 $7/2^-$ 、 $9/2^-$ 或 $11/2^-$ 态,尽管这些态还不是很确定^[3].在实验上,除了张立等人测量了 ^{208}Hg 的 β^- 衰变的半寿命外,其它还不十分清楚^[4].从壳模型的组态分析,预计 ^{208}Hg 主要由基态 0^+ 衰变到 ^{208}Tl 的 0^- 、 1^- 或 2^- 态,然而 ^{208}Tl 的这些态在实验上是完全不清楚的^[2],所以对 ^{208}Hg 的 β 衰变的分析十分困难.我们将利用文献 [1]中用各种有效相互作用计算得到的波函数计算 ^{208}Tl 、 ^{208}Pb 和 $^{206-208}\text{Hg}$ 的一级禁戒 β 衰变的比较寿命.

* 国家自然科学基金资助.

2 一级禁戒 β 衰变的矩阵元和跃迁几率

在冲击近似下,一级禁戒 β 衰变的算符可以分成以下两类^[5]. 第一类是 $r, [r, \sigma]^R, R = 0, 1, 2$ 四个算符,它们是由于轻子波函数的一级展开而引起的,是非相对论的;第二类是 γ_5, α 两个算符,它们是由弱流中连接核子旋量大分量和小分量引起的,是相对论的. R 是算符的阶. 这些算符的矩阵元和符号^[6]列在表 1 中. 由矢量流守恒定理(CVC),有以下关系成立^[7]:

$$\langle J_f T_f || \alpha \tau || J_i T_i \rangle = E_\gamma \langle J_f T_f || i r C_L \tau || J_i T_i \rangle, \quad (1)$$

式中 $C_L = \left[\frac{4\pi}{2L+1} \right]^{1/2} Y_L$, $|J_i T_i\rangle$ 和 $|J_f T_f\rangle$ 分别是原子核的初末态波函数, E_γ 是子核中与母核初态的同位旋相似态和末态的能量差. 对于 $A = 205-212$ 的核, E_γ 可以很好地表示为^[7]:

$$E_\gamma = \frac{1.412}{0.511} \frac{(Z_i + Z_f)}{2A^{1/3}} - 0.811 - 0.786 + Q(\beta^-), \quad (2)$$

这里 $Q(\beta^-)$ 是衰变能. 因此上述的 6 个矩阵元中只有 5 个是独立的. 它们分别为 2 个 0 阶 (M_0^T, M_0^S) 和 2 个一阶的 (M_1^x, M_1^u), 一个 2 阶的 (M_2^z). 2 阶的矩阵元对应于唯一型跃迁, 在有非唯一型跃迁时, 它的贡献是可以忽略的. 因此下面只讨论非唯一型跃迁.

表 1 一级禁戒 β 衰变的矩阵元和它们的符号

| 符号 | 直角坐标系 | 球坐标系 | 阶 |
|---------|------------------------------|---|---|
| M_0^T | $-C_A \int \gamma_5$ | $C_A (4\pi)^{1/2} \langle \gamma_{50} \rangle$ | 0 |
| M_0^S | $C_A \int i \sigma \cdot r$ | $-C_A (4\pi)^{1/2} \langle i r \sigma \cdot T_0 \rangle$ | 0 |
| M_1^x | $-C_V \int \alpha$ | $C_V (4\pi)^{1/2} \langle \alpha \cdot T_1^0 \rangle$ | 1 |
| M_1^u | $-C_V \int i r$ | $C_V \left(\frac{4}{3}\pi\right)^{1/2} \langle i r Y_1 \rangle$ | 1 |
| M_1^z | $-C_A \int \sigma \Lambda r$ | $-C_A \left(\frac{8}{3}\pi\right)^{1/2} \langle i r \sigma \cdot T_1^z \rangle$ | 1 |
| M_2^z | $C_A \int i B_\theta$ | $C_A \left(\frac{16}{3}\pi\right)^{1/2} \langle i r \sigma \cdot T_2^z \rangle$ | 2 |

在壳模型中,矩阵元由下式计算:

$$M_R^a = \sum_{j_i j_f} M_R^a(j_i j_f) = \sum_{j_i j_f} D_R(j_i j_f) M_R^a(j_i j_f, \text{eff}) = \sum_{j_i j_f} D_R(j_i j_f) M_R^a(j_i j_f) q_a(j_i j_f), \quad (3)$$

式中 $D_R(j_i j_f)$ 是单体跃迁密度, $M_R^a(j_i j_f)$ 是冲击近似下的由 $j_i \rightarrow j_f$ 跃迁的单粒子矩阵元, $M_R^a(j_i j_f, \text{eff})$ 是有效的单粒子矩阵元. $q_a(j_i j_f)$ 是修正因子, $R = 0, 1, 2$ 是矩阵元的阶, $a = T, S, x, u$ 和 z . β 单粒子矩阵元用谐振子单粒子波函数进行计算, $\hbar\omega = 41.464A^{-1/3} - 25.0A^{-2/3}$. 修正因子 q_a 取了铅区核的平均值, 即 $q_T \sim 1.15$, $q_S \sim 0.85$, $q_u \sim 0.45$ 和 $q_x \sim 0.60$ ^[8].

为了得到衰变率与矩阵元的关系,人们采用 Behren-Buhring方法^[9]把轻子的波函数展

开成 αZ , Wr_u , pr_u 和 qr_u 的级数. 这里 α 是精细结构常数, W 和 p 分别是电子的能量和动量, q 是中微子的动量, r_u 是均匀分布的核电荷的半径. 这样第一类算符的矩阵元为 M_0^S , M_1^x 和 M_1^u . 令 $r'_w = M_0^{S'} / M_0^S$, $r'_x = M_1^{x'} / M_1^x$ 和 $r'_u = M_1^{u'} / M_1^u$. 对应 $A \sim 208$ 核, $r'_w \approx r'_x \approx r'_u = 0.70$. 有了矩阵元, 可由下式定义一个平均形状因子:

$$\overline{C(W)} = 9195 \times 10^5 / f_0 t = B_1^{(0)} + B_1^{(1)}, \quad (4)$$

式中 $B_1^{(0)}$ 和 $B_1^{(1)}$ 分别是 0 阶和 1 阶成份的贡献. 在 ξ 近似下可由矩阵元表示成:

$$\begin{aligned} B_1^{(0)} &= [M_1^{(0)}]^2 = [\epsilon_{\text{mec}} M_0^T + a_S M_0^S]^2, \\ B_1^{(1)} &= [M_1^{(1)}]^2 = [a_u M_1^u - a_x M_1^x]^2. \end{aligned} \quad (5)$$

这里 ϵ_{mec} 是介子交换流增强因子, 取文献 [7] 中的值 $\epsilon_{\text{mec}} = 2.01$, a_S , a_u 和 a_x 由下面的式子决定:

$$\begin{aligned} a_S &= r'_w \xi + \frac{1}{3} W_0, \\ a_u &= r'_u \xi - \frac{1}{3} W_0, \\ a_x &= E_\gamma - r'_x \xi - \frac{1}{3} W_0, \\ \xi &= \frac{\alpha Z}{2r_u}, \end{aligned} \quad (6)$$

W_0 是最大 β 衰变能.

3 计算结果

3.1 $^{208}\text{Tl} (\beta^-) ^{208}\text{Pb}$

^{208}Tl 的基态主要衰变到 ^{208}Pb 的 5^- 和 4^- 态上, 它们的分支比分别为 48.7% (5_1^-), 24.5% (5_2^-) 和 21.8% (4_1^-)^[2]. PKH 计算的 $\log f_0 t$ 和实验值列在表 2 中.

表 2 ^{208}Tl 的非唯一型一级禁戒 β 衰变的 $\log f_0 t$ 值

| 跃迁 | $E_x(\text{MeV})$ | $\log f_0 t (\text{exp})$ | $\log f_0 t (\text{th})$ |
|-------------------------|-------------------|---------------------------|--------------------------|
| $5^+ \rightarrow 5_1^-$ | 3.198 | 5.61 | 6.0 |
| $5^+ \rightarrow 5_2^-$ | 3.708 | 5.37 | 5.37 |
| $5^+ \rightarrow 4_1^-$ | 3.475 | 5.69 | 5.65 |

实验值取自文献[10].

用 PKH 计算的 ^{208}Tl 基态波函数的主要组态为 88.5% $|\pi 3s_{1/2}^{-1} \nu 2g_{9/2}; 5^+\rangle$ ^{208}Pb 的 5_1^- , 5_2^- 和 4_1^- 态的波函数的主要组态分别为 26.3% $\pi |3s_{1/2}^{-1} 1h_{9/2}; 5_1^- \rangle + 56.0\% \nu |3p_{1/2}^{-1} 2g_{9/2}; 5_1^- \rangle$, 55.5% $\pi |3s_{1/2}^{-1} 1h_{9/2}; 5_2^- \rangle + 38.7\% \nu |3p_{1/2}^{-1} 2g_{9/2}; 5_2^- \rangle$ 和 95% $\nu |3p_{1/2}^{-1} 2g_{9/2}; 4_1^- \rangle$. 因此 $5^+ \rightarrow 5_1^-$ 和 $5^+ \rightarrow 5_2^-$ 的跃迁主要是 $\nu 3p_{1/2} \rightarrow \pi 3s_{1/2}$ 和 $\nu 2g_{9/2} \rightarrow \pi 1h_{9/2}$; $5^+ \rightarrow 4_1^-$ 的跃迁主要是 $\nu 3p_{1/2} \rightarrow \pi 3s_{1/2}$. 计算的 $\log f_0 t$ 分别为 6.0 (5_1^-), 5.37 (5_2^-) 和 5.65 (4_1^-), 与实验值 5.61, 5.37 和

5.69 符合很好. SDI 给出的 5_1^- 态的 $\log f_0 t$ 值为 6.48, 比实验值和 PKH 的计算值大.

3.2 $^{207}\text{Hg}(\beta^-)^{207}\text{Tl}$

^{207}Hg 衰变的实验值^[3]列在表 3(a)中, 计算值列在表 3(b)中. PKH 计算的 ^{207}Hg 的基态波函数的主要组态为 70.0% $|\pi 3s_{1/2}^{-2} \nu 2g_{9/2}; 9/2^+\rangle + 15.0\% |\pi d_{3/2}^{-2} \nu 2g_{9/2}; 9/2^+\rangle + 5.0\% |\pi 1h_{11/2}^{-2} \nu 2g_{9/2}; 9/2^+\rangle$. ^{207}Tl 的第一个 $11/2^-$ 态是一个 $\pi 1h_{11/2}^{-1}$ 态. ^{207}Hg 的基态向 ^{207}Tl 的 $11/2^-$ 跃迁为 $\nu 2g_{9/2} \rightarrow \pi 1h_{11/2}$, 因此跃迁几率很小, 实验上观测到的分支比仅为 2%. 计算的 $\log f_0 t = 7.87$, 与实验的 8.00 符合很好. SDI 计算的 $\log f_0 t$ 值为 7.14, 小于实验和 PKH 的计算值, 再次表明 SDI 不适合描述 ^{208}Tl 一类核的 β 衰变.

表 3(a) ^{207}Hg 的非唯一型一级禁戒 β 衰变的 $\log f_0 t$ 实验值

| 跃迁 | E_x (MeV) | $\log f_0 t$ (exp) | β (%) |
|--------------------------------|-------------|--------------------|-------------|
| $9/2^+ \rightarrow 11/2^-$ | 1.348 | 8.0 | 2 |
| $9/2^+ \rightarrow 7,9/2^-$ | 2.911 | 6.2 | 14 |
| $9/2^+ \rightarrow 7,9/2^-$ | 2.985 | 5.8 | 32 |
| $9/2^+ \rightarrow 7/2^-$ | 3.104 | 5.9 | 16 |
| $9/2^+ \rightarrow 7,9,11/2^-$ | 3.143 | 6.3 | 7 |
| $9/2^+ \rightarrow 7/2^-$ | 3.272 | 6.5 | 3 |
| $9/2^+ \rightarrow 9,11/2^-$ | 3.295 | 6.2 | 5 |
| $9/2^+ \rightarrow 9,11/2^-$ | 3.334 | 6.2 | 5 |
| $9/2^+ \rightarrow 7,9,11/2^-$ | 3.339 | 6.3 | 4 |

表 3(b) ^{207}Hg 的非唯一型一级禁戒 β 衰变的 $\log f_0 t$ 计算值

| 跃迁 | E_x (MeV) | $\log f_0 t$ (th) | 跃迁 | E_x (MeV) | $\log f_0 t$ (th) |
|----------------------------|-------------|-------------------|---------------------------|-------------|-------------------|
| $9/2^+ \rightarrow 11/2^-$ | 1.435 | 7.871 | $9/2^+ \rightarrow 9/2^-$ | 3.079 | 6.506 |
| $9/2^+ \rightarrow 11/2^-$ | 3.480 | 5.876 | $9/2^+ \rightarrow 9/2^-$ | 3.355 | 5.376 |
| $9/2^+ \rightarrow 7/2^-$ | 3.493 | 6.868 | $9/2^+ \rightarrow 9/2^-$ | 3.644 | 5.842 |
| $9/2^+ \rightarrow 7/2^-$ | 3.584 | 6.085 | | | |

^{207}Hg 的 β 衰变有 98% 跃迁到 ^{207}Tl 的 $1p-1h$ 的激发态上. 这些跃迁的 $\log f_0 t$ 值列在表 3(b)中. 总的说来与实验符合很好.

3.3 $^{206}\text{Hg}(\beta^-)^{206}\text{Tl}$ 和 $^{208}\text{Hg}(\beta^-)^{208}\text{Tl}$

$^{206,208}\text{Hg}$ 核都是偶-偶核. 比较这两个核的 β 衰变特点是有意义的. ^{206}Hg 的基态主要通过 $\nu 3p_{1/2} \rightarrow \pi 3s_{1/2}$ 衰变到 ^{206}Tl 的基态 0^- 和第一个激发态 $1^{-[10]}$. 计算的 $\log f_0 t$ 分别为 5.20 ($0^+ \rightarrow 0^-$) 和 5.09 ($0^+ \rightarrow 1^-$), 与实验的 5.42 和 5.23 符合得很好^[10].

^{208}Hg 的 β 衰变要比 ^{206}Hg 复杂得多. 由于 Pauli 阻塞, ^{208}Hg 衰变到 ^{208}Tl 的较高激发态 0^- 、 1^- 或 2^- 上去, 这些态的波函数结构非常复杂. 由于不知道 ^{208}Hg 的基态质量, 因而其衰变能 $Q(\beta)$ 也是完全不清楚的. 我们采用了 Y. Aboussir 等用 Hartree-Fock 计算的最大 Q 值 (W_0)^[11]. 计算的 ^{208}Hg 衰变到 0^- 和 1^- 的 $\log f_0 t$ 值列在表 4 中. 必须指出的是, 在 ξ 近似下, 非唯一型禁戒 β 衰变的 $\log f_0 t$ 值对 W_0 值并不敏感. ^{208}Hg 的基态波函数的主要组态

表 4 ^{208}Hg 的非唯一型一级禁戒 β 衰变的 $\log f_0 t$ 计算值

| 跃迁 | E_x (MeV) | $\log f_0 t$ (th) | 跃迁 | E_x (MeV) | $\log f_0 t$ (th) |
|-----------------------|-------------|-------------------|-----------------------|-------------|-------------------|
| $0^+ \rightarrow 0^-$ | 2.480 | 5.374 | $0^+ \rightarrow 1^-$ | 2.355 | 6.928 |
| $0^+ \rightarrow 0^-$ | 2.945 | 5.904 | $0^+ \rightarrow 1^-$ | 2.870 | 6.281 |

为 $46.70\% |\pi 3s_{1/2}^{-2} \nu 2g_{9/2}^2\rangle + 17.77\% |\pi 3s_{1/2}^{-2} \nu 1i_{11/2}^2\rangle + 10.95\% |\pi 2d_{3/2}^{-2} \nu 2g_{9/2}^2\rangle + 3.60\% |\pi 1h_{11/2}^{-2} \nu 2g_{9/2}^2\rangle$. ^{208}Tl 第一个 1^- 态的主要组态为 $\pi 1h_{11/2}^{-1} \nu 2g_{9/2}$ (90%). 因此 ^{208}Hg 的基态通过 $\nu 2g_{9/2} \rightarrow \pi 1h_{11/2}$ 向 ^{208}Tl 的第一个 1^- 态的跃迁几率很小, 计算的 $\log f_0 t$ 为 6.93. 这与 ^{207}Hg 的基态向 ^{207}Tl 的第一个 $11/2^-$ 跃迁相似. ^{208}Tl 的第二个 1^- 激发态主要为 $1p-1h$ 激发态, 跃迁类型为 $\nu 3p_{1/2} \rightarrow \pi 3s_{1/2}$ 和 $\nu 3p_{1/2} \rightarrow \pi 2d_{3/2}$, $\log f_0 t = 5.28$. ^{208}Tl 的第一个 0^- 态主要组态为中子的 $1p-1h$ 激发态, 跃迁类型与 $0^+ \rightarrow 1_2^-$ 相似, $\log f_0 t = 5.37$; 第二个 0^- 态的主要组态为质子的 $2p-1h$ 激发态, 跃迁类型为 $\nu 2g_{9/2} \rightarrow \pi 1h_{11/2}$, $\log f_0 t = 5.90$.

对于 $\nu 3p_{1/2} \rightarrow \pi 3s_{1/2}$ 和 $\nu 3p_{1/2} \rightarrow \pi 2d_{3/2}$ 类型的跃迁, 计算的 ^{208}Hg β 衰变的 $\log f_0 t$ 大于 ^{206}Hg β 衰变的 $\log f_0 t$. 另外正如前文所述, ^{206}Hg 主要跃迁到 ^{206}Tl 的基态或低激发态上, 因而有较大的可供利用的 β 衰变能, 而 ^{208}Hg 则衰变到 ^{208}Tl 的粒子-空穴激发态上去, 这些态一般具有较高的激发能, 因而可能使得 ^{208}Hg 可供利用的 β 衰变能很小, 这取决于 W_0 的大小, 但是实验上完全不知道 W_0 值. 如果 ^{208}Hg 核可供利用的 β 衰变能比 ^{206}Hg 核小, 则可以预计 ^{208}Hg 的寿命比 ^{206}Hg 要长.

4 总 结

详细讨论了 ^{208}Tl 一类核的 β 衰变. 由于粒子-空穴激发的重要影响, SDI 和 PKH 相互作用给出不同的 $\log f_0 t$ 值, 计算结果表明, PKH 相互作用与实验更接近, 因此 PKH 相互作用更适合描述粒子-空穴激发的影响. 预计如果 ^{208}Hg 衰变到 ^{208}Tl 的可供利用的 β 衰变能比 ^{206}Hg 衰变到 ^{206}Tl 的小, 那么 ^{208}Hg 的半寿命比 ^{206}Hg 的要长.

参 考 文 献

- [1] 张长华, 顾金南, 高能物理与核物理, **21**(1997)734.
- [2] M. J. Martin, *Nucl. Data Sheets*, **47**(1986)797.
- [3] M. J. Martin, *Nucl. Data Sheets*, **70**(1993)315.
- [4] Zhang Li *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A553**(1993)489c.
- [5] H. Sagawa, B. A. Brown, *Phys. Lett.*, **B143**(1984)283.
- [6] I. S. Towner, J. C. Hardy, *Nucl. Phys.*, **A179**(1972)489.
- [7] E. K. Warburton, *Phys. Rev.*, **C44**(1991)233.
- [8] E. K. Warburton, *Phys. Rev.*, **C42**(1992)2479.
- [9] H. Behrens, W. Bühring, *Electron Radial Wave-Function and Nuclear Betadecay*(Clarendon, Oxford 1982).
- [10] R. G. Helmer, M. A. Lee, *Nucl. Data Sheets*, **61**(1990)93.
- [11] Y. Aboussir, J. M. Pearson, A. K. Duttta *et al.*, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **61**(1995)127.

Nuclear Structure in Lead Region
(II) Non-unique First Forbidden Beta Decay for
Nuclei ^{208}Tl , ^{208}Pb and $^{206-208}\text{Hg}$

Zhang Changhua Gu Jinnan

(Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000)

Received 15 July 1996

Abstract

The non-unique first forbidden beta decay rates for nuclei ^{208}Tl , ^{208}Pb and $^{206-208}\text{Hg}$ are calculated using different effective interactions and model space in term of shell model. The calculated $\log f_0 t$ are very sensitively dependent on the effective interaction. The beta decay patterns for ^{206}Hg and ^{208}Hg are also compared.

Key words nuclear structure, non-unique first forbidden beta decay, shell model.